

2024年9月・2025年4月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

電子物理システム学専攻

問題表紙

- ◎問題用紙が6ページあることを試験開始直後に確認しなさい。
- ◎解答用紙が6枚綴りが1組あることを試験開始直後に確認しなさい。
- ◎すべての解答用紙の所定欄に受験番号・氏名を必ず記入しなさい。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

科目名： 力学（その1）

問題番号

1

問1 図1に示すような xz 面の原点 O を中心とする半径 a の円環上に束縛された質量 m の質点の運動について、以下の問に答えよ。ただし、摩擦および空気抵抗の影響は無視する。重力の向きは $-z$ 方向で、重力加速度を g で表す。質点の位置と原点を結んだ線分と z 軸とのなす角を θ とする。

- (1) 質点の運動エネルギーを θ を用いて表せ。
- (2) 質点のラグランジアンを θ を用いて表せ。
- (3) 質点に対するハミルトンの正準方程式を示せ。

次に、円環が z 軸を回転軸として、一定の角速度 ω で回転する場合について考える。

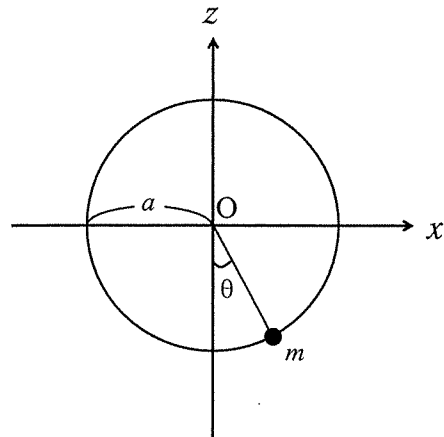


図1

- (4) 質点の z 軸周りの回転方向の速度を ω を用いて示せ。
- (5) 質点のラグランジアンを θ を用いて表せ。
- (6) 質点に対するラグランジュ方程式を示せ。
- (7) 質点が円環の最下点付近で微小振動する($\theta \ll 1$ とみなせる)とき、その振動の周期を求めよ。

問2 以下のポアソン括弧式に対する問題に答えよ。

- (1) ハミルトン形式における独立変数を $(\{q_i\}, \{p_i\})$ 、ハミルトニアンを H とするとき、ハミルトンの正準方程式をポアソン括弧式を用いて表せ。
- (2) 3次元デカルト座標における質量 m の質点の自由運動において運動量 p が保存されることをポアソン括弧式を用いて説明せよ。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

科目名： 力学（その2）問題番号 2

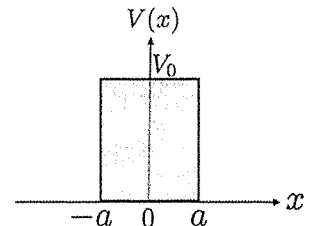
問1 質量 m の1次元自由粒子は、時間依存 Schrödinger 方程式 $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} \psi(x, t)$ を満たすとする。特に、 $t=0$ で $\psi(x, 0) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{ip_0x}{\hbar}\right]$ で与えられる波束を考えよう (σ と p_0 は実数)。公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a^2(x+\beta)^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a^2}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-a^2x^2} dx = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-a^2x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{4a^6}}$$

(a は実数, β は複素数) を用いて、以下の間に答えよ。

- (1) $\psi(x, 0)$ が規格化 $\left(\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, 0)|^2 dx = 1\right)$ されていることを示せ。
- (2) 時刻 t での物理量 $\hat{F}$ (エルミート演算子) の期待値は、 $\langle \hat{F} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x, t) \hat{F} \psi(x, t) dx$ で与えられる。このとき、 $\hat{x} = x$, $\hat{p} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$ を用いて、 $t=0$ での $\langle \hat{x} \rangle$, $\langle \hat{x}^2 \rangle$, $\langle \hat{p} \rangle$, $\langle \hat{p}^2 \rangle$ を計算せよ。
- (3) $\Delta \hat{x} = \hat{x} - \langle \hat{x} \rangle$, $\Delta \hat{p} = \hat{p} - \langle \hat{p} \rangle$ を定義したとき、 $t=0$ で $\sqrt{\langle (\Delta \hat{x})^2 \rangle \langle (\Delta \hat{p})^2 \rangle} = \frac{\hbar}{2}$ となることを示せ。
- (4) 時刻 t での波動関数が、 $\psi(x, t) = \left(\frac{\sigma^2}{4\pi^3\hbar^4}\right)^{1/4} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\sigma^2(p-p_0)^2}{2\hbar^2} + \frac{ipx}{\hbar} - \frac{ip^2t}{2m\hbar}\right) dp$ で与えられることを、時間依存 Schrödinger 方程式に直接代入することで示せ。
- (5) $\langle (\Delta \hat{p})^2 \rangle$ が時間によらないことを用いて、時刻 t での $\sqrt{\langle (\Delta \hat{x})^2 \rangle \langle (\Delta \hat{p})^2 \rangle}$ を計算せよ。

問2 右図のような高さ V_0 , 幅 $2a$ の矩形型ポテンシャルを考える。質量 m の粒子が、エネルギー E で $x = -\infty$ から入射する場合、その運動を記述する定常1次元 Schrödinger 方程式は、以下のように与えられる。以下の間に答えよ。



$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right\} \phi(x) = E\phi(x), \quad V(x) = \begin{cases} 0 & (a < |x|) \\ V_0 & (-a < x < a) \end{cases}$$

(1) $E > V_0$ としたとき、一般解は

$$\phi(x) = \begin{cases} e^{ikx} + Ae^{-ikx} & (x < -a) \\ Be^{iqx} + Ce^{-iqx} & (-a < x < a) \\ De^{ikx} & (a < x) \end{cases}$$

(A, B, C, D : 定数) で与えられる。 $k, q > 0$ として、 k と q を E を用いて表せ。

- (2) $x = -a$ と $x = a$ における、 $\phi(x)$ と $\frac{d\phi(x)}{dx}$ に関する接続条件式を書き下せ。
- (3) (2) の結果を用いて、反射率 ($|A|^2$) と透過率 ($|D|^2$) を求めよ。
- (4) 透過率が1となるのはどのような場合か述べよ。
- (5) $E < V_0$ としたとき、一般解は

$$\phi(x) = \begin{cases} e^{ikx} + A'e^{-ikx} & (x < -a) \\ B'e^{\kappa x} + C'e^{-\kappa x} & (-a < x < a) \\ D'e^{ikx} & (a < x) \end{cases}$$

(A', B', C', D' : 定数) で与えられる。このとき、反射率 ($|A|^2$) と透過率 ($|D|^2$) を求めよ。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

科目名: 電磁気学 (その1)

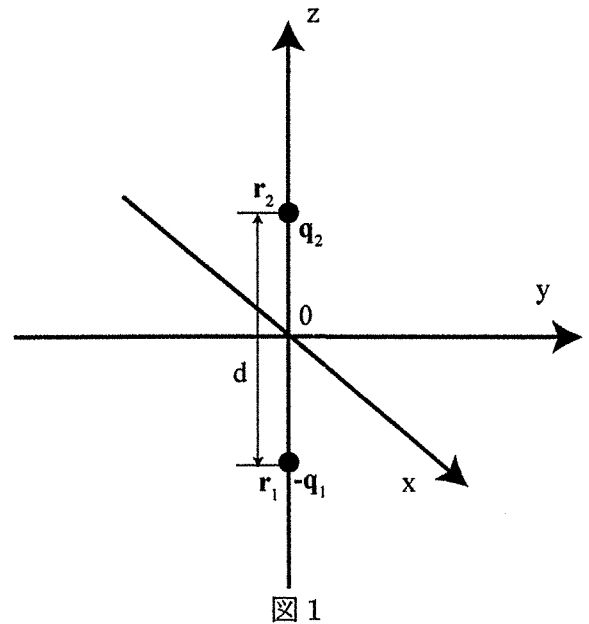
問題番号

1

問1

図1に示すように、点 r_1 と点 r_2 の電荷 $-q_1$, $+q_2$ を考える。ここで、 $q_2 > q_1 > 0$ であるとする。2つの電荷の距離は d であり、 $r_1=(0, 0, -d/2)$, $r_2=(0, 0, +d/2)$ とする。真空中の誘電率を ϵ_0 とする。

- (1) 位置 $r=(x, y, z)$ での電場を求めよ。 $|r|$ が d よりも小さい領域（原点付近など）も対象とする。
 (2) $|r| \gg d$ であるとした場合の電場の近似式を求めよ。



問2

ベクトル場

$$A = [x \log_{10} S, y \log_{10} S, z \log_{10} S]$$

$$B = [y \log_{10} S, z \log_{10} S, x \log_{10} S]$$

$$C = [z \log_{10} S, x \log_{10} S, y \log_{10} S]$$

がある。ここで、

$$S = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 1} \quad \text{とする。}$$

以下の問いに答えよ。

- (1) ベクトル場 A の発散を求めよ。
 (2) ベクトル場 $B-C$ の発散を求めよ。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

科目名： 電磁気学（その2）

問題番号

2

問3 図1の様に、 x 軸上の O 点を中心とし、半径 a の円形コイルが x 軸に垂直に配置されている。円形コイルに定常電流 I が流れている時、 O 点を原点として x 軸上で距離 b だけ離れた位置にある Q 点に生じる磁場 H について、次の問いに答えよ。

(1) $b = 0$ の時の Q 点(O 点と一致)に生じる磁場 H の大きさ H を求めよ。

(2) 円形コイル上の P 点にある長さ ds の微小な円弧上の電流が Q 点に作る微小な磁場 dH の大きさ dH を求めよ。また、三角形 OPQ は紙面上にあり、 P 点の微小な円弧上の電流の向きが紙面に垂直であるとし、 OQ と PQ とのなす角 θ を用いて、微小な磁場 dH の向きを図示せよ。

(3) Q 点に生じる磁場 H の大きさ H を(2)で求めた微小な磁場 dH の大きさ dH を用いて表せ。

(4) Q 点に生じる磁場 H の大きさ H を求めよ。

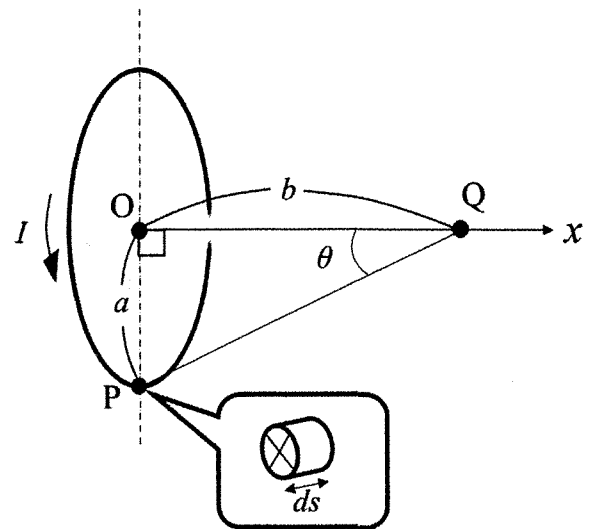


図1

問4 次の問いに答えよ。

(1) 4つのマクスウェルの方程式をベクトル表記で記述し、それぞれの式の呼称を書け。ただし、誘電率 ϵ 、透磁率を μ 、導電率を σ 、電荷密度を ρ とせよ。また、図を用いてそれぞれの意味することを説明せよ。

(2) (1)で記述した式群より、電荷密度を $\rho = 0$ として、電場に関する波動方程式を導出せよ。ただし、導出の過程も示せ。

(3) z 軸に垂直な x - y 平面上で電場も磁場も一定である場合を考える。このときの電場に関する波動方程式を示し、その解の一つとしての y 偏波の波動の式を求めよ。ただし、波動の振幅を A 、角周波数を ω 、波数を k とせよ。

(4) (3)で求めた波動の式から、その位相速度を求めよ。

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

科目名： 回路理論 (その1)

問題番号

1

問1

図1の回路は、角周波数 ω の交流電流源 $\dot{J}$ 、固定コンダクタンス g 、固定インダクタンス L 、可変コンダクタンス G 、可変キャパシタンス C から成り立つ。負荷（端子2-2'間）である可変コンダクタンス G とキャパシタンス C の両端の電圧を $\dot{V}$ 、端子1-2間を流れる電流を $\dot{I}$ とする。ただし、 g 、 L 、 G 、 C および ω はすべて正の実数とする。

(1) $\dot{V}$ を $\dot{J}$ 、 g 、 L 、 G 、 C および角周波数 ω により表せ。

(2) $\dot{I}$ を $\dot{J}$ 、 g 、 L 、 G 、 C および角周波数 ω により表せ。

(3) (1)の複素共役である $\dot{V}^*$ を $\dot{J}^*$ 、 g 、 L 、 G 、 C および角周波数 ω により表せ。

(4) 電圧 $\dot{V}$ 、電流 $\dot{I}$ にて、負荷で消費される有効電力が $\text{Re}(\dot{V}^* \dot{I})$ で表されることを負荷アドミタンス $A+jB$ を用い、説明せよ。ただし、 A 、 B は実数、 Re は()内の実数部を表す。

(5) (4)で説明した「有効電力 $=\text{Re}(\dot{V}^* \dot{I})$ 」を利用し、可変コンダクタンス G と可変キャパシタンス C の両端で消費される有効電力を $|\dot{J}|$ 、 g 、 L 、 G 、 C および角周波数 ω により表せ。

(6) G と C がともに変化する場合の、(5)の有効電力の最大値をあたえる G と C を求めよ。また、有効電力の最大値を求めよ。

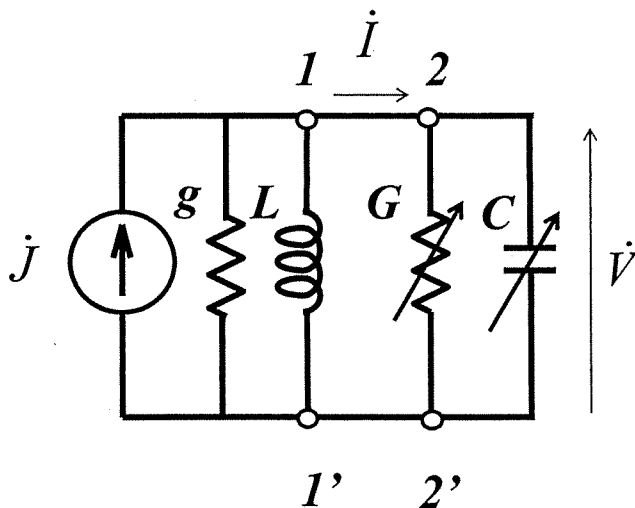


図1

2024年9月・2025年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

科目名: 回路理論(その2)

問題番号 2

問2

図2(a)は抵抗 R_1 と R_2 、インダクタンス L_1 、キャパシタンス C_1 からなる2端子対回路である。図2(a)に示すように、時刻 t において、端子1と2から流れ込む電流をそれぞれ $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ とし、1-1'間および2-2'間の電圧をそれぞれ $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ とする。

(1) 図2(a)の回路の2-2'を開放した状態で1-1'に角周波数 ω の交流電圧源を接続したとき、1-1'から見た回路の(複素)合成インピーダンスを R_1 、 R_2 、 L_1 、 C_1 、 ω で表せ。

(2) 図2(a)の2端子対回路について、アドミタンスパラメータを用いて下の連立方程式①で表す。ただし、 V_1 、 V_2 をそれぞれ $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ のフェーザ、 I_1 、 I_2 もそれぞれ $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ のフェーザとする。 Y_{11} 、 Y_{12} 、 Y_{21} 、 Y_{22} をそれぞれ R_1 、 R_2 、 L_1 、 C_1 、 ω で表せ。

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \dots \textcircled{1}, \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \dots \textcircled{2}$$

(3) 図2(a)の2端子対回路について、4端子定数を用いて上の連立方程式②で表すとき、 A 、 B 、 C 、 D をそれぞれ R_1 、 R_2 、 L_1 、 C_1 、 ω で表せ。

(4) 図2(a)の回路の2-2'を開放したまま、図2(b)に示す $v_1(t)$ を1-1'に印加した。 $v_1 = E$ としたまま定常状態($t \rightarrow \infty$)になったときの回路をなるべく簡単な等価回路図で示せ。また、定常状態での $i_1(\infty)$ を求めよ。

(5) 図2(a)の回路の2-2'を開放したまま、図2(b)に示す $v_1(t)$ を1-1'に印加した。 $E = 1$ [V]、 $L_1 = 1$ [H]、 $R_1 = R_2 = 1$ [Ω]、 $C_1 = 1$ [F] として、時刻 $t \geq 0$ における $i_1(t)$ を求めよ。ただし、 $t < 0$ において回路は静止状態にあったものとする。

(6) 図2(a)の回路の2-2'を開放したまま、図2(c)に示す $v_1(t)$ を1-1'に印加した。 $E = 1$ [V]、 $L_1 = 1$ [H]、 $R_1 = R_2 = 1$ [Ω]、 $C_1 = 1$ [F] として、時刻 $t \geq T$ における $i_1(t)$ を求めよ。ただし、 $t < 0$ において回路は静止状態にあったものとする。

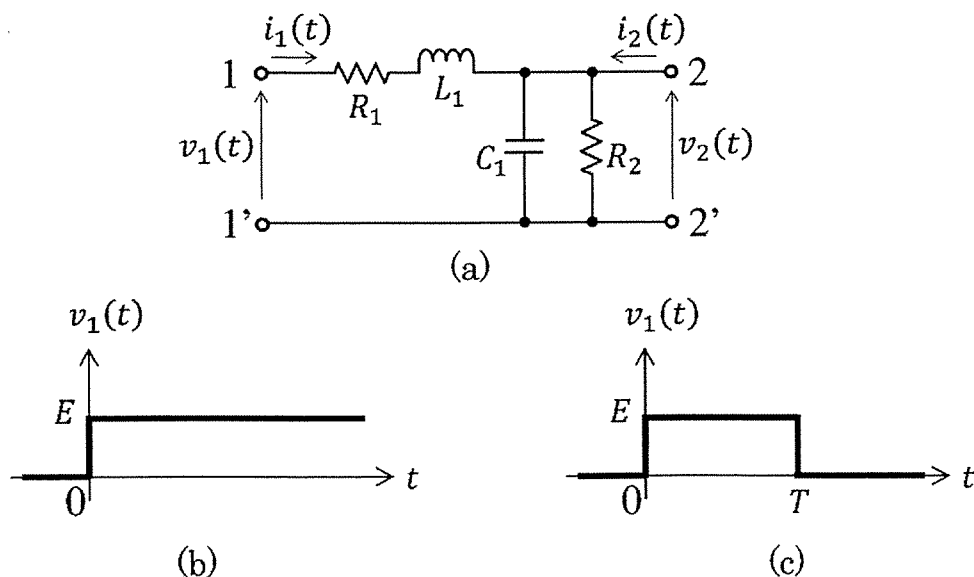


図2

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

No.

1	/	6
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

問題番号	1	科目名	力学（その1）
------	---	-----	---------

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

2024年9月・2025年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

No.

2	/	6
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可	問題番号	2	科目名	力学（その2）

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

No.

3	/	6
---	---	---

採点欄

2024年9月・2025年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

※裏面の使用は不可

問題番号	1	科目名	電磁気学（その1）
------	---	-----	-----------

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

2024年9月・2025年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

No.

4	/	6
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可	問題番号	2	科目名	電磁気学（その2）

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

2024年9月・2025年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

No.	5	/	6
採点欄			

※裏面の使用は不可

問題番号	1	科目名	回路理論（その1）
------	---	-----	-----------

受験番号					
氏 名					

※「1」と「7」、「4」と「9」は明確に区別すること

2024年9月・2025年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程 電子物理システム学専攻

No.

6	/	6
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可	問題番号	2	科目名	回路理論（その2）