

数 学

(問 題)

2024年度

〈2024 R 06180015 (数学)〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 解答用紙記入上の注意
 - (1) 解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離さないこと。
7. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
8. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 次の各問の解答を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(1) $\frac{4}{9}$ を 2 進法の循環小数で表せ。

(2) x 座標, y 座標, z 座標がすべて整数であるような xyz 空間の点を格子点と呼ぶ。頂点がすべて格子点であるような xyz 空間内の正 6 角形の 1 辺の長さの最小値を求めよ。

(3) xy 平面上の多角形で, x 軸はこの多角形の対称軸であり, 直線 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ もこの多角形の対称軸であるものを考える。このような多角形の辺の数の最小値を求めよ。

(4) xy 平面上に 3 点 $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$ をとる。点 (x,y) が三角形 OAB の周および内部を動くときに点 $(x+y, xy)$ が動く範囲の面積を求めよ。

2 3 つの複素数 z_1, z_2, z_3 に関する条件 P を次のように定める。

P : 「 z_1, z_2, z_3 はどれも 0 ではなく, 互いに異なり, かつ

$$\{z_1^n \mid n \text{ は整数}\} = \{z_2^n \mid n \text{ は整数}\} = \{z_3^n \mid n \text{ は整数}\}$$

である。」

次の問いに答えよ。

(1) 3 つの複素数 z_1, z_2, z_3 が条件 P を満たしているとする。このとき $|z_1| = 1$ であることを示せ。また集合 $\{z_1^n \mid n \text{ は整数}\}$ の要素の個数は有限であることを示せ。

(2) 条件 P を満たす 3 つの複素数 z_1, z_2, z_3 のうち, 集合 $\{z_1^n \mid n \text{ は整数}\}$ の要素の個数が最小となるものを考える。このとき集合 $\{z_1^n \mid n \text{ は整数}\}$ を求めよ。

3 放物線 $C : y = x^2$ 上に点 $P(t, t^2)$ をとる。 C の点 P における法線上に点 Q を、 $PQ = 1$ であり、点 Q の y 座標が点 P の y 座標よりも大きくなるようにとる。点 Q の x 座標を $f(t)$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $f(t)$ を求めよ。

(2) t が $0 \leq t$ の範囲を動くときの $f(t)$ の最小値を求めよ。

4 xy 平面上の原点 O を中心とする単位円を考える。この円周上に点 P をとり、 O を極、 x 軸の正の部分が始線とする点 P の偏角を θ とする。さらに、偏角が 3θ となる点 Q をこの円周上にとる。点 P を通る x 軸に垂直な直線と点 Q を通る y 軸に垂直な直線の交点を R とする。次の問いに答えよ。

(1) θ が 0 から 2π まで変化するとき、点 R の軌跡の概形をかけ。

(2) (1) の点 R の軌跡によって囲まれた部分の面積を求めよ。

(3) (1) の点 R の軌跡によって囲まれた部分を、 x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

[以 下 余 白]

〈2024 R 06180015 (数学)〉

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

	1(1)	1(2)	1(3)	1(4)	2(1)	2(2)	3(1)	3(2)	4(1)	4(2)	4(3)
採点欄											

〈2024 R 06180015 (数学)〉

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

数 学 (解答用紙)

2

1

(1)	

(2)	

(3)	

(4)	

3

4