

2024年度 会計研究科
アクチュアリー専門コース
< 2 - A : 一般入試 >

確率・統計

問題

注意事項

- 1) この試験では、問題のほかに、解答用紙4種類（その1、その2、その3、その4）を配布します。
- 2) 問題・解答用紙には、試験の合図があるまで触れないこと。
- 3) 問題は2～4ページに記載されています。
- 4) 解答用紙の所定欄に受験番号・氏名を記入してください。
- 5) 解答はそれぞれの解答用紙の所定欄に記入してください。
- 6) 解答は黒または青のボールペンで書いてください（鉛筆書きは認めません）。
- 7) 修正液、修正テープの使用を認めません。
- 8) 計算機の使用を認めますが、プログラム入力またはプログラム記憶機能を有しないものに限りません。例えば、関数電卓は使用できません。
- 9) 本問題は持ち帰ること。
- 10) いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出してください。

問題 1

- (1) 2つの箱があり、1つの箱 A には 2 個の赤玉と 2 個の白玉が入っており、もう 1 つの箱 B には 3 個の赤玉と 1 個の白玉が入っている。2つの箱から 1つを無作為に選び、その箱から一度に 2 個同時に玉を取り出したところ、2 個とも赤玉であった。このとき、選ばれた箱が A である確率を求めよ。
- (2) 公平なサイコロを 2 回投げたとき、1 または 2 の目が出る回数を X 、3 または 4 の目が出る回数を Y とおく。 $E(XY)$ および X と Y の共分散を求めよ。
- (3) 確率変数 X が次の確率密度関数をもつ (K は定数) とき、定数 K の値と X の分散 $V(X)$ を答えよ。

$$f(x) = Ke^{-x^2}$$

- (4) 平均 2 の指数分布に従う独立な確率変数 X, Y について、 X の積率母関数 $M_X(t) = E(e^{tX})$ および $Z = \frac{X+Y}{2}$ の積率母関数 $M_Z(t) = E(e^{tZ})$ を求めよ。
- (5) 確率変数 X が次の確率密度関数をもつパレート分布に従うとき、 $Z = \sqrt{X}$ の累積分布関数と確率密度関数を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} & x > 0 \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

問題 2

(1) 区間(0,1)上の一様分布を母集団とする母集団分布から標本 X_1, X_2, X_3 を抽出する。標本の中央値 (X_1, X_2, X_3 のうち 2 番目に大きい値) を Z とおくとき、 Z の確率密度関数と平均を答えよ。

(2) 平均 λ のポアソン分布を母集団とする母集団分布から標本 X_1, X_2 を抽出した。統計量 $S = aX_1 + \frac{1}{3}X_2$ (a は定数) は λ の不偏推定量である。このとき定数 a の値を求めよ。また、統計量 S の分散を λ を用いた式で求めよ。

(3) パラメータ $0 < p < 1$ の幾何分布

$$P(X = k) = p(1 - p)^k \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

に従う母集団から次の標本値を得た。モーメント法によりパラメータ p を推定するとき、 p の推定値を求めよ。

3, 1, 5, 7

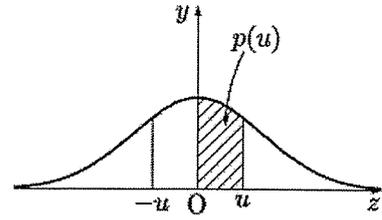
(4) ある政策の支持率を予想するために、全有権者から無作為に n 人 (n は偶数とする) を抽出して調査を行ったところ、ちょうど半数が支持、半数が不支持と回答した。全有権者における支持率を p とおくとき、 p の 95%信頼区間を求めよ。さらに、この p の 95%信頼区間の幅 (信頼区間の上限と下限の差) が 0.02 以下となるには n がいくつ以上であればよいか求めよ。

(5) 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 の下で、離散確率変数 X は下表の確率分布を持つとする。

x	1	2	3	4	5
$P(X = x H_0)$	0.90	0.04	0.03	0.02	0.01
$P(X = x H_1)$	0.02	0.03	0.90	0.03	0.02

帰無仮説 H_0 を対立仮説 H_1 に対して検定するとき、第 1 種の誤りの起こる確率がちょうど 0.05 であるような棄却域 W ($\{1, 2, 3, 4, 5\}$ の部分集合) を全て列挙し、それぞれの棄却域における第 2 種の誤りの起こる確率を求めよ。

正規分布表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900

(以下余白)

番号					
氏名					

解答用紙 (その1)

問題1

番号					
氏名					

解答用紙 (その2)

問題1

番号					
氏名					

解答用紙 (その3)

問題2

番号					
氏名					

解答用紙 (その4)

問題 2