

2025 年度 会計研究科
アクチュアリー専門コース
< 2 - A : 一般入試 >

確 率 ・ 統 計

問 題

注意事項

- 1) この試験では、問題のほかに、解答用紙4種類（その1、その2、その3、その4）を配布します。
- 2) 問題・解答用紙には、試験の合図があるまで触れないこと。
- 3) 問題は2～4 ページに記載されています。
- 4) 解答用紙の所定欄に受験番号・氏名を記入してください。
- 5) 解答はそれぞれの解答用紙の所定欄に記入してください。
- 6) 解答は黒または青のボールペンで書いてください（鉛筆書きは認めません）。
- 7) 修正液、修正テープの使用を認めます。
- 8) 計算機の使用を認めますが、プログラム入力またはプログラム記憶機能を有しないものに限ります。例えば、関数電卓は使用できません。
- 9) 本問題は持ち帰ること。
- 10) いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出してください。

問題 1

(1) A と B の 2 人がじゃんけんを繰り返し行う。各じゃんけんにおいて、A と B はそれぞれ以下のルールに従って無作為に手を出すものとする。

- ・ルール 1: 最初の 1 回は、A も B もグー、チョキ、パーから無作為に手を出す。
- ・ルール 2: A も B も、あいこになった直後のじゃんけんでは前回と異なる手の中から無作為に手を出す。
- ・ルール 3: A も B も、勝ち負けがついた直後のじゃんけんではグー、チョキ、パーから無作為に手を出す。

このとき、 n ($n = 1, 2, 3, \dots$) 回目のじゃんけんであいこになる確率 p_n を求めよ。なお、各じゃんけんにおいて、A と B は互いに相手の手の出し方を考慮せずに手を出すものとし、あいこの場合も 1 回と数えることとする。

(2) 公平なサイコロを投げ続けて、1 の目が最初に出るまでに投げる回数を X とおくと、 X の確率関数 $p(x) = P(X = x)$ ($x = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ。また、1 の目と 2 の目がどちらも 1 回以上出た状態に最初になるまでに投げる回数を Y とおくと、 Y の確率関数 $q(y) = P(Y = y)$ ($y = 2, 3, 4, \dots$) を求めよ。

(3) 確率変数 X が次の確率密度関数をもつ (K は定数) とき、定数 K の値と X の平均 $E(X)$ を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{K}{(x+2)^3} & x > 0 \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

(4) 区間 $(-0.5, 0.5)$ 上の一様分布に従う独立な確率変数 X, Y について、 $Z = X + Y$ の確率密度関数を求めよ。

(5) 積率母関数 $M_X(\theta) = E(e^{\theta X}) = \frac{1}{(1-2\theta)^2}$ ($\theta < 0.5$) を持つ確率変数 X について、 X の平均 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

問題 2

- (1) ある母集団分布から標本 $X_1, X_2, \dots, X_n$ ($n \geq 2$)を抽出するとき、標本平均 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ の2次モーメント $E(\bar{X}^2)$ ならびに3次モーメント $E(\bar{X}^3)$ を求めよ。ただし、各標本 X_i は平均 $E(X_i) = 0$ であり、2次モーメントと3次モーメントは $\mu_2 = E(X_i^2)$, $\mu_3 = E(X_i^3)$ と表す。

- (2) 区間 $(0, a)$ 上の一様分布を母集団とする母集団分布から標本 $X_1, X_2, \dots, X_n$ ($n \geq 2$)を抽出する。標本の最大値を Y とにおいて、統計量 S を次のように定める。

$$S = h(n) \times Y$$

このとき、 Y の確率密度関数を求めよ。また、 S が a の不偏推定量となるような n の関数 $h(n)$ を求めよ。

- (3) 確率密度関数 $f(x) = \frac{\beta}{2} \exp(-\beta|x|)$ ($|x|$ は x の絶対値)をもつ母集団から次の標本値を得た。最尤法によりパラメータ β を推定するときの尤度関数と、 β の最尤推定値を示せ。

-4, 2, -1, 5

- (4) あるファーストフード店が出すポテトの重量(g)について、分散20で平均 μ が未知の正規分布 $N(\mu, 20)$ に従うことがわかっている。この店でポテトを5つ購入して、それぞれの重量を測ったところ次の数値であったとき、平均 μ の95%信頼区間を示せ。

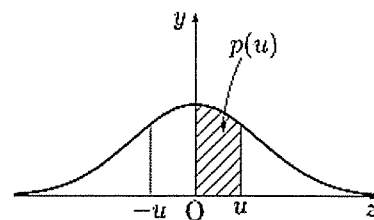
80g 70g 75g 80g 70g

- (5) 表が出やすく細工されたコインが普通のコインと混じり合ってしまい、取り出したコインがどちらのコインであるか確かめたい。表が出る確率を p とおき、次の仮説検定を行う。

$$\text{帰無仮説 } H_0: p = 0.9 \quad \text{対立仮説 } H_1: p = 0.5$$

コインを3回投げて表が出た回数(X とおく)に基づいて有意水準5%で仮説検定を行うときの棄却域とその検出力を示せ。ただし、棄却域は、第1種の誤り確率が有意水準を超えず、かつ検出力が最大になるように取ること。

正 規 分 布 表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900

(以下余白)

番 号					
氏 名					

解答用紙（その 1）

問題 1

番 号					
氏 名					

解答用紙（その2）

問題 1

番 号					
氏 名					

解答用紙（その 3）

問題 2

番 号					
氏 名					

解答用紙（その4）

問題 2