

2023年9月・2024年4月入学試験

大学院先進理工学研究科修士課程

共同原子力専攻

問題表紙

- ◎問題用紙が 6 ページあることを試験開始直後に確認してください。
- ◎解答用紙が 4 枚綴りが 1 組あることを試験開始直後に確認してください。
- ◎6 題中 4 題選択し解答してください。
- ◎選択した 4 題それぞれについて 1 枚の解答用紙を用いてください。
- ◎すべての解答用紙の所定欄に受験番号・氏名を必ず記入してください。
- ◎解答用紙の裏面は使用しないでください。

科目	問題番号
数学一般(微積分, 微分方程式, 変分法)	1, 2
力学	3, 4
電磁気学	5, 6

2023年9月・2024年4月入学試験問題
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻
科目名： 数学一般(その1)

問題番号

1

(1) 関数 $f(x, y) = x^4 - 4xy + 2y^2$ について次の問いに答えよ。

(a) 曲面 $z = f(x, y)$ 上の点 $(1, 0, 1)$ における接平面の方程式を求めよ。

(b) $f(x, y)$ の極値をすべて求めよ。

Answer the following questions for the function $f(x, y) = x^4 - 4xy + 2y^2$.

(a) Find the equation of the tangent plane to the surface $z = f(x, y)$ at the point $(1, 0, 1)$.

(b) Find all the extreme values of $f(x, y)$.

(2) 次の微分方程式の初期値問題を解け。

$$x'(t) = x(t) - x(t)^3, \quad x(0) = \frac{1}{2}$$

Solve the following initial value problem of the differential equation.

$$x'(t) = x(t) - x(t)^3, \quad x(0) = \frac{1}{2}$$

2023年9月・2024年4月入学試験問題
 大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻
 科目名： _____ 数学一般(その2) _____

問題番号 2

(1) 関数 $f(x, y)$ を

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{3x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

と定める。このとき次の問いに答えよ。

(a) $f(x, y)$ が原点で連続であるかどうか判定せよ。

(b) 次の積分の値を求めよ。

$$\iint_D f(x, y) \, dx dy, \quad D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \ 0 \leq y \leq x\}$$

Define the function $f(x, y)$ by

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{3x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

Answer the following questions.

(a) Determine whether $f(x, y)$ is continuous at the origin.

(b) Find the value of the following integral.

$$\iint_D f(x, y) \, dx dy, \quad D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \ 0 \leq y \leq x\}$$

(2) 次の微分方程式を解け。

$$(2xy^3 - 3)dx + (3x^2y^2 + 5)dy = 0$$

Solve the following differential equation.

$$(2xy^3 - 3)dx + (3x^2y^2 + 5)dy = 0$$

2023年9月・2024年4月入学試験問題
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

科目名: _____ 力学(その1) _____

問題番号

3

図1(Fig. 1)のように質量(mass) m の人工衛星(satellite)が、質量 M の地球(the earth)の周囲(around)を楕円軌道(elliptical orbit)で周回している(orbiting)。地球から遠地点(apogee)と近地点(perigee)までの距離(distance)をそれぞれ r_1 と r_2 とする。万有引力定数(universal gravitational constant)を G とする。以下の設問に答えよ。なお、推進剤(propellant)の噴出(ejection)による人工衛星の質量減少(decrease)は無視できる(negligible)とする。

- (1) 人工衛星の遠地点と近地点における速度(velocity) v_1 と v_2 を求めよ。
- (2) 人工衛星が遠地点で軌道の接線方向(tangential direction)に燃料を噴出して速度を増大させ(increase), 半径(radius) r_1 の円軌道(circular orbit)に移るためには, 速度を何倍に増大させなければならないか求めよ。なお, 衛星の速度は推進剤の噴出時に瞬時(instantaneously)に目標の速度に達するとしてよい。
- (3) 人工衛星が遠地点で軌道の接線方向に燃料を噴出して速度を増大させ, この人工衛星が地球から無限の遠方(far distance at infinity)に遠ざかるためには, 速度を少なくとも何倍にしなければならないか求めよ。

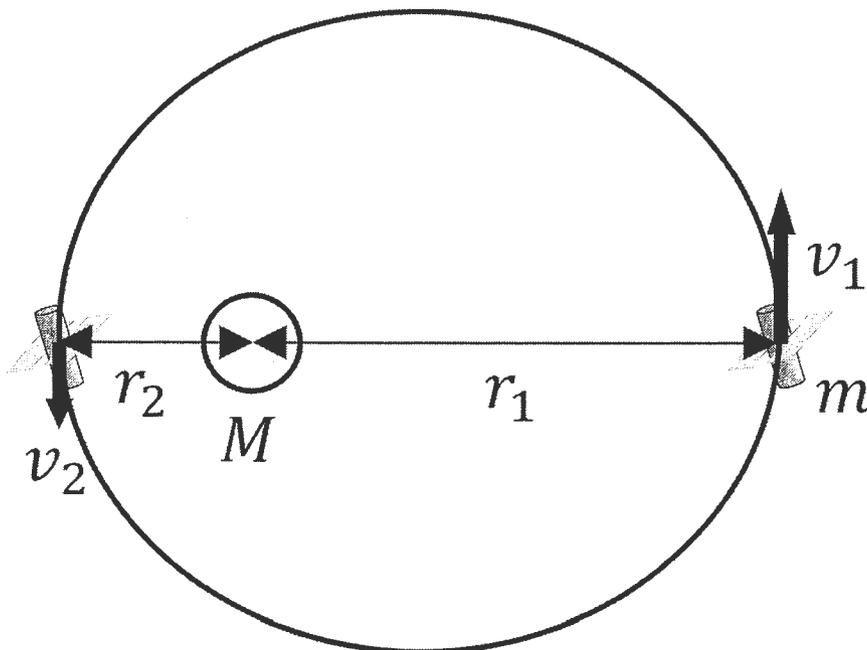


図1 (Fig. 1)

2023年9月・2024年4月入学試験問題
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻
科目名： _____ 力学(その2) _____

問題番号

4

図1 (Fig. 1) のように同軸上(coaxially)に固定 (fix) された質量 (mass) M の球(sphere)A と、その上に接触 (in contact with) している質量 m の球Bがある。2つの球は質点 (point mass) として扱い、これらの大きさ (size) は考えない (ignore) こととする。球Aと球Bを同時に高さ H から自由落下 (free fall) させ、球Aが床(floor)と衝突した(collide)。その直後に(just after), 上向き(upward)の速度 (velocity) になった球Aが球Bと衝突した。球Aの床との反発係数(coefficient of restitution)を e とし、球Aと球Bとの衝突は弾性衝突(elastic collision)であるとする。重力加速度 (gravitational acceleration)を g とする。衝突の際の重力(gravity)による力積(impulse)は無視する (ignore)。以下の設問に答えよ。

- (1) 球Aが床に衝突する直前 (just before) までは、球Aと球Bは一体として同じ自由落下運動 (free fall) をする。球Aが床に衝突する直前の、球Aと球Bの共通の (common) 速度 v_0 を求めよ。
- (2) 球Aと球Bが衝突した直後の速度をそれぞれ v_A と v_B とする。上向きを正(positive)として、 v_A と v_B を求めよ。
- (3) 球Bが到達する最高点(the highest point)の高さを衝突地点からの高さ h として求めよ。
- (4) 球Bが衝突後に達する最高点の高さ h が自由落下させた高さ H よりも高くなるための条件(condition)を e, M, m の不等式(inequality)として表せ。

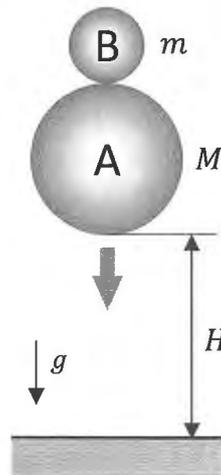


図1 (Fig. 1)

2023年9月・2024年4月入学試験問題
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

科目名: 電磁気学(その1)

問題番号 5

以下の設問に答えよ。但し、必要ならば、真空の誘電率 (permittivity of vacuum) を ϵ_0 、真空の透磁率 (permeability of vacuum) μ_0 としなさい。解答 (answers) には SI 単位系の単位 (units of the SI system) を付すこと。また設問(1)と(2)では、解答の導出過程(derivation processes)を必ず記すこと。

- (1) ガウスの定理 (Gauss's theorem) を用いて次の問いに答えよ。ここでは、球座標系 (r, φ, θ) (spherical coordinate system) を用いること。
- (a) 点電荷 (point charge) Q [C] が原点 (point of origin) にあるときの原点を除くすべての領域 (all areas except the origin) の電界 (electric field strength) E を求めよ。
 - (b) 原点を中心 (center) に半径 (radius) a [m] で厚さ (thickness) が無視できる (negligible) 球殻 (spherule shell) に電荷 Q [C] が一様な (uniform) 面電荷密度 (surface charge density) で分布する (distribute) ときの球殻内 ($r < a$) と外 ($r > a$) の2領域における電界 E を求めよ。
 - (c) 原点を中心とする半径 a [m] の球体 (sphere) に電荷 Q [C] が一様な体積電荷密度 (volume charge density) で分布するときの球体内 ($r \leq a$) と外 ($r > a$) の2領域における電界 E を求めよ。
 - (d) (a) ~ (c) のそれぞれについて、横軸 (horizontal axis) を原点からの距離 (distance from the origin) r 、縦軸 (vertical axis) を求めた電界の大きさ $|E|$ とするグラフ (graph) の概略 (outline) を描き (draw), (a) ~ (c) の電界分布の違いを簡単に説明せよ (Explain briefly the differences in electric field distributions among the three cases (a)-(c).)。

(2) 図1 (Fig. 1) の断面図 (cross-section plane view) にあるような半径 a [m] の円柱状 (cylindrical) の無限長直線導体 (infinite length straight conductor) があり、内部を断面上向き (perpendicular, out of the plane) (+ z 方向 (direction)) に電流 (current) I [A] が一様に (uniformly) 流れている。この導体に対して同心軸 (concentric axis) となるような内半径 (inner radius) b [m]、外半径 (outer radius) c [m] の円筒状 (hollow cylindrical) 無限長導体があり、その中を断面下向き (perpendicular, into the plane) ($-z$ 方向) に電流 I [A] が一様に流れている。円柱導体・円筒導体の中心からの距離 (distance from the center) を ρ [m] とし、円筒座標系 (ρ, φ, z) (cylindrical coordinate system) を使用して、次の問いに答えよ。

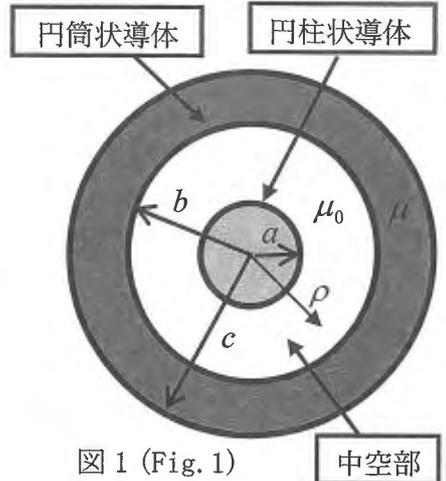


図1 (Fig. 1) 中空部

- (a) 円柱導体内部 ($0 \leq \rho \leq a$)、中空 (hollow) 部 ($a < \rho < b$)、外側円筒状導体内部 ($b \leq \rho \leq c$) および円筒状導体より外側 ($c < \rho$) の各領域における φ 方向の磁界 (magnetic field strength in the φ direction) H_φ を求めよ。
- (b) 外側円筒状導体 ($b \leq \rho \leq c$) が透磁率 (permeability) μ の磁性体 (magnetic substance) であるとすると、電流が流れていない (no current flow) 中空部 ($a < \rho < b$) (透磁率 μ_0) と磁性体部 ($b \leq \rho \leq c$) (透磁率 μ) の各領域における φ 方向の磁界 H_φ 、磁束密度 (magnetic flux density) B_φ および磁化 (magnetization) M_φ を求めよ。

(3) 時間的に変化する電磁界における4つのマクスウェルの方程式 (Maxwell's equations in time-varying electromagnetic fields) を積分形式 (integral form) で書き、それぞれの物理的意味を説明せよ (explain the physical meaning of each equation.)。

受験番号					
氏名					

No.

1	/	4
---	---	---

採点欄

2023年9月・2024年4月入学試験解答用紙
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

※裏面の使用は不可

選択	問題番号	
----	------	--

科目名	
-----	--

受験番号					
氏名					

No.

2	/	4
---	---	---

採点欄

2023年9月・2024年4月入学試験解答用紙
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

※裏面の使用は不可

選択 問題番号	
---------	--

科目名	
-----	--

受験番号					
氏名					

No.

3	/	4
---	---	---

採点欄

2023年9月・2024年4月入学試験解答用紙
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

※裏面の使用は不可

選択 問題番号

--

科目名

--

受験番号					
氏名					

2023年9月・2024年4月入学試験解答用紙
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

No.

4	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択	問題番号		科目名	
----	------	--	-----	--