

2024年9月・2025年4月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

機械科学・航空宇宙専攻

問題表紙

- ◎問題用紙が 6 ページあることを試験開始直後に確認しなさい。
◎解答用紙が 4 枚綴りが 1 組あることを試験開始直後に確認しなさい。
◎すべての解答用紙の所定欄に受験番号・氏名を必ず記入しなさい。

注意事項

1. 選択方法

- (1) 問題 1, 問題 2 は共通科目である。これら 2 題はすべて解答すること。
(2) 問題 3, 問題 4, 問題 5, 問題 6 は選択科目問題である。これら 4 題の中から合計 2 題を選択して解答すること。選択科目問題を 2 題よりも多く解答した場合には、すべての解答を無効とする。

区分	問題 番号	科目名	解答方法
共通 科目	1	数学 力学	左記 2 題をすべて解答すること。
	2		
選択 科目	3	熱力学	左記 4 題の中から合計 2 題を選択して解答すること。
	4	流体力学	
	5	材料力学	
	6	制御工学	

2. 解答方法

- (1) 解答は別紙の解答用紙のおもて面に記入すること。(裏面への記入は採点対象としない。)
(2) 問題 1, 問題 2 の解答は対応する番号があらかじめ記載された解答用紙に記入すること。
(3) 選択科目問題の解答用紙は 2 枚ある。解答用紙 1 枚ごとに 1 科目ずつ解答し、選択した問題番号と科目名を解答用紙上部の当該欄に必ず明記すること。

3. 試験時間は、共通科目と選択科目あわせて 180 分である。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： 数学

問題番号

1

【1】 (共通問題)

(1) $x \in \mathbb{R}$ を独立変数とする実変数 $y = y(x)$ に関する微分方程式の初期値問題

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(0) = y_0 \quad (1)$$

を考えよう。以下の問いに答えなさい。

(i) 微分方程式 (1) を積分形で表し、 $y = \varphi(x)$ がこの微分方程式の解であるための必要十分条件を示しなさい。(ii) 次に、 $\varphi_0(x) = y_0$ として、以下のような関数列 $\{\varphi_n(x)\}$ として

$$\varphi_n(x) = y_0 + \int_0^x f(t, \varphi_{n-1}(t)) dt$$

を考えよう。式 (1) において、 $f(x, y)$ が以下の関数で与えられるとき、各場合における、 $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x)$ を求めなさい。

$$(a) \quad f(x, y) = x + y, \quad y(0) = -1 \quad (b) \quad f(x, y) = x(y + 2 - x^2), \quad y(0) = 0$$

(iii) (ii) の2つの場合について、関数列の一般項 $\varphi_n(x)$ を求め、関数列 $\{\varphi_n(x)\}$ が $n \rightarrow \infty$ で収束することを示した上で、これらの微分方程式の解を求めなさい。

(2) 複素関数

$$F(z) = \frac{1}{z^4 + 1}$$

を考えよう。但し、虚数単位を i 、円周率を π とする。(i) $F(z)$ の特異点を全て求め、対応する留数を全て求めなさい。

(ii) 実関数

$$f(x) = \frac{1}{x^4 + 1}$$

に関する定積分

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

を計算しなさい。

(注意) 定数や変数などの数学記号が必要であれば、適当に定めた上で用いても良い。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： 力学

問題番号

2

図1のような、長さ l の棒で吊り下げられた2つの振り子の2質点がバネで繋がっている力学系の運動を考える。座標軸は、水平右向きを x 軸、鉛直上向きを y 軸と定義する。原点 O からは質量 m_1 の質点が吊り下げられ、更に、 $x = L$, $y = 0$ の位置からは質量 m_2 の質点が吊り下げられている。質量 m_1 の質点と質量 m_2 の質点は、自然長 L 、バネ定数 k のバネに繋がっている。棒がたわむことなく $x-y$ 平面内の運動を行うものとする。棒やバネの質量はないものとし、摩擦無く運動できるとする。重力加速度を g とする。

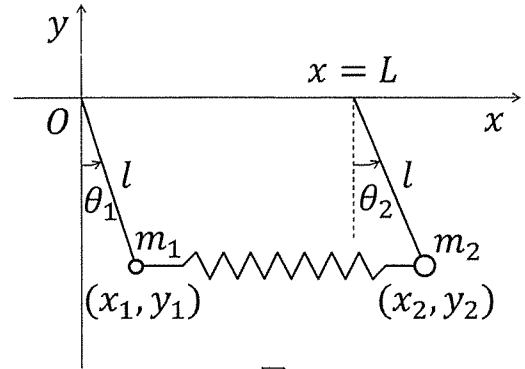


図1

- (1) 質量 m_1 の質点の座標を (x_1, y_1) 、この質点を吊るす棒と鉛直下方とのなす角を θ_1 とするとき、 x_1 と y_1 を θ_1 を用いて表しなさい。更に、質量 m_2 の質点の座標を (x_2, y_2) 、この質点を吊るす棒と鉛直下方とのなす角を θ_2 とするとき、 x_2 と y_2 を θ_2 を用いて表しなさい。答えのみ示せばよい。
- (2) 設問(1)の状態におけるバネの全長を示しなさい。答えのみ示せばよい。
- (3) 以降の設問において、振り子の振れ幅 θ_1, θ_2 は微小 ($\theta_1 \ll 1, \theta_2 \ll 1$) とする。バネの自然長 L と振り子の長さ l は同じオーダーで、 $L > l$ とする。質量 m_1 と m_2 は同じオーダーで、 $m_2 > m_1$ とする。三角関数に対してマクローリン展開を行い、オーダーが2次もしくは高次の項は無視できるものとして、バネの全長の式を示しなさい。
- (4) 2質点の運動方程式として、 θ_1, θ_2 に関する運動方程式を示しなさい。答えのみ示せばよい。
- (5) 設問(4)で求めた運動方程式の解が、 $\theta_1 = A_1 \exp(i\omega t - \phi)$, $\theta_2 = A_2 \exp(i\omega t - \phi)$ の形で書けるとする。運動方程式に代入して整理した式を示しなさい。 i は虚数単位とし、 t は時間とし、 A_1, A_2, ω, ϕ は定数とする。
- (6) 設問(5)で整理した式が、 A_1, A_2 に関して非自明解をもつための条件を示しなさい。
- (7) 全ての固有角振動数を求めなさい。更に、各々の固有角振動数に対応するモードについて、定数 A_1, A_2 が満たす関係を示しなさい。
- (8) 各モードの運動について、図を描き説明しなさい。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： 熱力学

問題番号

3

2つの温度 (T_H と T_L) で作動する理想気体の可逆カルノーサイクル (図1) を考える。状態3から4は温度 T_L の等温圧縮で Q_L (> 0) を放熱し、状態4から1は可逆断熱圧縮、状態1から2は温度 T_H ($> T_L$) の等温膨張で Q_H (> 0) を吸熱し、状態2から3は可逆断熱膨張である。比熱比は κ (一定値)、圧力は P 、温度は T 、体積は V とし、これらの状態量の微小変化は全微分であるので、 dP , dT , dV と記す。なお、体積の微小変化 dV に対応して出入りする熱は全微分量 (状態量) ではないので、 ΔQ と記す。定積比熱は C_v (一定値)、ガス定数は R (一定値) とする。

- (1) Q_L/Q_H を温度の関数として導出せよ。
 - (2) 熱効率 η を T_H , T_L で記せ。
 - (3) 熱効率 η がゼロにはならない理由を示せ。
 - (4) サイクル中の熱の出入り ΔQ を、温度 T で割った値のサイクル積分値 (つまり、 $\oint \Delta Q/T$) はゼロになることを導出せよ。
 - (5) 可逆カルノーサイクルにおいて、 $dS = \Delta Q/T$ で定義したエントロピー S は、経路によらない状態量であることを、図を使いながら説明せよ。
 - (6) 上記のサイクルの一部 (状態2から状態3の間) の過程だけを非可逆過程に変えた場合のサイクルの熱効率 η' は、可逆断熱膨張のカルノーサイクルの熱効率 η よりも小さいとする。(つまり、 $\eta' < \eta$ とする。) その時、熱力学の第二法則 $dS > \delta Q/T$ が導かれることを示せ。なお、非可逆過程における微小変化には δ の記号を用いて記すこととする。
- 更に必要な表記や記号等があれば、記したうえで解答せよ。

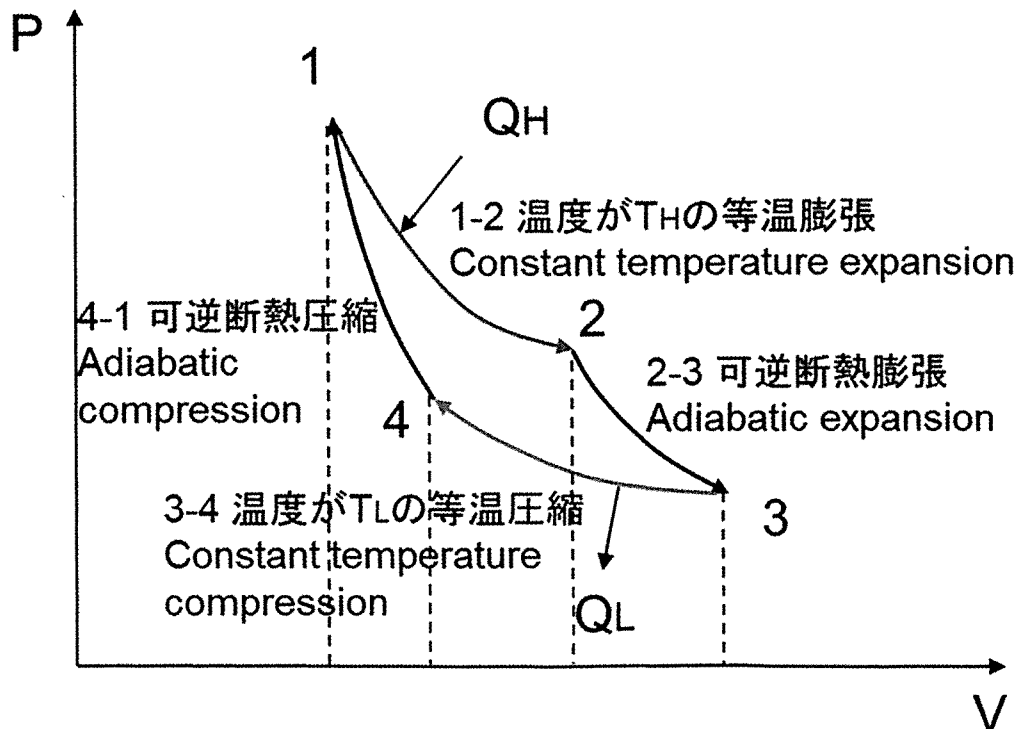


図1 可逆カルノーサイクル

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： 流体力学

問題番号

4

一次元圧縮性流体の非定常流れ場を考える。流れ場のエントロピが時間的および空間的にも一定で、断面積が一定の可逆断熱流の基礎方程式は、 ρ :流体の密度、 u :流速、 p :圧力、 κ :比熱比、 t :時間、 x :一次元座標として、次のように与えられる。

$$\text{連続方程式: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動方程式: } \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\text{等エントロピの式: } \frac{p}{\rho^\kappa} = \text{const.} \quad (3)$$

このとき、以下の設問に答えよ。ただし、計算の途中経過を省略せずに詳細に記述すること。

- (1) 特性曲線: $\frac{dx}{dt} = u + a$ に沿って、Riemann 不変量: $P = u + \frac{2a}{\kappa - 1}$ が一定、同様に、
 特性曲線: $\frac{dx}{dt} = u - a$ に沿って、Riemann 不変量: $Q = u - \frac{2a}{\kappa - 1}$ が一定に保存されることを示せ。
 ただし、 $a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$:音速である。

- (2) 図1に示すように、断面積が一定の十分に長い管路内に圧力 $p_1 = 250$ [kPa]、温度 $T_1 = 300$ [K] の高圧空気が封入され、管路端にはバルブが設置されている。バルブが全閉、管路内の高圧空気が静止している状態から、瞬間的にバルブを全開にして管路内の高圧空気を大気圧 ($p_{\text{atm}} = 101$ [kPa]) 中に流出させる。バルブを全開にすると、管路端から集中膨張波が発生して管路内を伝播することを考慮して、空気の流出速度 u_2 [m/s] と Mach 数 M_2 を求めよ。
 ただし、空気の比熱比を $\kappa = 1.4$ 、ガス定数を $R = 287$ [J/(kg · K)] とする。

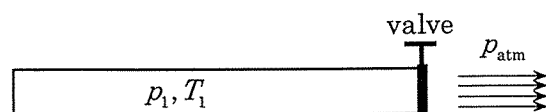


図1

- (3) 問(2)と同じ圧力 $p_1 = 250$ [kPa]、同じ温度 $T_1 = 300$ [K] の高圧空気が十分に長い管路内に封入され、静止している。管路端にノズルを設けて、この高圧空気を大気圧 ($p_{\text{atm}} = 101$ [kPa]) 中に、定常等エントロピ膨張させた場合の流速 u_3 [m/s] を計算して、問(2)で求めた u_2 [m/s] の結果と比較して差異が生じた原因を説明せよ。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： 材料力学

問題番号

5

(5-1) 図のように、半径 r （半径 r は厚さの中央部までの長さ）、厚さ t の薄肉な半円弧形状の断面（ yz 面）で x 軸（紙面の垂直方向）に沿う細長い片持ちはりがある。厚さ t は他の寸法に比べて十分小さい（ $t \ll r, l$ ）。ここで、はりの先端に偏心横荷重 Q_y を受けて曲げられた時に、ねじり変形が生じない横荷重の作用点のことをせん断中心（S点）と定義される。

以下の設問に答えなさい。

- (1) この薄肉半円弧形状断面の z 座標に関する断面2次モーメント I_z を求めなさい。
- (2) 図のように、 y 座標から θ だけ回転した部分の断面を A' （ハッチング部）とする。この断面の z 座標に関する断面1次モーメント $S_{A'}$ を求めなさい。
- (3) せん断応力は $\tau = \frac{Q_y S_{A'}}{I_z}$ として求められる。せん断応力分布を θ の関数として求め、図示しなさい。
- (4) せん断応力 τ によって生じるねじりモーメントと、横荷重 Q_y によって生じるねじりモーメントとがつり合う。このことから、せん断中心Sまでの y 軸からの距離 e を求めなさい。

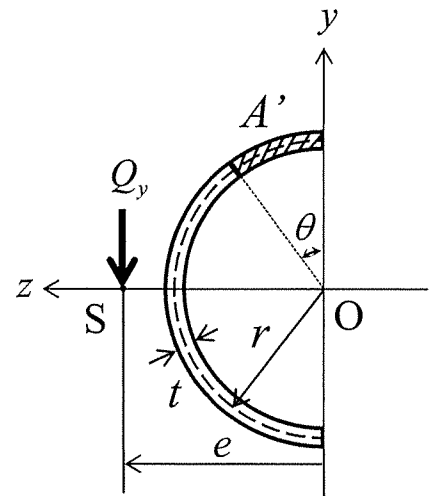


図 5-1 半円弧形状の非対称断面

(5-2) 右端部（B点）で壁に固定されている長さ $2l$ 、曲げ剛性 EI 一定のはりがある。図のように、はりの長さ半分の区間（OA）に分布荷重 f_0 （単位長さ当たりの荷重）が作用し、はりの左端部（O点）にはバネ定数 k のバネがピン結合にて取付けられている。はりとはバネの質量は無視し、無負荷の状態ではバネは自然長であると仮定する。バネが受ける反力を図のように R として、以下の設問に答えなさい。

- (1) 図のように、壁からの反力を R_B 、反モーメントを M_B とする。この系における力とモーメントのつり合い式を示しなさい。
- (2) はりを2つの区間に場合分けをして、OA間の曲げモーメントを $M_1(x)$ 、AB間のそれを $M_2(x)$ とした場合、 $M_1(x)$ および $M_2(x)$ を求めなさい。
- (3) はりに生じる弾性ひずみエネルギーを U_b 、バネのそれを U_s とする。 U_b および U_s をそれぞれ求めなさい。
- (4) カスチリャーノの第2定理から反力 R と、はりの左端部（O点）のたわみ δ_0 をそれぞれ求めなさい。

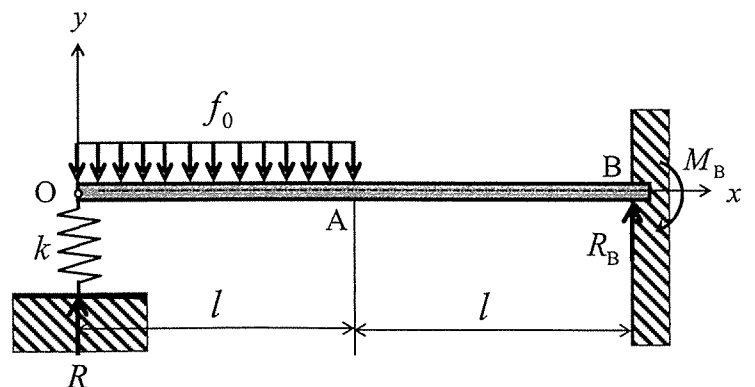


図 5-2 先端にバネが取付けられた片持ちはり

2023年9月・2024年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名: 制御工学

問題番号

6

図1のブロック線図で示されるような、制御対象が3次系で調節器が比例+積分動作であるフィードバック制御系を考える。ただし、 K_P は比例ゲイン、 T_I は積分時間、 T は制御対象の特性を表す。系の安定性に関する以下の問いに答えよ。

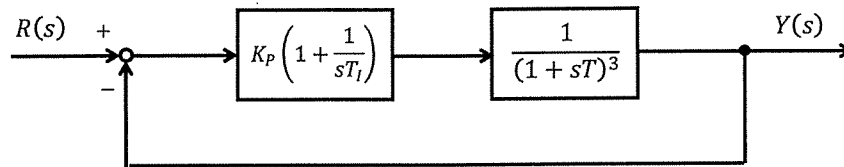


図1 フィードバック制御系のブロック線図

- (1) このフィードバック制御系の一巡伝達関数 $G(s)$ の式を書け。
- (2) 一巡周波数伝達関数の大きさ $|G(j\omega)|$ の式を書け。
- (3) 一巡周波数伝達関数の位相 $\angle G(j\omega)$ の式を書け。

ここからは、積分時間を $T_I = 2T$ とする。

- (4) $\angle G(j\omega) = -180^\circ$ となる ωT の値を求めよ。
- (5) この系が安定限界となる K_P の値を求めよ。
- (6) この系のゲイン余有が6 dBとなる K_P の値を求めよ。
- (7) (6)のとき、次の注意事項に従ってベクトル軌跡(ナイキスト線図)を描け。

注意事項

- ・横軸(実軸)の目盛は、-2から+2までとれ。
- ・縦軸(虚軸)の目盛は、-2から+2までとれ。
- ・概形ではなく数値的に正しく描け。
- ・特徴が分かるように大きく丁寧に描け。

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

2024年9月・2025年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

No.

1	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択	問題番号	1	科目名	数 学
----	------	---	-----	-----

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

2024年9月・2025年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

No.

2	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号	2	科目名	力 学
---------	---	-----	-----

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

2024年9月・2025年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

No.

3

/

4

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号		科目名	
---------	--	-----	--

