



〈R 05170017〉

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、解答用紙3種類（その1、その2、その3）を配付します。
2. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないでください。
3. 問題は4～5ページに記載されています。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせてください。
4. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入してください。
5. 解答用紙記入上の注意
 - (1) 解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入してください。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合があります。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入してください。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないでください。

(例) 3825番⇒

万	千	百	十	一
	3	8	2	5

6. 解答はすべて所定の解答欄に記入してください。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合があります。
7. 文字や数字は明瞭、かつ丁寧に記入してください。判別できない場合や読めない場合は、採点の対象外となることがあります。
8. 下書きは問題冊子の余白を使用してください。ただし、どのページも切り離さないこと。
9. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにしてください。
10. 問題冊子は持ち帰ってください。
11. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出してください。

[I] n を自然数として、整式 $(3x+2)^n$ を x^2+x+1 で割った余りを a_nx+b_n とおく。以下の間に答えよ。

- (1) a_{n+1} と b_{n+1} を、それぞれ a_n と b_n を用いて表せ。
- (2) 全ての n に対して、 a_n と b_n は 7 で割り切れないことを示せ。
- (3) a_n と b_n を a_{n+1} と b_{n+1} で表し、全ての n に対して、2つの整数 a_n と b_n は互いに素であることを示せ。

[II] 赤玉と黒玉が入っている袋の中から無作為に玉を1つ取り出し、取り出した玉を袋に戻した上で、取り出した玉と同じ色の玉をもう1つ袋に入れる操作を繰り返す。以下の間に答えよ。

- (1) 初めに袋の中に赤玉が1個、黒玉が1個入っているとする。 n 回の操作を行ったとき、赤玉をちょうど k 回取り出す確率を $P_n(k)$ ($k=0, 1, \dots, n$) とする。 $P_1(k)$ と $P_2(k)$ を求め、さらに $P_n(k)$ を求めよ。
- (2) 初めに袋の中に赤玉が r 個、黒玉が b 個 ($r \geq 1, b \geq 1$) 入っているとする。 n 回の操作を行ったとき、 k 回目に赤玉が、それ以外ではすべて黒玉が取り出される確率を $Q_n(k)$ ($k=1, 2, \dots, n$) とする。 $Q_n(k)$ は k によらないことを示せ。

[III] 実数 x に対して関数 $f(x)$ を $f(x) = e^{x-2}$ で定め、正の実数 x に対して関数 $g(x)$ を $g(x) = \log x + 2$ で定める。また $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフをそれぞれ C_1, C_2 とする。以下の間に答えよ。

- (1) $f(x)$ と $g(x)$ がそれぞれ互いの逆関数であることを示せ。
- (2) 直線 $y = x$ と C_1 が2点で交わることを示せ。ただし、必要なら $2 < e < 3$ を証明しないで用いてよい。
- (3) 直線 $y = x$ と C_1 との2つの交点の x 座標を α, β とする。ただし $\alpha < \beta$ とする。直線 $y = x$ と C_1, C_2 をすべて同じ xy 平面上に図示せよ。
- (4) C_1 と C_2 で囲まれる図形の面積を (3) の α と β の多項式で表せ。

[IV] 複素数平面上に2点 $A(1)$, $B(\sqrt{3}i)$ がある。ただし、 i は虚数単位である。複素数 z に対し $w = \frac{3}{z}$ で表される点 w を考える。以下の問に答えよ。

- (1) $z = 1, \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, \sqrt{3}i$ のときの w をそれぞれ計算せよ。
- (2) 実数 t に対し $z = (1-t) + t\sqrt{3}i$ とする。 $\alpha = \frac{3 - \sqrt{3}i}{2}$ について、 αz の実部を求め、さらに $(w - \alpha)\overline{(w - \alpha)}$ を求めよ。
- (3) w と原点を結んでできる線分 L を考える。 z が線分 AB 上を動くとき、線分 L が通過する範囲を図示し、その面積を求めよ。

[V] xyz 空間において、3点 $A(2, 1, 2)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, -3, 0)$ を頂点とする三角形 ABC を考える。以下の問に答えよ。

- (1) $\angle BAC$ を求めよ。
- (2) $0 \leq h \leq 2$ に対し、線分 AB, AC と平面 $x = h$ との交点をそれぞれ P, Q とする。点 P, Q の座標を求めよ。
- (3) $0 \leq h \leq 2$ に対し、点 $(h, 0, 0)$ と線分 PQ の距離を h で表せ。ただし、点と線分の距離とは、点と線分上の点の距離の最小値である。
- (4) 三角形 ABC を x 軸のまわりに1回転させ、そのときに三角形が通過する点全体からなる立体の体積を求めよ。

[以下余白]

<2023 R05170017>

受験 番号	万	千	百	十	一
	8	8	8	8	8
氏 名					

1

[I]

8	8
---	---

[II]

8	8
---	---

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。
 所定欄以外に受験番号・氏名を
 記入してはならない。記入した
 解答用紙は採点の対象外となる
 場合がある。

<2023 R05170017>

受験 番号	万	千	百	十	一
	8	8	8	8	8
氏 名					

[I]

[II]

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。
 所定欄以外に受験番号・氏名を
 記入してはならない。記入した
 解答用紙は採点の対象外となる
 場合がある。

数 学

(解答用紙)

(その1)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

1

数 学(その2)

<2023 R05170017>

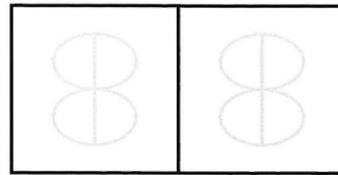
受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

2

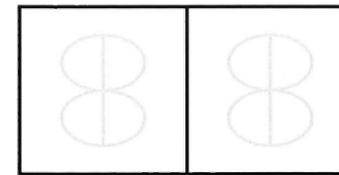
(注意) 受験番号は右詰で記入すること。
 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

採 点 欄

[Ⅲ]



[Ⅳ]



<2023 R05170017>

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

[Ⅲ]

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。
 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

[Ⅳ]

数 学

(解答用紙)

(その2)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

2

数 学(その3)

<2023 R05170017>

受験 番号	万	千	百	十	一
	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
氏 名					

3

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。
 所定欄以外に受験番号・氏名を
 記入してはならない。記入した
 解答用紙は採点の対象外となる
 場合がある。

採 点 欄

[V]

⊗	⊗
---	---

<2023 R05170017>

受験 番号	万	千	百	十	一
	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
氏 名					

[V]

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。
 所定欄以外に受験番号・氏名を
 記入してはならない。記入した
 解答用紙は採点の対象外となる
 場合がある。

数 学

(解答用紙)

(その3)

※問題を写す必要はありま
せん。

※下書きには問題冊子の余
白を使用してください。

※裏面は使用しないでくだ
さい。

3