

2022年9月・2023年4月入学試験

大学院先進理工学研究科修士課程

共同原子力専攻

問題表紙

- ◎問題用紙が 6 ページあることを試験開始直後に確認しなさい。
◎解答用紙が 4 枚綴りが 1 組あることを試験開始直後に確認しなさい。

科目	問題番号
数学一般(微積分, 微分方程式, 変分法)	1, 2
力学	3, 4
電磁気学	5, 6

[解答方法]

- (1) 6題中4題選択し解答すること(選択した4題以外は解答しないこと)。
- (2) 解答は別紙の解答用紙の表の面に記入すること。裏面は使用しないこと。
- (3) 解答用紙は4枚ある。
- (4) 1枚の解答用紙に2問以上を解答しないこと。
- (5) 受験番号・氏名・選択した問題番号をすべての解答用紙に記入すること。

2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

科目名： 数学一般(その1)

問題番号

1

- (1) 関数 $f(x, y) = x^3 + xy - y^3 - 1$ に対して $(x, y) = (1, 1)$ の近くで $f(x, y) = 0$ で定まる陰関数を $y = g(x)$ とする。 $g(x)$ を $x = 1$ の近くで：

$$g(x) = a_0 + a_1(x - 1) + a_2(x - 1)^2 + \dots$$

とテイラー展開したときの係数 a_0, a_1, a_2 をそれぞれ求めよ。

For the function $f(x, y) = x^3 + xy - y^3 - 1$, let $y = g(x)$ be the implicit function defined by $f(x, y) = 0$ near $(x, y) = (1, 1)$. For the following Taylor expansion of $g(x)$ near $x = 1$:

$$g(x) = a_0 + a_1(x - 1) + a_2(x - 1)^2 + \dots,$$

obtain the coefficients a_0, a_1, a_2 , respectively.

- (2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$y''(t) + y(t) = \cos t + \sin t$$

Find the general solution to the following differential equation.

$$y''(t) + y(t) = \cos t + \sin t$$

2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

科目名： _____ 数学一般(その2) _____

問題番号

2

(1) 次の積分の値を求めよ。

$$\iint_D \frac{x-y+1}{(x+y)^2+3} dx dy, \quad D = \{(x,y) \mid 0 \leq y \leq x, x+y \leq 1\}$$

Calculate the value of the following integral.

$$\iint_D \frac{x-y+1}{(x+y)^2+3} dx dy, \quad D = \{(x,y) \mid 0 \leq y \leq x, x+y \leq 1\}$$

(2) 連立微分方程式

$$x'(t) = 2x(t) - y(t), \quad y'(t) = 4x(t) - 3y(t)$$

について次の問いに答えよ。

(a) $(x(0), y(0)) = (a, b)$ をみたすような解 $(x(t), y(t))$ を求めよ。(b) (a) で求めた解 $(x(t), y(t))$ が $\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t), y(t)) = (0, 0)$ をみたすような a, b の条件を求めよ。

Concerning the system of differential equations

$$x'(t) = 2x(t) - y(t), \quad y'(t) = 4x(t) - 3y(t),$$

answer the following questions.

(a) Find the solution $(x(t), y(t))$ satisfying $(x(0), y(0)) = (a, b)$.(b) Show the condition on a, b such that the solution $(x(t), y(t))$ obtained in (a) satisfies

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t), y(t)) = (0, 0).$$

2022年9月・2023年4月入学試験問題
 大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻
 科目名： _____ 力学(その1) _____

問題番号 3

図1に示すように(as shown in Fig. 1)円柱(cylinder)が水平床(horizontal floor)上を滑ることなく転がる運動(rotational motion without slipping)を考える。回転中心(center of the rotation)は円柱の中心軸(axis of the cylinder)Cとする。円柱は半径(radius)が r で、密度は一様(uniform density)とする。円柱の慣性モーメント(moment of inertia) J は円柱の質量(mass) M と半径 r を用いて $J = (1/2)Mr^2$ と表される。静止している円柱(the cylinder at rest)を水平に(horizontally)突いた(push)場合に、水平床を滑らずに転がり出す(rotate on the horizontal floor without slipping)高さ(height) h を求めよ。空気抵抗(air resistance)や、円柱と水平床との摩擦(friction between the cylinder and the floor)は無視できる(neglect)とする。ただし、重力加速度(gravitational acceleration)を g とする。

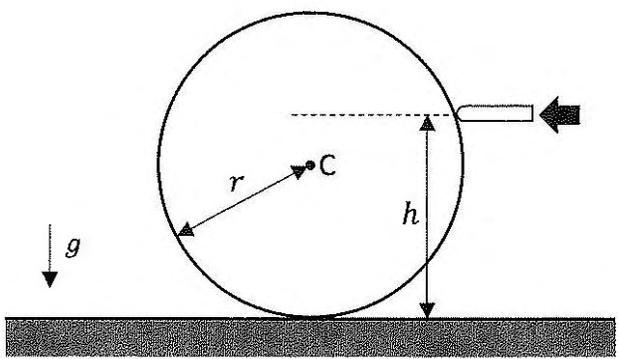


図1 (Fig. 1)

2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻
科目名： _____ 力学(その2) _____

問題番号 4

図1に示すように(as shown in Fig. 1)水平床(horizontal floor)に半径(radius) r の半球状の穴(hemispherical hole)がある。この半球状の穴の内面(the inner surface of the hemisphere)は滑らか(smooth)であるとする。今、長さ(length) L の棒(one end of the rod)が半球状の穴の内面に接し(in contact with the hemispherical surface)、他端(the other end of the rod)は半球状の穴の外に出る(outside)ようにして静かに手を離れた(slowly released the rod)ところ、図1に示すように、棒は半球状の穴の縁に接した状態(touching the edge of the hemisphere)で静止(remained stationary)した。棒の密度は均一である(uniform density)。空気抵抗(air resistance)や、摩擦(friction)は無視できる(neglect)とする。以下の問に解答せよ。

- (1) 水平床と静止した棒が成す角度(angle)を θ とするとときに、棒の重心(center of gravity) G の水平床からの深さ(depth) h を求めよ。
- (2) 角度 θ を求めよ。但し、重力加速度(gravitational acceleration)を g とする。
- (3) 棒の一端が半球状の穴の内面に接した状態で静止するための L の範囲(range)を、 r を用いて示せ。

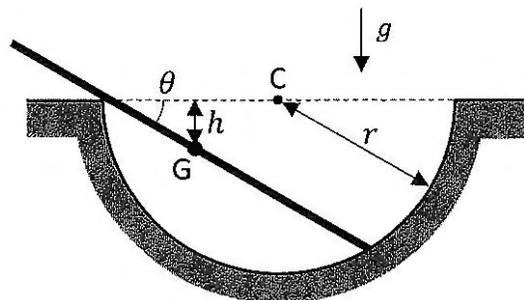


図1 (Fig. 1)

2022年9月・2023年4月入学試験問題
 大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

科目名: 電磁気学(その1)

問題番号 5

以下の間に答えよ。ただし、解答は MKSA 単位系で示せ。

- (1) 図1に示すように(as shown in Fig.1) 軸が鉛直方向を向いた(axis oriented vertically)中空(hollow)の一巻きコイル(single coil) (半径(radius) a [m]) が真空中に置かれている(placed in vacuum)。このコイルに電流(current) I_0 [A]を流したとき, その中心(center of coil) O から距離 z [m]だけ離れた点 P での磁束密度(magnetic flux density) B [Wb/m²]を求めよ。ただし, 真空中の透磁率(magnetic permeability)を μ_0 とする。
- (2) 次に, このコイルの中心に沿って上方から(from the top along the center of the coil) 棒磁石(bar magnet)を落とす(drop)ことを考える。ここでは, コイルには電流は流していない(no current flow)。また, 棒磁石の向きはN極が下(the bar magnet is oriented with N-pole down) になっていることとする。この棒磁石の運動(motion of the bar magnet)によってコイルに誘導される起電力(induced electromotive force) V [V]を, コイルを通り抜ける磁束(magnetic flux passing through the coil) Φ [Wb]を用いて表せ。
- (3) 簡単のため, 長さ(length) L [m]の棒磁石を距離(distance) L [m]だけ離れた点状の磁荷(point magnetic charges)からできていると仮定する(assume)。図2に示すように(as shown in Fig.2), この棒磁石のN極の先端(the N-pole tip)を原点(origin)とし, そこにN極側の磁荷があるとする。このとき, 磁石の外部の点(point Q outside the magnet) $Q(x, y, z)$ における磁束密度の z 方向成分(z direction component) $B_z(x, y, z)$ [Wb/m²]を表す式をかけ。ただし, N極の磁荷の強さ(strength of magnetic charge on the N-pole)を $+m$ [Wb], S極の磁荷の強さを $-m$ [Wb]とする。
- (4) 図2に示すように, z 軸上の距離 h [m]の位置に中心を持ち, z 軸に垂直な半径 a [m]の一巻きコイルに対し, 棒磁石から出て(out of the bar magnet) このコイルを通り抜ける磁束 $\Phi(h)$ [Wb]を, m, a, h, L を使って表わせ。ただし, 棒磁石の磁束線は閉じた閉曲線(the magnetic field lines are closed curves)であることに注意すること。
- (5) この一巻きコイルの電気抵抗(electrical resistance)を R [Ω]とする。このとき, このコイルに流れる誘導電流(induced current) I [A]を, 棒磁石の落下速度(falling velocity) v [m/s], および R, Φ, h を用いて表せ。
- (6) 棒磁石がこの誘導電流から受ける力(force from the induced current)を m, a, L, h, v, R, Φ を用いて表せ。

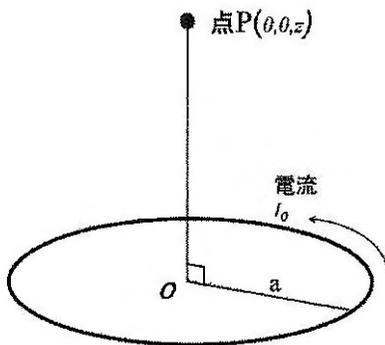


図1 (Fig. 1)

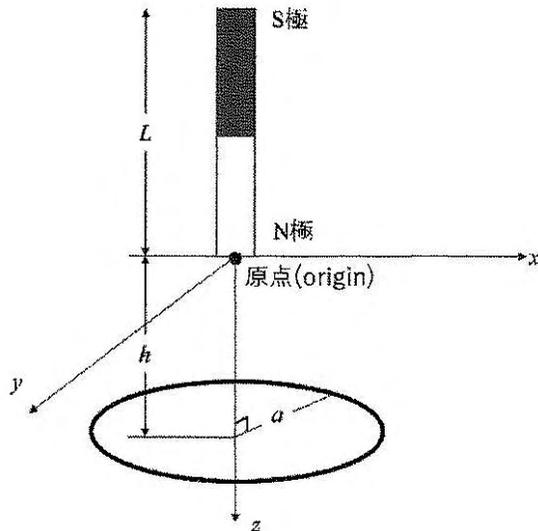


図2 (Fig. 2)

2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

科目名： 電磁気学(その2)

問題番号 6

以下の問に答えよ。ただし、解答は MKSA 単位系で示せ。

- (1) 図 1 に示す(as shown in Fig. 1), 半径 a (radius a) の導体球の外側(outside of the spherical conductor)に一様(uniform)な誘電率 ϵ の誘電体(dielectric with the permittivity of ϵ) が半径 b で配置されている。その外側は誘電率 ϵ_0 の真空(placed in vacuum with the permittivity of ϵ_0) である。導体に電荷 Q をあたえた(electric charge Q on the conductor)。ただし、導体中心からの距離を r として(r is the distance from the center of the conductor) 以下の問に答えよ。
- (a) 誘電体の内部(inside the dielectric)及び外部(outside of the dielectric)の電束密度 D_1, D_2 を導体中心からの距離 r を用いてそれぞれ求めよ(show the electric flux densities)。ただし、1 は誘電体内部(1 means inside the dielectric), 2 は真空中(2 means in vacuum), 以下同様(the same hereinafter)である。
- (b) 同様に電場(electric fields) E_1, E_2 を求めよ。
- (c) 同様に電位(electric potentials) V_1, V_2 を求めよ。ただし無限遠(at infinity)で $V_2=0$ である。
- (d) 誘電体球の外側の空間全体(whole space outside the dielectric sphere)での体積積分(volume integral) $\int D E d v$ を求めよ。
- (e) この体系での静電エネルギー(electro static energy) U を Q と導体表面の電位(electric potential at the surface of the conductor) V_s を使って表せ。
- (f) 電場 E を、球の中心からの距離 r の関数としてその概略を図示(illustrate the outline)せよ。

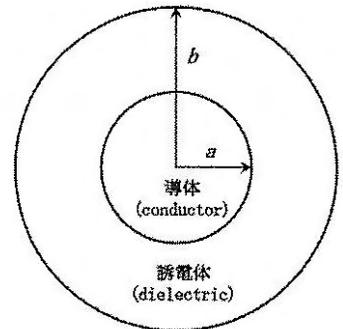


図 1 (Fig. 1)

- (2) サイクロトロン(cyclotron)は荷電粒子(charged particles)が一様な磁場中(in the uniform magnetic field)で円運動(circular motion)を利用し、一周毎(once per one circle)に荷電粒子に高周波電場(radio frequency electric field)によってエネルギー(energy)を与えて加速(accelerate)するシステムである。以下サイクロトロンに関する設問に答えよ。ただし、ここでは相対論は考慮せず(theory of relativity need not be considered), 荷電粒子の質量(mass) m は常に一定(particle mass is constant)であるとせよ。
- (a) 磁束密度(magnetic flux density)を B , 荷電粒子の電荷(electric charge)を q , 磁場中での回転半径(radius of the circular path)を r として、円運動の周期(cyclotron period)がその速度によらず一定(constant regardless the velocity)であることを示せ。
- (b) 10 回加速(10 times acceleration)を受けた時点と 250 回加速を受けた時点での荷電粒子の回転半径の比(ratio of the radii of the circular paths)を求めよ。ただし、荷電粒子の初速度は無視(the initial velocity is not taken in account)して考えよ。
- (c) 磁束密度 $B=1.2 \text{ Wb/m}^2$, 取り出し半径(extraction radius) $R=0.5 \text{ m}$ であるとき、陽子を加速する高周波電場の周波数(frequency)と取り出されるエネルギーを求めよ。ただし、陽子の電荷は $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$, 質量は $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ とせよ。解答は小数点以下一桁(round to one decimal place)でよい。

受験番号					
氏名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

No.

1	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号	
---------	--

科目名	
-----	--

受験番号					
氏名					

No.

2	/	4
---	---	---

採点欄

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

※裏面の使用は不可

選択 問題番号	
---------	--

科目名	
-----	--

受験番号					
氏名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

No.

3	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号

--

科目名

--

受験番号					
氏名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

No.

4	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号	
---------	--

科目名	
-----	--