

2023年9月・2024年4月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

材料科学専攻

### 問題表紙

- ◎問題用紙が 8 ページあることを試験開始直後に確認してください。
- ◎解答用紙が 3 枚綴りが 1 組あることを試験開始直後に確認してください。
- ◎すべての解答用紙の所定欄に受験番号・氏名を必ず記入してください。

全8科目中3科目を選択して、選択した問題番号と科目名を1科目につき1枚の解答用紙に明記して解答してください。

2023年9月・2024年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名： 数学

問題番号 1

行列 (matrix)  $A$  と,  $t$  の関数 (function) を成分に持つベクトル (vector)  $\mathbf{x}(t)$  を

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

とする。以下の問に答えよ。

- 1) 行列  $A$  の階数 (rank) を求めよ。
- 2) 行列  $A$  の固有値 (eigenvalues) と対応する固有ベクトル (eigenvectors) をすべて求めよ。
- 3)  $P^{-1}AP$  が対角行列 (diagonal matrix) となる行列  $P$  を一つ求め, そのときの  $P^{-1}AP$  を求めよ。
- 4) 初期条件 (initial condition)  $x(0) = 1, y(0) = 2, z(0) = 1$  を満たす連立微分方程式 (system of differential equations)

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x}$$

の解 (solution) を求めよ。

- 5)  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$  とするとき, 連立微分方程式

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} - \mathbf{b}$$

の平衡点 (equilibrium point) を求め, その安定性 (stability) を判定せよ。

2023年9月・2024年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名: \_\_\_\_\_ 物理 \_\_\_\_\_

問題番号 2

問1 図1に示すような半径  $\alpha$  の半円筒 (half-cylinder) 面上を運動する質量 (mass)  $m$  の質点 (point mass) を考える。  $xz$  平面と  $x$  軸と質点を最短で結ぶ線分とのなす角を  $\theta$  (図2), 重力加速度 (gravitational acceleration) の大きさを  $g$ , 重力 (gravity) の向きは  $-z$  方向とする。摩擦 (friction) 及び空気抵抗 (air resistance) は無視できるものとして, 以下の問いに答えよ。

- (1) 質点の座標  $(x, y, z)$  を  $\theta$  と  $x$  を用いて表せ。
- (2) 質点のラグランジアン (Lagrangian) を  $\theta$  と  $x$  を用いて表せ。
- (3) 質点に対するラグランジュ方程式 (Lagrange's equations) を具体的に書き下せ。

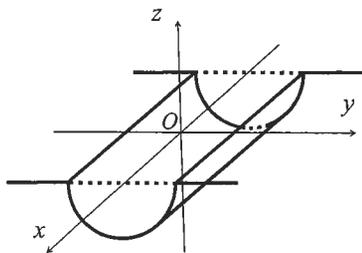


図1

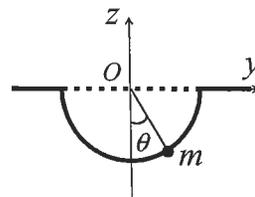


図2

問2 図3に示すように, 質量  $m$  の質点が  $xy$  平面上で曲線 (curve)  $y = -a\sqrt{x}$  ( $a > 0$ ) の上のみを動くとき, 重力加速度の大きさを  $g$ , 重力の向きを  $-y$  方向として, 以下の問いに答えよ。

- 1)  $x$  だけを独立な一般化座標として, ラグランジアンを書き下せ。
- 2) 1) の場合で, 質点の  $x$  に共役 (conjugate) な一般化運動量 (generalized momentum)  $p$  を示し, ハミルトニアン (Hamiltonian)  $H$  を求めよ。
- 3) 質点に対するハミルトンの正準方程式 (Hamilton's canonical equations) を具体的に書き下せ。
- 4) 3) で示した正準方程式と, 1) で求めたラグランジアンを基にしたラグランジュ方程式が同等になることを示せ。

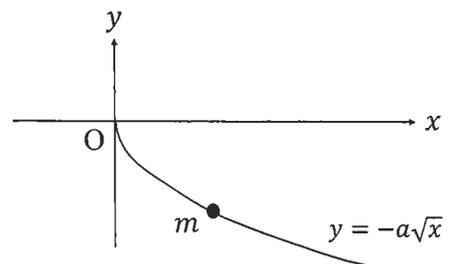


図3

2023年9月・2024年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名： \_\_\_\_\_ 化学 \_\_\_\_\_

問題番号 3

## 問1

温度  $T$ 、圧力  $P$  の条件下にある容器内に分子 A と分子 B が入っているとす。分子 A、分子 B はともに剛体球 (hard sphere) とし、容器内の混合気体 (gas mixture) は理想気体 (ideal gas) として扱う。分子 A と分子 B に関するデータは表 1 のとおりである。表内の  $d, m, \rho$  はそれぞれ、分子の直径 (diameter)、質量 (mass)、数密度 (number density) である。

表 1

分子	$d, \text{m}$	$m, \text{kg/molecule}$	$\rho, \text{m}^{-3}$
A	$d_A$	$m_A$	$\rho_A$
B	$d_B$	$m_B$	$\rho_B$

- 1) 温度  $T$  の条件下で分子 A の平均速度 (average velocity) は  $\langle u_A \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_A}}$  である ( $k_B$  はボルツマン定数, Boltzmann constant) である。 $m_B = 2m_A$  の場合、分子 A が分子 B と衝突するときの平均相対速度 (average relative velocity)  $\langle u_r \rangle_{AB}$  と  $\langle u_A \rangle$  との比  $\frac{\langle u_r \rangle_{AB}}{\langle u_A \rangle}$  を求めよ。
- 2) 分子 A が分子 B と衝突する頻度 (collision frequency) を求めるために衝突円筒 (collision cylinder) を想定することは一般的な方法である。衝突円筒内に動く 1 個の分子 A に注目する。この分子 A は  $\langle u_r \rangle_{AB}$  の平均速度をもって移動して、衝突相手である分子 B は容器内の空間に均等に分布するが各分子 B の位置は固定されていると仮定する。 $m_B = 2m_A$ 、 $d_B = 3d_A$ 、 $\rho_B = \rho_A/2$  であるとし、容器内で 1 個の分子 A が分子 B と衝突する頻度を  $d_A, \rho_A, \langle u_A \rangle$  の関数として求めよ。

## 問2

温度・圧力が一定に保たれる容器内で、下記に示す反応 (1)~(3) が起きる。これらの反応は不可逆素反応 (irreversible elementary reactions) であり、それらの速度定数 (rate coefficients) はそれぞれ、 $k_1$ 、 $k_2$  と  $k_3$  である。



- 1) 初期 ( $t=0$ ) に、容器内に分子 A と分子 B しかない。分子 B は反応 (1) にしか、反応物として関与しないため、 $[B]$  (B 分子のモル濃度, molar concentration of B) は時間の経過とともに減少していく。これに対して、分子 A は反応 (1) で消費されるが反応 (2) と反応 (3) で生成されるため、そのモル濃度  $[A]$  は、最初は減少するが後は増加する可能性はある。分子 D のモル濃度  $[D]$  については、最初は増加するが後で減少する可能性はある。つまり、最初は  $\frac{d[A]}{dt} < 0$  と  $\frac{d[D]}{dt} > 0$ 、符号は逆であるが、いつも  $\frac{d[A]}{dt} + \frac{d[D]}{dt} \geq 0$  が成り立つことを証明せよ。
- 2) 分子 C は反応 (1)、反応 (2)、反応 (3) にも関与しており、その濃度  $[C]$  の変化速度  $\frac{d[C]}{dt}$  は複雑に時間的な変化をする。 $\frac{d[C]}{dt}$  を、速度定数と物質のモル濃度の関数として求めよ。

2023年9月・2024年4月入学試験問題  
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻  
科目名： \_\_\_\_\_ 物質の構造

問題番号

4

問1 結晶 (crystal) および転位 (dislocation) について、以下の設問に答えよ。

- 1) 体心立方構造 (body centered cubic structure) の配位数 (coordination number) および空間充填率 (atomic packing factor) を求めよ。
- 2) 7つの結晶系 (crystal system) のうち、斜方晶 (orthorhombic), 正方晶 (tetragonal), および立方晶 (cubic) の満たすべき格子定数 (lattice constant) の条件を書け。
- 3) 結晶点群 (crystal point group) について説明せよ。
- 4) 刃状転位 (edge dislocation) とらせん転位 (screw dislocation) を含む領域の原子配列について図解せよ。また、バーガース・ベクトル (Burgers vector) も図中に示せ。

問2 結晶からの回折 (diffraction) について、以下の設問に答えよ。

- 1) 結晶の単位胞 (unit cell) 内に原子 (atom) が  $n$  個存在する場合の結晶構造因子 (crystal structure factor) の式を示せ。ただし、 $n$  番目の原子の原子散乱因子 (atomic scattering factor) を  $f_n$ , ミラー指数 (Miller index) を  $hkl$ ,  $n$  番目の原子座標 (atom coordinate) を  $x_n y_n z_n$  とし、これらを用いて式を示すこと。
- 2) Fe 原子で構成される体心立方構造からの X 線回折 (x-ray diffraction) に関して、結晶構造因子をもとに回折強度が消滅する条件を求めよ。ただし、Fe 原子の X 線の原子散乱因子は  $f_{\text{Fe}}$  とする。
- 3) 結晶粒 (crystal grain) の微細化 (refinement) により、結晶粒に含まれる単位胞の数が著しく減少した場合、回折強度の分布 (distribution) にどのような変化が生じるか、説明せよ。

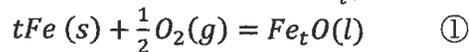
2023年9月・2024年4月入学試験問題  
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻  
科目名： \_\_\_\_\_ 材料熱力学

問題番号 

5
---

問1 金属 Fe ルツボ (iron crucible) 中に液体の酸化鉄 (II) (ferrous oxide) を入れ、温度 T でガス相 (gas phase) と平衡 (equilibrium) させた。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 酸化鉄 (II) は非化学量論的化合物 (non-stoichiometric compound) であるため、化学式 (chemical formula) は  $Fe_tO$  と表記される。t の値の範囲 (range) を求めよ。
- (2) この系の自由度 (degree of freedom)  $f$  を求めよ。
- (3) るつぼ内の  $Fe_tO$  に  $SiO_2$  を添加して、 $Fe_tO-SiO_2$  溶液 (solution) を作り、これをるつぼ・ガス相と平衡させたときの自由度  $f$  を求めよ。
- (4) (3) におけるガス相の平衡酸素分圧 (oxygen partial pressure) が  $p_{O_2}^*$  であったとき、 $Fe_tO-SiO_2$  溶液中の  $Fe_tO$  の活量 (activity)  $a_{Fe_tO}$  を求めよ。ただし、温度 T における①式の反応の標準ギブスエネルギー変化 (standard Gibbs energy change) を  $\Delta G_{Fe_tO}^o$  とせよ。



問2 A を  $x_A$  モル、B を  $x_B$  モル混合して 1 モルの A-B 2 成分系溶液 (binary solution) を作成するときのギブスエネルギー変化を、混合ギブスエネルギー変化 (Gibbs energy change of mixing)  $\Delta G_{mix}$  と呼ぶ。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\Delta G_{mix} > 0$  のときには、どのような現象が起きるか。
- (2) 温度 T における理想溶液 (ideal solution) の混合ギブスエネルギー変化  $\Delta G_{mix}^{id}$  を示せ。
- (3) 正則溶液 (regular solution) について簡単に説明せよ。
- (4) A-B 2 成分系溶液の混合エンタルピー変化 (enthalpy change of mixing) が正 (positive) になる場合、負 (negative) になる場合、それぞれの具体例 (specific example) を示せ。

2023年9月・2024年4月入学試験問題  
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻  
科目名： \_\_\_\_\_ 材料電子論 \_\_\_\_\_

問題番号 6

問1 以下の問に答えよ。

- 1) 窒素原子 (nitrogen atom) の電子配置 (electron configuration) を、主 (principal) 量子数 (quantum number), 方位 (angular) 量子数, 磁気 (magnetic) 量子数, スピン (spin) 量子数を指定して示せ。
- 2) 窒素原子の原子軌道 (atomic orbitals)  $1s$ ,  $2s$ ,  $2p$  軌道の動径関数 (radial function) を図示せよ。
- 3) 窒素分子 (nitrogen molecule) の分子軌道 (molecular orbital)  $\phi$  を LCAO 近似 (Linear Combination of Atomic Orbitals approximation) を用いて表すとき, 2つの窒素原子の  $2s$  軌道どうし, および  $2p$  軌道どうしの場合に分けて,  $\sigma$  軌道,  $\pi$  軌道, 結合軌道 (bonding orbital) と反結合軌道 (antibonding orbital) という言葉を用いて説明せよ。
- 4) 窒素分子の分子軌道のエネルギー準位図 (energy diagram) を示せ。ただし, 各軌道の電子の占有 (occupation) を電子のスピン状態も併せて示せ。
- 5) 窒素分子が作る分子軌道と一酸化炭素分子 (carbon monoxide)  $\text{CO}$  が作る分子軌道の類似点及び異なる点を示せ。

問2 図1に示すような, 幅 (width) が  $a$  で, ポテンシャル  $V$  が  $x < 0, x > a$  で  $V = \infty$ ,  $0 \leq x \leq a$  で  $V = 0$  となる井戸型ポテンシャル (square well potential) 中に存在する質量 (mass)  $m$  の粒子 (particle) の  $x$  方向での一次元運動 (one-dimensional motion) について, 以下の問に答えよ。

- 1) この粒子に対する定常状態 (stationary state) におけるシュレーディンガー方程式 (Schrödinger equation) を, 固有関数 (eigenfunction) を  $\psi(x)$ , エネルギー固有値 (energy eigenvalue) を  $E$  として示せ。
- 2) 1) で示したシュレーディンガー方程式を解いて, すべてのエネルギー固有値  $E$  と固有関数  $\psi(x)$  を求めよ。

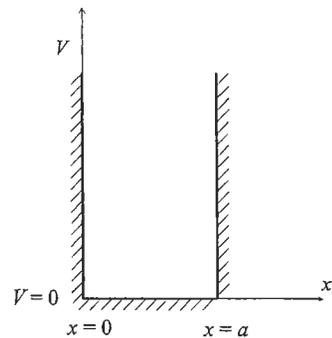


図1

2023年9月・2024年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名： \_\_\_\_\_ 機械材料学 \_\_\_\_\_

問題番号 

7
---

機械材料として多く用いられる炭素鋼(carbon steel)について、下記の問いに答えよ。必要に応じて、下に示した参考データを用いても良い。

- 1) Fe-Fe<sub>3</sub>C系平衡状態図 (equilibrium phase diagram) を C 濃度 0~2.5 mass%, 温度 20~1200°C の範囲で図示せよ。
- 2) セメントナイトにおける C 濃度(mass%)を計算により求めよ。途中式を明記すること。

以下 3)-10)は、炭素鋼 S45C (C を 0.45mass%含有)について解答せよ。

- 3) 1000°Cから平衡を保ちながら冷却したときの冷却曲線 (cooling curve) を図示せよ。
- 4) 3)の冷却曲線において、不変系反応 (invariant reaction) が見られる温度におけるミクロ組織 (microstructure) の概略を示せ。図示した各相に名称を示すこと。
- 5)  $\alpha$ 相と $\gamma$ 相の単位胞 (unit cell) をそれぞれ図示し、そこに、Cが固溶(solid solution)する位置を記号“×”で示せ。
- 6) 焼入れ (quenching) したとき Fe 格子の単位胞を図示し、そこに、Cが固溶する位置を記号“×”で示せ。
- 7) 焼入れ後に材料全体をマルテンサイト(martensite)にするための、焼入れ前の加熱温度の下限値を  $T_x$  とする。1)で解答した状態図中に温度  $T_x$  を示せ。
- 8) 焼きならし (normalizing) をした丸棒の引張試験(tensile test)で得られる応力-ひずみ曲線 (stress-strain curve)に上降伏点(upper yield point)が現れる理由を 50 字以内で説明せよ。
- 9) 8)の引張試験において、降伏点を越えた後も、ひずみ増加に伴い応力が増加する。この理由を格子欠陥 (lattice defect) の観点から 50 字以内で説明せよ。
- 10) 焼きならし後に、熱処理 (heat treatment) を施して、引張強度(tensile strength)および靱性 (toughness)とも向上させるためには、どのような熱処理条件が適切か、またその理由を合わせて 50 字以内で説明せよ。

11)  $\gamma$ 相の単位胞の各辺を x,y,z 軸に合わせて置き、z 軸方向に引張負荷を与えることを考える。結晶内の面のうち最密な面がすべり面(slip plane)、すべり面上で最密な方向がすべり方向(slip direction)になるものとする。最大となるシュミット因子(Schmid factor)を計算により求め解答し、そのときのすべり面およびすべり方向のミラー指数(Miller index)も解答せよ。途中式を明記すること。

参考データ (問題作成上、実在のデータとは若干異なる数値になっている箇所もある )

[純鉄の変態温度(phase transition temperature)]  $\alpha \leftrightarrow \gamma$  : 912°C,  $\gamma \leftrightarrow \delta$  : 1394°C, 融点 : 1534°C

[C の最大固溶限(solubility)]  $\alpha$  : 0.02 mass%,  $\gamma$  : 2.06 mass%,  $\delta$  : 0.09 mass%

[包晶反応(peritectic reaction)]包晶点の組成 : 0.17 mass%C 包晶温度 : 1493°C,

[共晶反応(eutectic reaction)]共晶点の組成 : 4.3 mass%C, 共晶温度 : 1147°C

[共析反応(eutectoid reaction)]共析点の組成 : 0.76 mass%C, 共析温度 : 723°C

[セメントナイト(cementite)]融点 : 1252°C

[原子量] C : 12, Fe : 56

2023年9月・2024年4月入学試験問題  
 大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻  
 科目名： \_\_\_\_\_ 材料力学 \_\_\_\_\_

問題番号 8

【1】図1に示すように、両端に横弾性係数 $G$ 、半径 $r$ 、長さ $0.5l$  (①)、中央に同じ材質で、半径 $\sqrt{2}r$ 、長さ $l$  (②)で構成された段付き丸棒がある。さて、直列構造物(series structure)である1つのユニット (以下、ユニット) としての問題を考える。荷重の伝達は断面積の変化に関係なく一様に伝達され、細長い棒としての1次元変形として扱って良い。

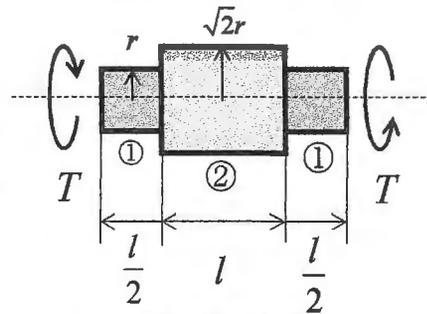


図1 段付き棒

(1) 図1に示すように両端にトルク $T$ が作用したとき、ユニットのねじれ角を $\phi$ とする。トルク $T$ とねじれ角 $\phi$ の関係を示せ。

次に、図2のようにユニットと円筒③との並列構造(parallel structure)の問題を考える。外側の円筒③は薄肉円筒(thin-walled cylinder)で、横弾性係数 $G$ 、半径 $2r$ 、長さ $2l$ 、板厚 $t$ となっていて、構造物全体は左端を壁、右端を剛体円板④に固定されている。剛体円板にトルク $T$ を作用させた。B点のねじれ角 $\phi_B$ を求めたい。

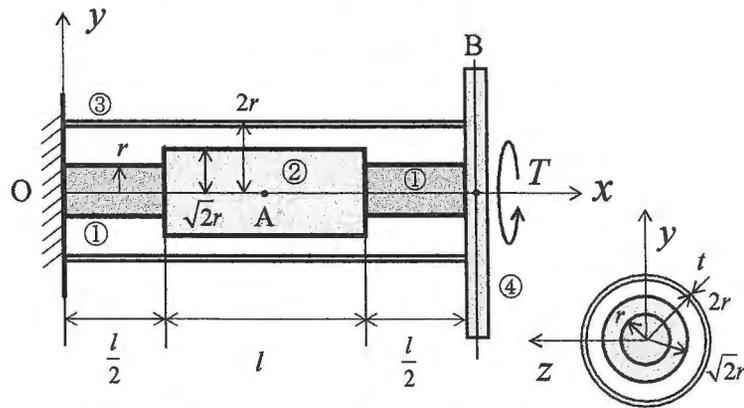


図2 並列に結合された棒状構造物

(2) 薄肉円筒の断面2次極モーメント $I_x$ を求めなさい。

(3) ユニットと薄肉円筒の壁からの反トルクを $T_1, T_3$ として、それぞれを求めよ。ただし、 $r:t=20:1$ とする。

(4) B点のねじれ角 $\phi_B$ を $T, l, r, G$ にて示せ。

【2】一辺の長さ $h$ の細長い直径 $2a$ の丸棒 (ねじり剛性 $GI_x$ と曲げ剛性 $EI_z$ ) で構成された正方形のフレーム (frame) がある。図3に示すように、一部にスリット (slit) が設けられ、そこに一对の外力 $P$ がフレームの面 ( $xz$ 面) に垂直に作用している問題を考える。以下の設問に解答せよ。

(1) 丸棒のねじり剛性 $GI_x$ と曲げ剛性 $EI_z$ の比を横弾性係数 $G$ と縦弾性係数 $E$ を用いて求めなさい。

(2) フレームの対称性を考慮して、3つの区間 (AB, BC, CD間) の断面力 (ねじりモーメントと曲げモーメント) を全て求めたい。それぞれの区間に対して、図のように始点がA点, B点, C点とする局所座標系 ( $x'z'$ 座標) を設定する。各区間のねじりモーメント $M_{x'}$ 、曲げモーメント $M_{z'}$ の絶対値を求めなさい。

(3) フレームの3つの区間 (AB, BC, CD間) に生じる弾性ひずみエネルギー $U_{AB}, U_{BC}, U_{CD}$ の合計 $U_{total}$ を求めなさい。

(4) 以上を参考にして、スリットに生じる垂直方向 ( $y$ 方向) の開き幅を求めなさい。

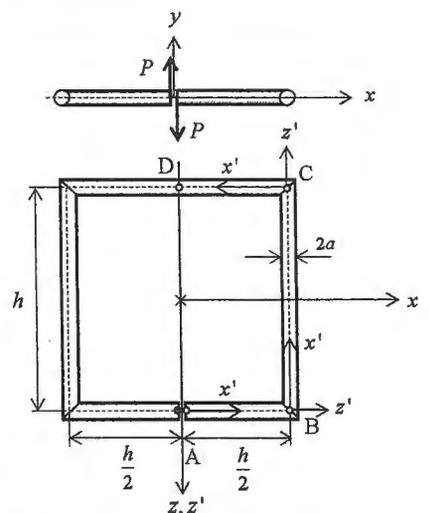


図3 スリットを有するフレーム

受験番号					
氏名					

2023年9月・2024年4月入学試験解答用紙  
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

No. 

1	/	3
---	---	---

採点欄
-----

※裏面の使用は不可

選択 問題番号

--

科目名

--

受験番号					
氏名					

2023年9月・2024年4月入学試験解答用紙  
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

No. 

2	/	3
---	---	---

採点欄
-----

※裏面の使用は不可

選択 問題番号

科目名

受験番号					
氏名					

2023年9月・2024年4月入学試験解答用紙  
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

No. 

3	/	3
---	---	---

採点欄
-----

※裏面の使用は不可

選択 問題番号

科目名