早稲田大学　基幹理工学研究科
修士課程　入試問題の訂正内容

<2023年度9月入学・2024年度4月入学　一般入試　電子物理システム学専攻>

【電磁気学（その２）】

●問題冊子4ページ　：問題番号3　最下部

（文末に追加）

但し、$\alpha = 0$とせよ。

以上

# ２０２３年９月・２０２４年４月入学試験

# 大学院基幹理工学研究科修士課程

## 電子物理システム学専攻

## 問題表紙

◎問題用紙が＿6＿ページあることを試験開始直後に確認してください。
◎解答用紙が＿6＿枚綴りが＿1＿組あることを試験開始直後に確認してください。
◎すべての解答用紙の所定欄に受験番号・氏名を必ず記入してください。

# ２０２３年９月・２０２４年４月入学試験問題

## 大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名： 力学（その１）

**問題番号** 1

問１　図１に示すような半径 (radius)$a$ の質量 (mass) の無視できる円環 (circle ring) 上に固定された質量 $m$ の質点 (point mass) の $xy$ 平面内での運動 (motion) について考える。はじめに円環の中心は原点 $(0,0)$ に，質点は $(0,-a)$ にあり，円環は摩擦 (friction) を受けず滑らずに $y=-a$ 上を回転して移動した。円環の中心と直線 $y=-a$ と円環との接点を結んだ線，円環の中心と質点を結んだ線，この二つの線の間の角を $\theta$ とおき，重力 (gravity) の向きは $-y$ 方向，重力加速度 (gravitational acceleration) の大きさを $g$ として，以下の問いに答えよ。

(1) 質点の直交座標 (rectangular coordinates)$(x,y)$ を $\theta$ を用いて表せ。

(2) $\theta$ を一般化座標 (generalized coordinate) として，質点のラグランジアン (Lagrangian)$L(\theta,\dot{\theta})$ を示せ。

(3) $\theta$ に共役な (conjugate) 一般化運動量 (generalized momentum)$p_\theta$ を示し，ハミルトニアン (Hamiltonian)$H(\theta,p_\theta)$ を求めよ。

(4) 質点に対するハミルトンの正準方程式 (Hamilton's canonical equations) を具体的に書き下せ。

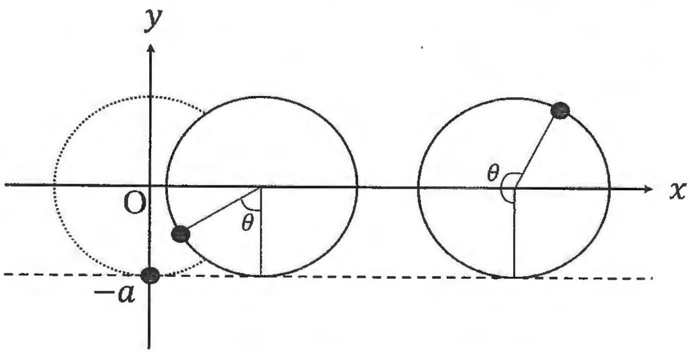



図１

問２　図２に示すような，上端から 2/3 の位置に質量 $m$ の質点を付けた長さ $a$ の棒 (rod) が壁と離れることなく，滑りながら倒れていく場合を考える。重力加速度を $g$ とし，重力は $-y$ 方向に働くものとする。棒の質量，太さおよび棒と壁の間の摩擦は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

(1) 図２に示す通り，時刻 $t$ における棒と $y$ 軸のなす角を $\varphi(t)$ とするとき，質点の座標 $(x(t),y(t))$ を $\varphi(t)$ を用いて表せ。

(2) 時刻 $t$ における質点のラグランジアンを $\varphi(t)$ を用いて表せ。

(3) 質点に対するラグランジュ方程式 (Langrange's equation) を使って，$\varphi(t)$ の微分方程式 (differential equation) となる運動方程式 (equation of motion) を書き下せ。

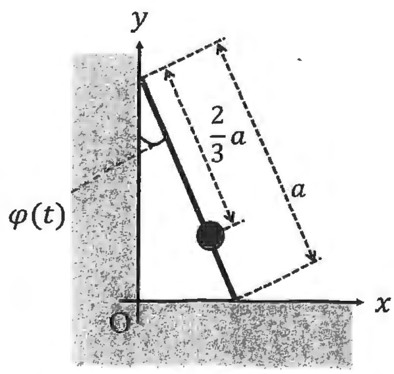



図２

2023年9月・2024年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名： 力学（その2）

問題番号 2

問3　次の各設問に答えよ。

(1) 運動量（momentum）の大きさが $2.0 \times 10^{-27}$[kg· m/s] の粒子の de Broglie 波長（wave length）を求めよ。ただし，Planck 定数の値として $h = 6.6 \times 10^{-34}$[J·s] を用いよ。

(2) 演算子（operators）$\hat{x}$，$\hat{p}$ の交換関係（commutation relation）$[\hat{x}\,, \hat{p}] = i\hbar$ を用いて，交換関係 $[\hat{x}\hat{p}^2\,, \hat{x}]$ を計算せよ。

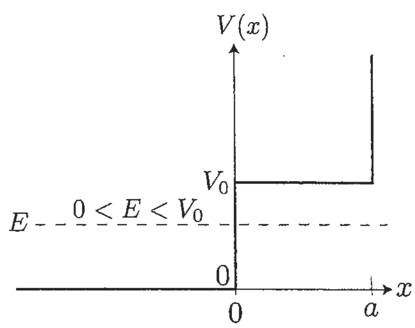
問4　波動関数 (wave function) $\phi(x)$ が，定常 Schrödinger 方程式 (stationary Schrödinger equation) $\hat{H}u_n(x) = E_n u_n(x)$ の異なる固有値 (eigenvalues)（$E_1 \neq E_2$）に属する 2 個の固有関数 (eigenfunctions) $u_1(x)\,, u_2(x)$ の一次結合 (linear combination) で与えられる：$\phi(x) = C_1u_1(x) + C_2u_2(x)$。ここで，$C_1, C_2$ は複素定数 (complex constants) である。内積 (inner product) 記号は $(\psi_1, \hat{F}\psi_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^*(x)\hat{F}\psi_2(x)\,dx$ である。以下の規格化 (normalization) を仮定する：$(\phi, \phi) = (u_n, u_n) = 1 \quad (n = 1, 2)$。

(1) エネルギーの期待値 (expectation value) $\langle H \rangle = (\phi, \hat{H}\phi)$ と標準偏差 (standard deviation) $\Delta H = \sqrt{\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2}$ を求めよ。この (1) の解答には $C_2$ を使用せず，$C_1, E_1, E_2$ のみを使うこととする。

(2) 上の $\phi(x)$ の状態にある粒子に対して，その力学的エネルギー (mechanical energy) の測定 (measurement) を行うとき，どのような結果が得られるかを述べよ。

(3) 時間依存 Schrödinger 方程式 (time-dependent Schrödinger equation) は $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = \hat{H}\psi(x,t)$ である。$t = 0$ における初期条件 (initial condition) が上の $\phi(x)$ で与えられているとき（$\psi(x,0) = \phi(x)$），任意の時刻 $t$ の波動関数 $\psi(x,t)$ を書き下せ。

問5　右図のように階段型のポテンシャル (stepwise potential) 下にある質量 (mass)$m$ の質点 (point particle) がエネルギー $E$ ($V_0 > E > 0$) で $x = -\infty$ から入射する運動 (motion) を考える。ただし，$V_0$ は $x = 0$ のポテンシャルの跳びで，$x = a$ でポテンシャルの高さは $\infty$ になる。その運動を記述する定常 1 次元 Schrödinger 方程式は以下に与えられる。以下 (1)〜(4) に答えよ。




$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right\}\phi(x) = E\phi(x)\,, \qquad V(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ V_0 & (0 < x < a) \\ \infty & (a < x) \end{cases}$$

(1)　一般解 (general solution) は $\phi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & (x < 0) \\ Ce^{\ell x} + De^{-\ell x} & (0 < x < a) \\ 0 & (a < x) \end{cases}$ （$A, B, C, D$：定数）で与えられる。$k > 0\,, \ell > 0$ として，$k$ と $\ell$ を $E$ を用いて表せ。

(2)　$x = a$ における $\phi(x)$ の接続条件 (continuity conditions) から，$C$ と $D$ の関係を求めよ。

(3)　(2) の結果を用いて $D$ を消去した後，$x = 0$ における $\phi(x)$ の接続条件を課して比 $B/A$ と $C/A$ を求めよ。

(4)　同じエネルギーで $x = -\infty$ から入射する質点の古典力学 (classical mechanics) に従う運動と上で解いた量子力学 (quantum mechanics) に従う運動を比較して，両者で著しく異なる特徴を一つだけ述べよ。

２０２３年９月・２０２４年４月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：　電磁気学（その１）

問題番号 1

問１

図１に示すような中心導体(center conductor)と外部導体(outer conductor)をもつ同軸構造(coaxial structure)について以下の設問に答えよ。内径(inner radius)を $r_1$，外径(outer radius)を $r_2$ とする。z 軸方向には同軸構造が無限にのびているものとする。中心軸(central axis)（図中 z 軸）からの距離を r としたとき，$r_2 > r > r_1$ の範囲は真空(vacuum)であり，r が $r_2$ 以上，または，$r_1$ 以下の範囲は完全導体(perfect conductor)であるとする。真空中の誘電率(permittivity of vacuum)を $\varepsilon_0$ とする。中心導体と外部導体の間の電位差(electric potential difference)は外部電圧源(external voltage source)により V で一定に保たれているとする。

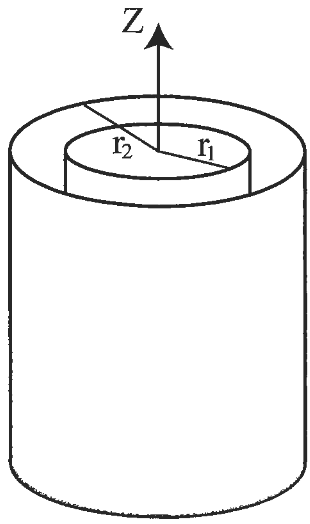


図１

(1) $r_2 > r > r_1$ の範囲における，電界分布(electric field distribution)を求めよ。
(2) $r_2 > r > r_1$ の範囲における，電位(electric potential)を外径 $r_2$ と内径 $r_1$ の比 $a(=r_2/r_1)$ を底とする対数関数(logarithmic function)を用いて表せ。中心導体の電位をゼロとする。
(3) 中心導体表面(z 軸からの距離 $r_1$)と外部導体表面(z 軸からの距離 $r_2$)の電荷密度(charge density)を求めよ。
(4) 中心導体と外部導体からなるキャパシタの単位長さあたりの容量を求めよ。

２０２３年９月・２０２４年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名： 電磁気学（その２）

問題番号 2

問２

図２のように真空中(vacuum space)に，無限に長い(infinite length)直線導線(straight conductor)と，それぞれ辺の長さがa及びbのN巻(turn)された矩形回路(square circuit)が，無限直線導線と最短距離dだけ離れて同一平面内に配置されている系を考える。以下の問いに答えよ。その際，用いた諸量(parameters)の単位(units)についても示せ。

（１）図のように無限直線導線のみに電流(current) $I_1$を流したとき($I_2 = 0$)，矩形回路に鎖交する磁束(magnetic flux) $\Phi$を求め，その向きを示せ。

（２）無限直線導線と矩形回路の相互インダクタンス(mutual inductance)を求めよ。

（３）矩形回路に電流$I_2$を図の向きに流した時，無限直線導線と矩形回路の間に働く力(force) Fの大きさを求め，その向きを示せ。

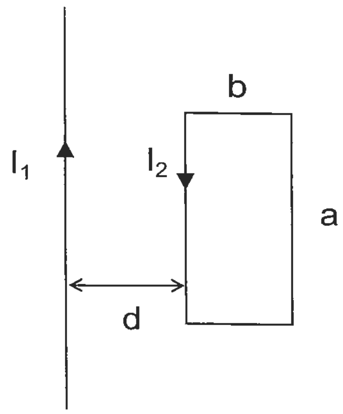



図２

問３

（１）４つのマクスウェル方程式 (Maxwell equations) をベクトル表記 (vector presentation) で記述し，それぞれの式の呼称及び意味することを図を用いて説明せよ。但し，誘電率(permittivity)を$\varepsilon$，透磁率(permeability)を$\mu$，導電率 (conductivity) を$\sigma$，電荷密度 (charge density) を$\rho$とせよ。

（２）（１）で得られた式群より電界に関する波動方程式(wave equation)を導出せよ。但し，$\rho=0$とせよ。

（３）図３のように，x 方向の幅が a，y 方向の幅が b の矩形金属壁(square metal wall) (導波管(waveguide)) に囲まれた媒質内を，電界(electric field)成分が x 方向のみでかつ x 方向に一様(uniform)な大きさを有し，z 方向に伝搬(propagate)する進行波(travelling wave)について考える。この電界が y=0 および b それぞれの金属壁で満たすべき境界条件(boundary condition)と，その結果得られる y 方向の電界分布(distribution)を示せ。但し，定在波 (standing wave)の数は m とせよ。

（４）（２）で得られた波動関数を鑑みて，導波管内を z 方向に伝搬する電界分布の x，y，z 方向依存性の式を求めよ。但し，電磁波の角周波数(angular frequency)を$\omega$，波数(wave number)を k とし，k を$\omega$と$\varepsilon$及び$\mu$で示せ。

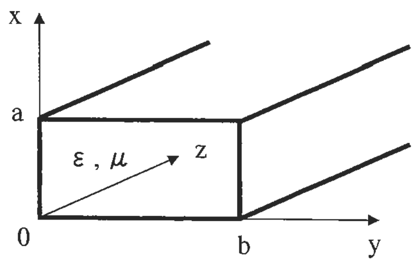



図３

## ２０２３年９月・２０２４年４月入学試験問題

## 大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名：　回路理論（その１）

---

**問題番号** 1

問１

図１(a)の回路(circuit)は，電圧源(voltage supply) $E$ と内部抵抗(internal resistance) $r$ および負荷抵抗 (load resistance) $R_L$ よりなる。$R_L$ の端子電圧 (port voltage)を $v$，$R_L$ を流れる電流 (current)を $i$ とする。

（１）$v$ を $i$，$E$ および $r$ で表せ。

図１(b)の回路は，電流源 $J$ と内部コンダクタンス(internal conductance) $g$ および負荷抵抗 $R_L$ よりなる。$R_L$ の端子電圧を $v$，$R_L$ を流れる電流を $i$ とする。

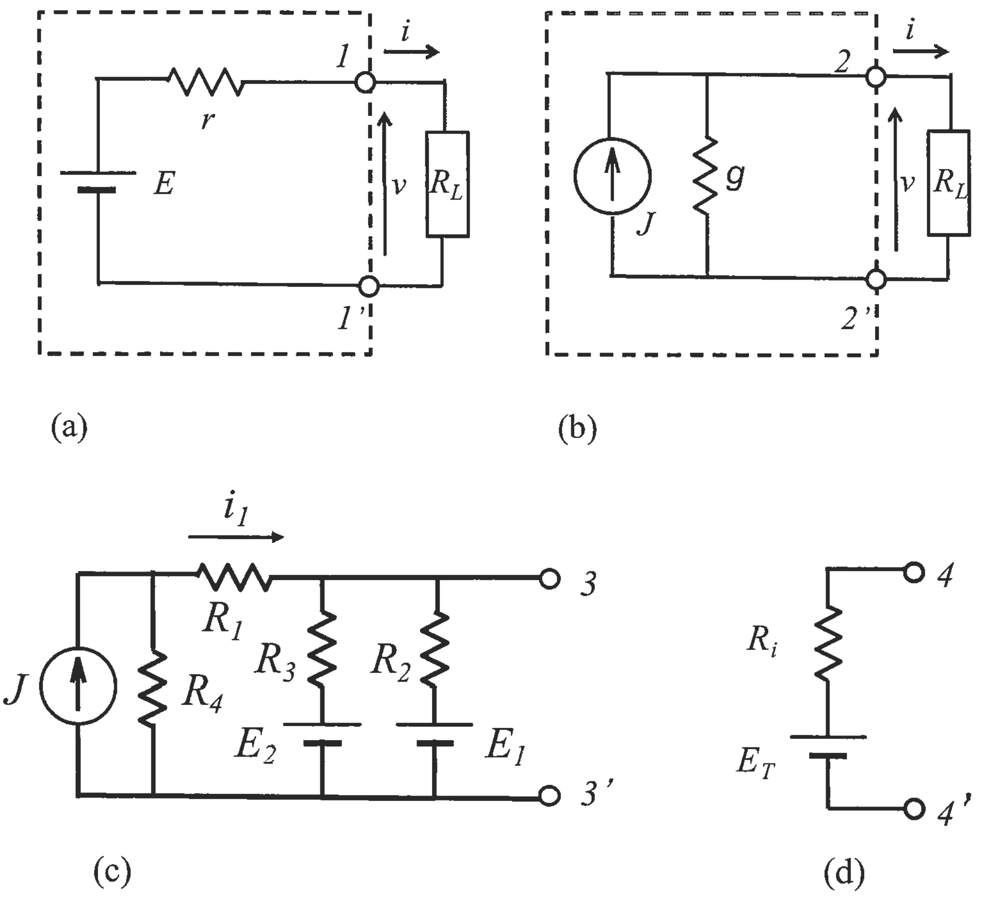
（２）$v$ を $i$，$J$ および $g$ で表せ。

（３）図１(a)の破線枠内(inside of a dashed frame)の $r$ を含む電圧源 $E$ と図１(b)の破線枠内の $g$ を含む電流源 $J$ が任意の $R_L$ で等価となる条件を（１）および（２）の比較(comparison)から $E$，$J$，$r$，$g$ により求めよ。

図１(c)の回路は，電圧源 $E_1$，$E_2$，電流源 $J$ と抵抗 $R_1$，$R_2$，$R_3$，$R_4$ から構成される。
上記（３）の結果を利用し，以下の（４）および（５）を考えよ

（４）電流 $i_1$ を $E_1$，$E_2$，$J$，$R_1$，$R_2$，$R_3$，$R_4$ で表せ。

（５）端子 3-3’からみた回路は，電圧源 $E_T$，内部抵抗 $R_i$ から成り立つ回路（端子 4-4’からみた回路）と等価となる。この時の $R_i$ を $R_1$，$R_2$，$R_3$，$R_4$ で表せ。また，$E_T$ を $E_1$，$E_2$，$J$，$R_1$，$R_2$，$R_3$，$R_4$ で表せ。




(a)　(b)　(c)　(d)

図 1

２０２３年９月・２０２４年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名： 回路理論（その２）

問題番号 2

問２

図２(a) は，抵抗 (resistance) $R_1$，インダクタンス (inductance) $L_1$，および，キャパシタンス (capacitance) $C_1$ からなる回路（electric circuit）である。端子（terminal）１および２から流れ込む電流（current）をそれぞれ $i_1(t)$，$i_2(t)$とし，１－１' および２－２' の電圧（voltage）をそれぞれ $v_1(t)$，$v_2(t)$とする。

（１）図２(a)の回路を，１－１' を１次側（input port），２－２' を２次側（output port）とする２端子対回路（two-port network）と見なす。定常状態（steady state）にあるこの回路を下の式①のインピーダンスパラメータ（impedance parameter）で表すとき，$Z_{11}$，$Z_{12}$，$Z_{21}$，$Z_{22}$をそれぞれ，$R_1$，$L_1$，$C_1$，および，角周波数（angular frequency） $\omega$ を用いて示せ。ただし，$V_1$，$V_2$をそれぞれ，$v_1(t)$，$v_2(t)$のフェーザ表示（phasor）とし，$I_1$，$I_2$も同様に，$i_1(t)$，$i_2(t)$ のフェーザ表示とする。

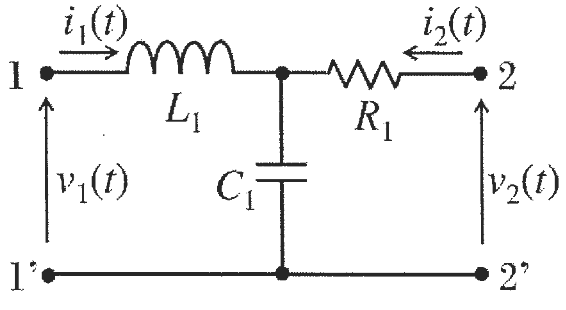
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \cdots\cdots ①, \qquad \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \cdots\cdots ②$$

（２）（１）と同様にして，定常状態にある図２(a)の回路を上の式②の４端子定数(transmission parameter)で表すとき，$A$，$B$，$C$，$D$ をそれぞれ，$R_1$，$L_1$，$C_1$，および $\omega$ を用いて示せ。

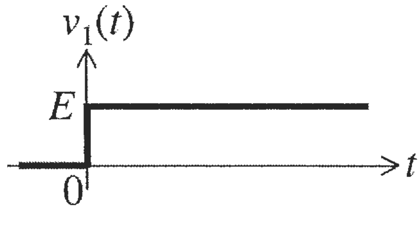
（３）図２(a)の回路の２－2' に負荷インピーダンス（load impedance）$Z_L$ を接続し，1－1' に交流電圧（AC voltage）$V_1$ を印加した。回路は定常状態になっているものとする。電圧伝達関数 $\dfrac{V_2}{V_1}$ を，この回路のインピーダンスパラメータ $Z_{11}$，$Z_{12}$，$Z_{21}$，$Z_{22}$ と $Z_L$ を用いて表せ。

（４）図２(a) の回路の２－2' を短絡したまま(short, $v_2 = 0$)，図２(b) に示す $v_1(t)$ を１－1' に印加(input)した。$v_1 = E$ としたまま，定常状態（$t \to \infty$）になったときの回路を，なるべく簡単な等価回路図で示せ。また，定常状態（$t \to \infty$）になったときの $i_1(\infty)$ を求めよ。

（５）（４）と同様に，図２(a) の回路の２－2' を短絡したまま，図２(b) に示す $v_1(t)$ を１－1' に印加した。過渡状態（transient state）$t \geq 0$ における $i_2(t)$ を求めよ。ただし，$E = 1$ [V]，$L_1 = \dfrac{1}{8}$ [H]，$R_1 = \dfrac{1}{3}$ [Ω]，$C_1 = \dfrac{1}{2}$ [F] とし，$t < 0$ において回路は静止状態（resting state）にあったものとする。




(a)




(b)

図２

| 受験番号 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 氏　　名 | | | | | |

２０２３年９月・２０２４年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

No. 1 ／ 6

採点欄

※裏面の使用は不可

| 問題番号 | 1 | 科目名 | 力学（その１） |
|---|---|---|---|

| 受験番号 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 氏　　名 | | | | | |

No. 2 ／ 6

採点欄

２０２３年９月・２０２４年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

※裏面の使用は不可

| 問題番号 | 2 | 科目名 | 力学（その２） |
|---|---|---|---|

| 受験番号 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 氏　　名 | | | | | |

No. 3 ／ 6

採点欄

２０２３年９月・２０２４年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

※裏面の使用は不可

| 問題番号 | 1 | 科目名 | **電磁気学（その１）** |
|---|---|---|---|

| 受験番号 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 氏　　名 | | | | | |

2023年9月・2024年4月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

No. 4 ／ 6

採点欄

※裏面の使用は不可

| 問題番号 | 2 | 科目名 | 電磁気学（その２） |
|---|---|---|---|

| 受験番号 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 氏　　名 | | | | | |

No. 5 ／ 6

２０２３年９月・２０２４年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

採点欄

※裏面の使用は不可

| 問題番号 | 1 | 科目名 | **回路理論（その１）** |
|---|---|---|---|

| 受験番号 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 氏　　名 | | | | | |



２０２３年９月・２０２４年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

採点欄

※裏面の使用は不可

| 問題番号 | 2 | 科目名 | 回路理論（その２） |
|---|---|---|---|