

2026年度 早稲田大学大学院教育学研究科

修士課程 一般・外国学生入学試験問題

[専門科目]

【数学教育専攻】

解答上の注意

1. 数学教育専攻の入学試験問題は、「専門科目・共通」と「専門科目・選択」とに分かれています。
- ①「専門科目・共通」（問題Ⅰ（線形代数）～問題Ⅱ（微分積分））は、志願者全員が解答する問題です。
- ②「専門科目・選択」は、問題Ⅲ～問題ⅩⅢから二問題を選択し解答しなさい。

志願票に記入した研究指導名	志願票に記入した指導教員名	「専門科目・選択」で解答すべき問題
数学科教育研究指導	宮川 健	問題Ⅲ～問題ⅩⅢ から、二問題選択
数学科教育研究指導	高木 悟	
解析学・応用解析学研究指導	新井 仁之	
解析学研究指導	梁 松	
解析学研究指導	戸松 玲治	
代数学研究指導	村井 聡	
代数学研究指導	安福 悠	
幾何学研究指導	小森 洋平	
情報数学研究指導	高島 克幸	
情報数学研究指導	谷 誠一郎	
トポロジー研究指導	谷山 公規	
トポロジー研究指導	安原 晃	
トポロジー研究指導	山口 祥司	

2. 解答用紙の所定欄に、「問題番号」（例：「Ⅰ」・「Ⅴ」など）を必ず記入すること。
- また、全ての解答用紙の所定欄に受験番号・氏名・研究指導名・指導教員名を必ず記入すること。
3. 解答用紙は、「問題番号」別に使用すること（一つの問題で一枚使用）。
4. 解答用紙のホッチキスは、はずさないこと。また、無解答の解答用紙でも提出すること。
5. 問題用紙は「7枚」（本ページ含む）、解答用紙は「4枚」です。必ず枚数を確認すること。

以 上

2026年度 早稲田大学大学院教育学研究科
修士課程 一般・外国学生入学試験問題
[専門科目・共通] 【数学教育専攻】

Ⅰ (線形代数) 実数の無限数列の集合 V を次のように定義する.

$$V = \{ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} : a_n \in \mathbb{R}, \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 < \infty \}.$$

(1) $\{a_n\}, \{b_n\} \in V$ のとき, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ が収束すること, また, $\{a_n + b_n\}$ も V の元であることを示せ.

(2) V は,

$$\langle \{a_n\}, \{b_n\} \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$$

を内積とする $\mathbb{R}$ 上の内積空間となる (これは示さなくてよい). W を V の部分集合で, 非零な項が有限個であるような数列の集まりとする.

(i) $\{a_n\} = \{1, 1, 1, 0, 0, \dots\}$, $\{b_n\} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$ とする. このとき, $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ が張る部分空間の中にあり, $\{a_n\}$ と直交する零元以外の元を 1 つ求めよ.

(ii) W が V の部分空間であることを示せ.

(iii) $(W^\perp)^\perp$ を求めよ.

(iv) $\|\cdot\|$ を上の内積から作られるノルムとする.

$$\sup_{w \in W \setminus \{0\}} \frac{\|T(w)\|}{\|w\|} = \infty$$

となる線形写像 $T: W \rightarrow W$ を一つ作れ. 構成した T が全ての条件を満たしていることも示すこと.

Ⅱ (微分積分) 実数軸上の区間 $I = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x\}$ で定義される関数列 f_n を次式で定める.

$$f_n(x) = \frac{x}{n} - \log\left(1 + \frac{x}{n}\right), \quad n \in \mathbb{N}.$$

このとき次の問いに答えよ.

(1) 関数項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ は I に含まれる任意の有界閉区間上で一様収束することを示せ.

(2) (1) の級数の収束極限を $f(x)$ と書く. $f(x)$ は微分可能であることを示せ. また, $f'(1) = 1$ を示せ.

(3) $f(x)$ は I 上で下に凸であることを示せ.

2026年度 早稲田大学大学院教育学研究科
修士課程 一般・外国学生入学試験問題
[専門科目・選択] 【数学教育専攻】

III 高校までに学習する学校数学と大学に入ってから学習する大学数学との隔たりがしばしば指摘される。このことに関して次の問いに答えよ。

- (1) 学校数学と大学数学にはどのような隔たりがあるのか、具体的な事例を一つあげて説明せよ。
- (2) (1) であげた隔たりを解消するためには学校数学でどのような工夫が必要か、具体的に論ぜよ。
- (3) 大学数学は学校数学を教える上でどのように役立つのか、具体的な事例をあげながら論ぜよ。

IV $X = \{1, 2, 3, 4\}$ とする。また、 $a, b \in \mathbb{R}$ に対して、 $a \wedge b = \min\{a, b\}$, $a \vee b = \max\{a, b\}$ とする。4 次実正方行列

$$A = [a_{ij}], \quad B = [b_{ij}] \quad (i, j \in X)$$

に対し、

$$A * B = [c_{ij}], \quad c_{ij} = (a_{i1} \wedge b_{1j}) \vee (a_{i2} \wedge b_{2j}) \vee (a_{i3} \wedge b_{3j}) \vee (a_{i4} \wedge b_{4j}) \quad (i, j \in X)$$

と定め、さらに 2 以上の整数 n に対し、

$$A^n = A^{n-1} * A \quad (\text{ただし, } A^1 = A)$$

と定める。 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.8 & 0.4 \\ 0.4 & 1 & 1 & 0.6 \\ 0.8 & 0.6 & 1 & 0 \\ 0.4 & 0.8 & 0.2 & 1 \end{bmatrix}$ に対し、

$$A^N = A^{N-1}$$

を満たす 2 以上の整数 N の最小値を求めよ。

2026年度 早稲田大学大学院教育学研究科
 修士課程 一般・外国学生入学試験問題
 [専門科目・選択] 【数学教育専攻】

- V μ と ν は $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ 上の有限測度とする. ただし, $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ は $\mathbb{R}$ 上のボレル集合全体を表す.
 $a \in \mathbb{R}$ に対して, $\mu(\{a\}) = 0 = \nu(\{a\})$ を満たせば,

$$\mu((-\infty, a]) = \nu((-\infty, a]) \quad (\text{A})$$

が成り立つとする.

- (1) 集合 $\{a \in \mathbb{R} : \mu(\{a\}) > 0\}$ は高々可算集合であることを示せ.
- (2) すべての $a \in \mathbb{R}$ において, (A) が成り立つことを示せ.
- (3) μ と ν は無限測度である場合でも, 上記 (2) の結果が必ず成り立つか. 証明もしくは反例を述べよ.

- VI $\mathbb{R}$ を実数全体の集合, $\mathbb{C}$ を複素数全体の集合とする. $1 \leq p < \infty$ とする. $\mathbb{R}$ 上の複素数値ルベグ可測関数で p 乗可積分なもの全体のなす集合を $L^p(\mathbb{R})$ で表し, $f \in L^p(\mathbb{R})$ に対して

$$\|f\|_{L^p} = \left(\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^p dx \right)^{1/p}$$

とおく. $f \in L^1(\mathbb{R})$ に対して

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[f](\xi) &= \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-2\pi i x \xi} dx, \quad \xi \in \mathbb{R}, \\ T_t(f)(x) &= \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}} \frac{t f(y)}{t^2 + (x-y)^2} dy, \quad x, t \in \mathbb{R}, t > 0 \end{aligned}$$

と定める. 正の実数 a に対し

$$H_a = \{f \in L^1(\mathbb{R}) : \mathcal{F}[f](\xi) = 0 \text{ } (\xi \notin (0, a))\}$$

とおく. a を正の実数とする. (1), (2), (3) に解答せよ.

- (1) t を正の実数とする. $\varphi(x) = t/(t^2 + x^2)$ ($x \in \mathbb{R}$) とする. $\mathcal{F}[\varphi](\xi)$ ($\xi \in \mathbb{R}$) を求めよ.
- (2) $z \in \mathbb{C}$ に対して, $\operatorname{Re} z$ を z の実部, $\operatorname{Im} z$ を z の虚部とする. $\mathbb{C}_+ = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z > 0\}$ とおく. $f \in H_a$ に対して, $z \in \mathbb{C}_+$ の関数 $u(z)$ を $u(z) = T_{\operatorname{Im} z}(f)(\operatorname{Re} z)$ により定義する. u は $\mathbb{C}_+$ 上の正則関数であることを証明せよ.
- (3) 正の実数 t に対し, t と a にのみ依存する正の実数 $C_{t,a}$ が存在し, 任意の $f \in H_a \cap L^2(\mathbb{R})$ に対して,

$$\begin{aligned} C_{t,a} \|f\|_{L^2} &\leq \|T_t(f)\|_{L^2}, \\ C_{t,a} \|f\|_{L^1} &\leq \|T_t(f)\|_{L^1} \end{aligned}$$

が成り立つことを証明せよ.

2026年度 早稲田大学大学院教育学研究科
修士課程 一般・外国学生入学試験問題
[専門科目・選択] 【数学教育専攻】

VII 以下の問いに答えよ.

- (1) 加法に関する群 $\mathbb{R}, \mathbb{Z}$ および乗法に関する群 $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ に関し, 次の群の同型が成り立つことを示せ.

$$\mathbb{R}/\mathbb{Z} \cong C.$$

- (2) 4 次対称群 S_4 及び 5 次対称群 S_5 に関して以下の問いに答えよ.

- (i) S_4 の位数 12 の部分群は 4 次交代群 A_4 に限ることを示せ.
(ii) S_4 の位数 8 の部分群を全て求めよ.
(iii) S_5 の位数 8 の部分群は全部で何個あるか答えよ.

VIII $f(x) = (x^3 - 3)(x^2 - 13)$ とする.

- (1) $f(x)$ の $\mathbb{Q}$ 上の最小分解体を L としたとき, $G = \text{Gal}(L/\mathbb{Q})$ を求めよ. また, L に含まれる $\mathbb{Q}$ の 2 次拡大を全て求めよ.
(2) $f(x)$ の $\mathbb{F}_5$ 上の最小分解体を, $\mathbb{F}_q$ の形で書け.

IX 領域 $D = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z| < 2\}$ で正則な関数 $f(z)$ について, 任意の整数 n に対し

$$a_n = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{\zeta^{n+1}} d\zeta$$

とする. ここで C は中心が原点で半径が 1 の円周を表す. 次の問いに答えよ.

- (1) D の任意の点 z において, 2 つの級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ と $\sum_{n=1}^{\infty} a_{-n} z^{-n}$ は収束して

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n + \sum_{n=1}^{\infty} a_{-n} z^{-n}$$

を満たすことを示せ.

- (2) D の任意の点 z において, 2 つの級数 $\sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n$ と $\sum_{n=1}^{\infty} b_{-n} z^{-n}$ が収束して

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n + \sum_{n=1}^{\infty} b_{-n} z^{-n}$$

を満たすならば, 任意の整数 n に対し $a_n = b_n$ となることを示せ.

- (3) $f(z)$ が D で有界ならば, 任意の自然数 n に対し $a_{-n} = 0$ となることを示せ.

- (4) $f(z) = \frac{1}{z(z-2)}$ のとき a_n を求めよ.

2026年度 早稲田大学大学院教育学研究科
修士課程 一般・外国学生入学試験問題
[専門科目・選択] 【数学教育専攻】

[X] 以下の問いに答えよ.

- (1) 位相空間 X から位相空間 Y への連続写像 $f: X \rightarrow Y$ が閉写像であることの定義を述べよ.
- (2) 単位閉区間 $I = [0, 1]$ から I への任意の連続写像は閉写像であることを示せ.
- (3) 実数直線 $\mathbb{R}$ から $\mathbb{R}$ への連続写像で, 閉写像ではないものの例を示せ.

[XI] 通常の位相が与えられているユークリッド平面 $\mathbb{R}^2$ の部分位相空間を考える.

$$A_1 = \{(0, y) \mid y \in \mathbb{R}, -1 \leq y \leq 1\},$$

$$A_2 = \{(1, y) \mid y \in \mathbb{R}, -1 \leq y \leq 1\},$$

$$A_3 = \{(x, -1) \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 1\},$$

$$A_4 = \{(x, 0) \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 1\},$$

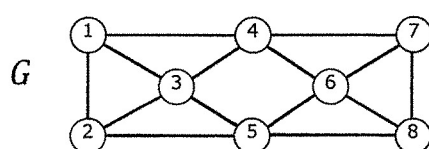
$$A_5 = \{(x, 1) \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 1\}$$

とおき, $\Gamma = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ とおく. Γ の空でない部分集合 S に対して和集合 $\bigcup_{i \in S} A_i$ を考える.

- (1) これら 31 個の位相空間の同相類を求めよ. 理由も述べよ. 証明をすべて述べなくてもよいが, 要点を述べよ.
- (2) これら 31 個の位相空間のホモトピー同値類を求めよ. 理由も述べよ. 証明をすべて述べなくてもよいが, 要点を述べよ.

2026年度 早稲田大学大学院教育学研究科
 修士課程 一般・外国学生入学試験問題
 [専門科目・選択] 【数学教育専攻】

XII 以下に図示した無向グラフ G に関して、以下の (1)–(5) に答えよ。



- (1) G がオイラーグラフであるかどうかを答えよ。また、 G がハミルトングラフであるかどうかを答えよ。
- (2) G の染色数 $\chi(G)$ および辺染色数 $\chi'(G)$ を答えよ。
- (3) G の連結度 $\kappa(G)$ および辺連結度 $\lambda(G)$ を答えよ。
- (4) 頂点 1 と頂点 8 の間の内点素な道で最大本数となるものを列挙せよ。同様に、頂点 1 と頂点 8 の間の辺素な道で最大本数となるものを列挙せよ。ここで道は頂点番号を順に並べて示すこととする。
- (5) 小問 (3), (4) の答えを用いてメンガーの定理を説明せよ。

XIII 言語 $L_1, L_2 \subset \{0, 1\}^*$ を次のように定義する。

$$L_1 := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ は少なくとも二つの } 0 \text{ を含む}\},$$

$$L_2 := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ は高々一つの } 1 \text{ を含む}\}.$$

以下の問いに答えよ。ただし、 $\overline{L_1}$ および $\overline{L_2}$ は、それぞれ、集合 $\{0, 1\}^*$ に関する L_1 および L_2 の補言語を表す (すなわち、 $\overline{L_1} := \{0, 1\}^* \setminus L_1$ および $\overline{L_2} := \{0, 1\}^* \setminus L_2$)。

- (1) $\overline{L_1}$ を受理する決定性有限オートマトン D_1 の状態遷移図をかけ。
- (2) $\overline{L_2}$ を受理する決定性有限オートマトン D_2 の状態遷移図をかけ。
- (3) $\overline{L_1} \cup \overline{L_2}$ を受理する非決定性有限オートマトン N_1 の状態遷移図をかけ。
- (4) N_1 と等価な決定性有限オートマトン D_3 の状態遷移図をかけ。
- (5) $L = L_1 \cap L_2$ を受理する決定性有限オートマトンの最簡形 (L を受理する状態数最小の決定性有限オートマトン) の状態遷移図をかけ。また、それが最簡形である理由を述べよ。

研究指導	
教員名 ()	
受験番号	
氏 名	

2026 年度 早稲田大学大学院教育学研究科
修士課程 一般・外国学生入学試験 解答用紙
[専門科目] 【数学教育専攻】

大学記入欄

問題番号
I

研究指導	
教員名 ()	
受験番号	
氏 名	

2026 年度 早稲田大学大学院教育学研究科
修士課程 一般・外国学生入学試験 解答用紙
[専門科目] 【数学教育専攻】

大学記入欄

問題番号
Ⅱ

研究指導	
教員名 ()	
受験番号	
氏 名	

2026 年度 早稲田大学大学院教育学研究科
修士課程 一般・外国学生入学試験 解答用紙
[専門科目] 【数学教育専攻】

大学記入欄

問題番号

研究指導	
教員名 ()	
受験番号	
氏 名	

2026 年度 早稲田大学大学院教育学研究科
修士課程 一般・外国学生入学試験 解答用紙
[専門科目] 【数学教育専攻】

大学記入欄

問題番号

