

## 数 学

(問 題)

2026年度

〈2026 R08200015 (数学)〉

## 注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～10ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 解答用紙記入上の注意
  - (1) 解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
  - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
  - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離さないこと。
7. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
8. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 次の各問の解答を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(1) 1つのさいころを続けて4回投げて、出た目を順にA, B, C, Dとし、2つの2桁の整数AB, CDを作るとする(たとえばA=2, B=3の場合, ABは23を表す)。このとき, ABとCDの最大公約数が4である確率を求めよ。

(2) 不等式

$$ab + bc + ca + a + b + c + 1 \leq kabc$$

が  $a \geq \sqrt{2} - 1$  かつ  $b \geq \sqrt{2}$  かつ  $c \geq \sqrt{2} + 1$  を満たすすべての実数  $a, b, c$  で成立するような実数  $k$  の最小値を求めよ。

(3)  $N$  を自然数とする。整数ではない実数  $x$  に対して

$$f(x) = \sum_{n=1}^{N+1} \frac{3x - n}{x^2 - n^2}$$

と定義する。整数ではない実数  $x$  で  $f(x) = 0$  を満たすものは何個あるか。  
 $N$  を用いて答えよ。

(4)  $a$  を正の実数とし,  $f(x) = x^4 + 2ax^3 - 2a^2x^2$ ,  $g(x) = x^2 - a^2$  とおく。このとき, 合成関数  $f(g(x))$  がちょうど3つの  $x$  で最小値をとるような  $a$  の値を求めよ。

2 多項式  $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1$  と自然数  $n$  に対して,  $(f(x))^n$  を多項式  $x^2 + x + 1$  で割ったときの余りを  $r_n(x)$  とおく。

(1) 多項式  $r_1(x), r_2(x), r_3(x), r_4(x)$  を求めよ。

(2)  $n$  を自然数としたとき, 多項式  $r_n(x)$  を求めよ。

(3)  $|r_n(m)|$  の正の約数の個数が 4 となるような自然数  $n, m$  のうち,  $n + m$  が最小となるときの  $n$  と  $m$  を求めよ。

3 平面上のベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  と実数  $x, y, z$  で  $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = \vec{0}$  の関係を満たすものを考える。ただし,  $\vec{b} = (2, 1)$  および  $\vec{c} = (1, 0)$  は固定されている。 $\vec{a}$  を与えて  $x, y, z$  の取りうる値をすべて動かしたとき,  $(x, y, z)$  を座標としてもつ点の全体は座標空間内の原点  $O$  を通る直線をなし, これを  $l_{\vec{a}}$  とする。

(1)  $\vec{a} = (1, 2)$  のとき,  $OP = 1$  を満たす  $l_{\vec{a}}$  上の点  $P$  の座標をすべて求めよ。

(2) 実数  $t$  に対し,  $\vec{a} = (t, 2t)$  とする。すべての実数  $t$  に対し, 直線  $l_{\vec{a}}$  と線分  $OQ$  が垂直であるような座標空間内の点  $Q$  であって,  $OQ = 1$  となるような点  $Q$  の座標をすべて求めよ。

(3) 直線  $l_{\vec{a}}$  上のある点の  $O$  に関する位置ベクトルが  $(1, 1, 1)$  であるとき, ベクトル  $\vec{a}$  を求めよ。

4 座標平面の原点を  $O(0,0)$  とし、放物線  $y^2 = x$  の焦点  $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$  を  $F$  とする。 $0 < \theta < \pi$  に対して、放物線  $y^2 = x$  上の点  $P(a, b)$  (ただし  $b > 0$ ) を、 $\theta = \angle PFO$  となるようにとる。点  $P$  と点  $F$  を結ぶ直線を  $l$  とし、点  $F$  と点  $O$  を結ぶ直線を  $m$  とする。放物線  $y^2 = x$  の  $y \geq 0$  の部分と直線  $l$  と直線  $m$  により囲まれる部分の面積を  $S$  で表す。

(1)  $0 < \theta < \pi$  の範囲で  $\theta$  を限りなく  $0$  に近づけたときの  $\frac{S}{\theta}$  の極限を求めよ。

(2)  $0 < \theta < \pi$  の範囲で  $\theta$  を限りなく  $\pi$  に近づけたときの  $(\pi - \theta)^3 S$  の極限を求めよ。

[以下 余 白]

受験 番号	万	千	百	十	一
	氏名				

(注意) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

採 点 欄	1(1)	1(2)	1(3)	1(4)	2(1)	2(2)	2(3)	3(1)	3(2)	3(3)	4(1)	4(2)

受験 番号	万	千	百	十	一
	氏名				

(注意) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

# 数 学 (解答用紙)

2

1

(1)	
-----	--

(2)	
-----	--

(3)	
-----	--

(4)	
-----	--

3

4