

「2次元渦力学の数理」

“Mathematical Aspects of 2D Vortex Dynamics”

坂上貴之

(京都大学大学院理学研究科数学教室)

二次元空間の中にある非粘性・非圧縮の流体の運動を考えます。流体の速度場の回転場として定義される渦度は、流体粒子の運動に沿って保存される量（ラグランジュ保存量といいます）であることが知られていて（ケルビンの循環定理）、渦はあたかも実在する物質のように運動します。このような渦度が N 個の点の上に δ 関数的に集中して分布していると仮定した時にこれらの N 点の運動のそれぞれの誘導する速度によって起こる運動を考える問題を N 点渦力学といいます。 N 点渦力学の研究の歴史は古くその始まりは1850年代のヘルムホルツやトムソンの時代にまで遡り、非常に長い研究の歴史を持つ分野でありながらいまなお新しい数学上の問題を活発に提供しつづけています。

今回のお話では、この二次元点渦力学の数理において位相幾何学「トポロジー」が果たす役割について説明したいと思います。トポロジーとは図形の繋がり方の違いだけに注目する幾何学の一分野で、例えば三角形や四角形は同じ図形とみなしますが、穴の開いた円環とは異なるとみなすいわば「粗視的」な図形の把握を行うものですが、その粗視化ゆえに点渦運動の背後に潜む非常に根源的な構造を明らかにしてくれます。

そのような見方でえられる以下の二つの例について主に紹介します。

（1）点渦による粒子混合とThurston-Nielsen理論

二つの点渦を時間周期的に生成・消滅させて粒子を混合するような仮想的な攪拌系を考えます。この点渦の生成消滅のルールを少し変えるだけで、得られる粒子混合の状況が大きく代わることが知られています。この理由をThurston-Nielsen理論とよばれる二次元穴あき領域

の写像の分類理論を援用し，位相カオス(topological chaos)とよばれる概念について紹介します．

(2) 二次元多重連結領域の点渦流れ場の位相構造の語表現理論

二次元の領域に複数の穴が開いている領域（多重連結領域）における点渦を持つ非粘性・非圧縮流れ場を考えます．このような流れ場がつくる流線（速度場に接する曲線）のトポロジカルな構造について考え，すべての構造を完全に分類し，そのそれぞれに固有の記号を割り当てる方法について説明します．このことによって，流体運動の構造が記号化されることになり，いろいろな流体運動の理解に使えることがわかります．

プロフィール

坂上貴之（さかじょう たかし）

1971年大阪生まれ．

1998年5月 京都大学大学院理学研究科数学・数理解析学専攻博士後期課程中退．

1998年5月～2003年3月まで名古屋大学大学院多元数理研究科助手．

2003年4月～2009年9月まで北海道大学大学院理学研究科助教授．

（途中 大学院理学研究院准教授と改称）

2009年10月～2013年3月まで同大学院教授．

2013年 4月～現在 京都大学大学院理学研究科数学教室教授．

その間，米国UCLA数学科訪問研究員(2000.10-2001.9)，

英国シェフィールド大学訪問研究員(2008.9 - 2009.3)



1999年 京都大学 博士（理学）取得．

2000年 日本数学会 建部賢弘賞 奨励賞

2000年 日本応用数理学会 JJIAM論文賞

2012年10月から JST CREST 数学領域

「渦・境界相互作用が創出するパラダイムシフト」研究リーダー
専門は応用数学（数理流体力学・数値解析学）