

## 2023 年度 会計研究科

## アクチュアリー専門コース

## &lt; 2 - A : 一般入試 &gt;

## 確 率 ・ 統 計

## 問 題

## 注意事項

- 1) この試験では、問題のほかに、解答用紙4種類（その1、その2、その3、その4）を配布します。
- 2) 問題・解答用紙には、試験の合図があるまで触れないこと。
- 3) 問題は2～4ページに記載されています。
- 4) 解答用紙の所定欄に受験番号・氏名を記入してください。
- 5) 解答はそれぞれの解答用紙の所定欄に記入してください。
- 6) 解答は黒または青のボールペンで書いてください（鉛筆書きは認めません）。
- 7) 修正液、修正テープの使用を認めません。
- 8) 計算機の使用を認めますが、プログラム入力またはプログラム記憶機能を有しないものに限りません。例えば、関数電卓は使用できません。
- 9) 本問題は持ち帰ること。
- 10) いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出してください。

問題 1

(1) 1つのサイコロを振る試行を3回繰り返すこととする。1回目と3回目の試行でともに6の目が出る事象をA、1回目と2回目の試行でともに5以上の目が出る事象をB、2回目と3回目の試行でともに3の倍数の目が出る事象をCとする。このとき、事象A、B、Cのいずれかが発生する確率を求めよ。

(2) 区間(0,4)上の一様分布に従う確率変数Xについて、Xの小数点以下第1位を四捨五入して整数にしたものを確率変数Yとするとき、Yの平均E(Y)と分散V(Y)を求めよ。

(3) 確率変数Xが次の確率密度関数をもつ (Kは定数) とき、定数Kの値とXの平均E(X)を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} Kx(1-x)^3 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

(4) 平均 $\mu$ 、分散 $\sigma^2$ の正規分布に従う独立な2つの確率変数X, Yについて、 $Z = X - Y$ の確率密度関数を示せ。

(5) 確率変数Xが次式のポアソン分布に従うとき、Xの確率母関数 $g_X(t) = E(t^X)$ を求めよ。

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \quad (x = 0, 1, 2, \dots)$$

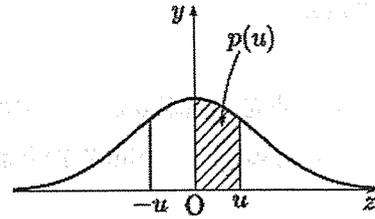
問題2

- (1) 独立な確率変数 $X, Y$ が次の確率密度関数をもつパレート分布に従い、 $X, Y$ のうち小さい方の値 $Z = \min(X, Y)$ とおくとき、 $Z$ の累積分布関数 $F(z) = P(Z \leq z)$ を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} & x > 0 \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

- (2) 当たりくじが $n$ 本、はずれくじが5本入った箱から、無作為に3本のくじを引いたところ、1本が当たりくじで2本がはずれくじであった。このとき、当たりくじの本数 $n$ に対する尤度関数を示し、 $n$ の最尤推定値を求めよ。ただし、一度引いたくじは箱に戻さないものとする。
- (3) 平均0、分散 $\sigma^2$ の正規分布に従う独立な標本 $X_1, \dots, X_n$ から、分散の推定量 $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ を作るとき、推定量の平均 $E(\hat{\sigma}^2)$ と分散 $V(\hat{\sigma}^2)$ を求めよ。
- (4) ある政策の支持率を予想するために、母集団から男性100人、女性100人をそれぞれ無作為に抽出して調査を行ったところ男性は20人、女性は10人が支持すると回答した。母集団全体の男性の支持率を $p$ 、女性の支持率を $q$ とおくとき、男性の支持率 $p$ の95%信頼区間と、男女の支持率差 $p - q$ の95%信頼区間をそれぞれ求めよ。
- (5) 平均 $\mu$ 、分散64の正規分布に従う独立な標本 $X_1, \dots, X_4$ を得て、その標本平均 $\bar{X} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 X_i$ に基づいて帰無仮説 $H_0: \mu = 1.5$ と対立仮説 $H_1: \mu = 6$ を有意水準5%で検定するとき、この検定の検出力を求めよ。

# 正規分布表



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900

(以下余白)

番号					
氏名					

解答用紙 (その1)

問題 1

番号					
氏名					

解答用紙 (その2)

問題1

番号					
氏名					

解答用紙 (その3)

問題2

番号					
氏名					

解答用紙 (その4)

問題2