

2022年9月・2023年4月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

材料科学専攻

問題表紙

◎問題用紙が 8 ページあることを試験開始直後に確認しなさい。

◎解答用紙が 3 枚綴りが 1 組あることを試験開始直後に確認しなさい。

全8科目中3科目を選択して、選択した問題番号と科目名を1科目につき1枚の解答用紙に明記して解答せよ。

2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名： _____ 数 学 _____

問題番号 1

問1 微分方程式 (differential equation)

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2x \frac{dy(t)}{dt} + (1+x^2)y(t) = 0 \quad (*)$$

について以下の問に答えよ。ただし、 x は実定数 (real constant) であるとする。

1) 初期値 (initial value)

$$y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dt}(0) = 1$$

のもとでの微分方程式 (*) の初期値問題 (initial value problem) の解 (solution) を求めよ。

2) 前問1) で求めた初期値問題の解における x を変数 (variable) とした2変数関数 (two-variable function) を $y_1(t, x)$ とする。 tx 平面 (tx -plane) 上の領域 (region)

$$D = \{(t, x) \mid t \geq 0, x \geq 0\}$$

に対して広義積分 (improper integral)

$$\int \int_D y_1(t, x) dt dx$$

を求めよ。

問2 対称行列 (symmetric matrix)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

について以下の問に答えよ。

1) 行列 A の固有値 (eigenvalue) をすべて求めよ。

2) $P^{-1}AP$ が対角行列 (diagonal matrix) となる直交行列 (orthogonal matrix) P を求めよ。

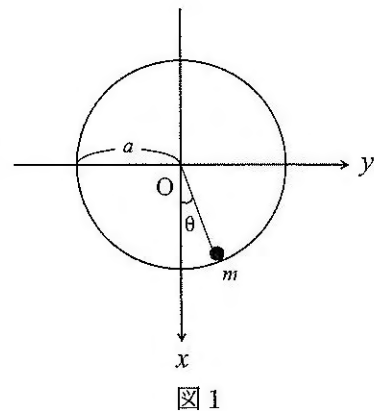
2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名： _____ 物 理 _____

問題番号 2

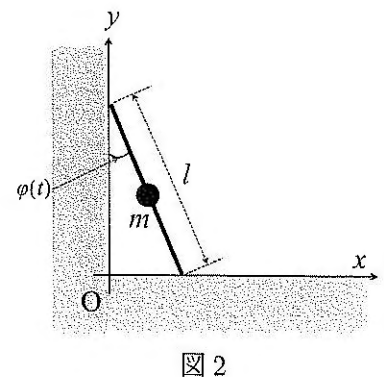
問1 図1に示すような xy 面の原点 O を中心とする半径 a の円環 (circle ring) 上に束縛された (restricted) 質量 (mass) m の質点 (point mass) の運動 (motion) について、以下の間に答えよ。ただし、摩擦 (friction) および空気抵抗 (air resistance) の影響は無視する。重力 (gravity) の向きは $+x$ 方向で、重力加速度 (gravitational acceleration) を g で表す。質点の位置と原点を結んだ線分と x 軸とのなす角を θ とする。

- 1) 質点の運動エネルギー (kinetic energy) を θ を用いて表せ。
- 2) 質点のラグランジアン (Lagrangian) を θ を用いて表せ。
- 3) θ を一般化座標 (generalized coordinate) として、質点の一般化運動量 (generalized momentum) を示し、ハミルトニアン (Hamiltonian) を求めよ。
- 4) 質点の運動に対するハミルトンの正準方程式 (canonical equation) を示せ。
- 5) 質点が円環の最下点付近で微小振動する ($\theta \ll 1$ とみなせる) とき、その振動の周期を求めよ。



問2 図2に示すような、中央に質量 m の質点を付けた長さ l の棒が壁と離れることなく、滑りながら倒れていく場合を考える。重力加速度を g とし、重力は $-y$ 方向に働くものとする。棒の質量、太さおよび棒と壁の間の摩擦 (friction) は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

- 1) 図2に示す通り、時刻 t における棒と y 軸のなす角を $\varphi(t)$ とするとき、質点の座標 $(x(t), y(t))$ を $\varphi(t)$ を用いて表せ。
- 2) 時刻 t における質点の運動エネルギー (kinetic energy) を $\varphi(t)$ を用いて表せ。
- 3) 時刻 t における質点のラグランジアン (Lagrangian) を $\varphi(t)$ を用いて表せ。
- 4) 質点に対するラグランジュ方程式 (Lagrange's equation) を使って、 $\varphi(t)$ の微分方程式 (differential equation) となる運動方程式 (equation of motion) を書き下せ。



2022年9月・2023年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名：化学

問題番号 3

問1

温度 T 、圧力 P の条件下にある容器内に分子 A と分子 B が入っているとする。分子 A、分子 B はともに剛体球 (hard sphere) とし、容器内の混合気体 (gas mixture) は理想気体 (ideal gas) として扱う。分子 A と分子 B に関するデータは表 1 のとおりである。表内の d , m , ρ はそれぞれ、分子の直径 (diameter)、質量 (mass)、数密度 (number density) である。

表 1

分子	d, m	m, kg	ρ, m^{-3}
A	d_A	m_A	ρ_A
B	d_B	m_B	ρ_B

- 1) 温度 T の条件下で分子 A の平均速度 (average velocity) は $\langle u_A \rangle = \sqrt{(3k_B T/m_A)}$ である (k_B はボルツマン定数, Boltzmann constant) である。 $m_B = 2m_A$ の場合、分子 A が分子 B と衝突するときの平均相対速度 (average relative velocity) $\langle u_r \rangle$ を、温度 T と m_A の関数として求めよ。
- 2) 分子 A が分子 B と衝突する頻度 (collision frequency) を求めるために衝突円筒 (collision cylinder) を想定することは一般的な方法である。1 個の分子 A に注目し、まずこの分子 A は $\langle u_A \rangle$ で移動して、衝突相手である分子 B は容器内の空間に均等に分布するが各分子 B は動かないと考える。 $m_B = 2m_A$ に加えて、 $d_B = 3d_A$ 、 $\rho_B = \rho_A/4$ であるとし、1 個の分子 A が分子 B と衝突する頻度を T , m_A , ρ_A と d_A の関数として求めよ。
- 3) 上記に加えて、分子 B の移動も考慮した場合の 1 個の分子 A が分子 B と衝突する頻度を T , m_A , ρ_A と d_A の関数として求めよ。

問2

温度・圧力が一定に保たれる系内で下記に示す反応 (1)~(3) が起きる。これらの反応は不可逆素反応 (irreversible elementary reactions) であり、それらの速度定数 (rate coefficients) はそれぞれ、 k_1 , k_2 と k_3 である。



- 1) 最初 ($t=0$) に系内に分子 A と分子 B しかなく、それらのモル濃度 (molar concentration) はそれぞれ $[\text{A}]_0$ と $[\text{B}]_0$ である。反応が起きると分子 A のモル濃度 $[\text{A}]$ と分子 B のモル濃度 $[\text{B}]$ が減少すると考えられるが、初期 ($t=0$) の $[\text{A}]$ が減少する速度 $\left(\frac{d[\text{A}]}{dt}\right)_0$ を示せ。
- 2) 時間が経過すると、反応 (3) によって分子 A が生成するので、 $[\text{A}]$ は増加に転じる可能性がある。これに対して、 $[\text{B}]$ は減少し続ける。 $[\text{A}]$ が増加に転じる瞬間に $[\text{A}] = [\text{A}]_{\min}$, $[\text{B}]$ は分子 C のモル濃度 $[\text{C}]$ の半分 ($[\text{B}] = [\text{C}]/2$) であると仮定し、 $k_1 = k_2 = k_3 = k$ という特別な場合の $[\text{A}]_{\min}$ と分子 E のモル濃度 $[\text{E}]$ との関係を求めよ。

2022年9月・2023年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名：物質の構造

問題番号

4

問1 面心立方構造 (face centered cubic structure) について以下の設問に答えよ。

- 1) 面心立方構造の空間群 (space group) は $Fm\bar{3}m$ である。記号 F , m , および $\bar{3}$ の意味を説明せよ。
- 2) 面心立方構造の最密面 (close packed planes) を答えよ。また、最密面の積層の観点から、面心立方構造と六方最密充填構造 (hexagonal close packed structure) の違いを述べよ。
- 3) Fe 原子のみを含む面心立方構造に対して X 線回折測定 (X-ray diffraction measurement) を行った際、回折強度 (diffraction intensity) が消滅する条件を求めよ。ただし、結晶構造因子 (crystal-structure factor) は、

$$F(hkl) = \sum_n f_n \exp(2\pi i(hx_n + ky_n + lz_n))$$

で表される。ここで f_n は n 番目の原子の原子散乱因子 (atomic scattering factor), hkl はミラー指数 (Miller indices), x_n y_n z_n は n 番目の原子座標である。また、Fe 原子の原子散乱因子は f_{Fe} とする。

- 4) 次に、面心立方構造の4つの原子位置のうち、000位置のFe原子のみをPt原子に置き換えた場合について考える。これは面心立方構造の規則構造 (ordered structure) と考えることができ、ここでは Fe_3Pt 規則構造とする。この Fe_3Pt 規則構造についても回折強度を検討し、面心立方構造の場合と比較せよ。ただし、Pt 原子の原子散乱因子は f_{Pt} ($>f_{Fe}$) とし、Pt の置換による格子定数 (lattice parameters) の変化は考慮しなくてよい。

- 5) さらに、面心立方構造の4つの原子位置のうち、000位置に加えて $1/2$ $1/2$ 0 位置のFe原子もPt原子に置き換えた場合について考える。これを $FePt$ 規則構造とし、 Fe_3Pt 規則構造の場合との回折強度の違いを検討せよ。また、得られた結果をもとに $FePt$ 規則構造の異方性を議論せよ。

問2 結晶構造中の転位 (dislocation) について以下の設問に答えよ。

- 1) 刃状転位 (edge dislocation) とらせん転位 (screw dislocation) の違いについて、転位周辺の原子配列を図に描いて具体的に説明せよ。
- 2) 転位を透過型電子顕微鏡 (transmission electron microscope) によって観察することは可能であるか否か、その理由とともに答えよ。

2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名：材料熱力学

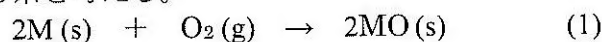
問題番号

5

問1 図1は、1atm 下における A-B 二成分系 (binary system) の平衡状態図 (equilibrium phase diagram) である。この状態図について、以下の問に答えよ。

- 1) 温度 T_P で起こる反応 (reaction) を示し、点 P の自由度 (degree of freedom) を計算せよ。
- 2) 温度 T_1 における Gibbs エネルギー-組成線図 (Gibbs energy - composition diagram) を模式的に (schematically) 示せ。
- 3) 各成分の活量係数を γ_A, γ_B 、モル分率を x_A, x_B としたとき、温度 T_2 における溶液 1 モルの、過剰混合 Gibbs エネルギー変化 (excess Gibbs energy change of mixing) を求めよ。
- 4) 溶質 (solute) B が Henry の法則 (law) に従うとき、溶媒 (solvent) A が Raoult の法則に従うことを示せ。

問2 一定温度 T で、固体金属 M と酸素ガス O_2 から固体酸化物 MO が生成する反応 (式(1)) が平衡に達している系を考える。



- 1) この系の自由度を計算せよ。
- 2) 反応の平衡定数 (equilibrium constant) を K としたとき、 K の圧力依存性 (pressure dependency) を表す式を導け。酸素ガスは理想気体 (ideal gas) であり、固体のモル体積は気体に比べて無視できるものと仮定して良い。
- 3) 式 (1) の反応を右に進めるにはどのようにすればよいか。その理由も含めて記述すること。
- 4) 平衡定数の圧力依存性を利用した工業プロセス (industrial process) の例を挙げよ。

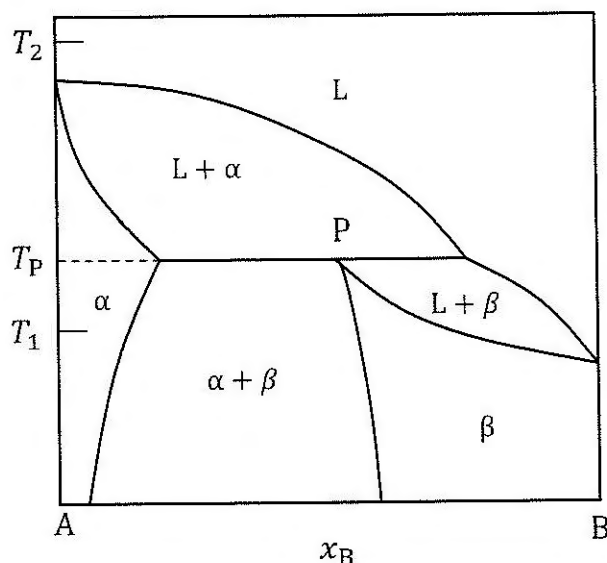


図1 A-B 二成分系平衡状態図

2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名：材料電子論

問題番号

6

問1 多電子系 (many electron system) のシュレーディンガー方程式 (Schrödinger equation) を解くための近似法の一つであるハートリー近似 (Hartree approximation) は、各電子が独立に運動する、すなわち各電子のポテンシャル V_i は、各電子の座標 (coordinate) $\mathbf{r}_i$ のみで決まるという近似法である。ハートリー近似について、以下の問に答えよ。

- 1) N 電子系 (N electron system) にハートリー近似を適用した場合、系全体の波動関数 (wave function) $\Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$ とハミルトニアン (Hamiltonian) H を示せ。ただし、 i 番目の電子の一電子波動関数 (one electron wave function) を $\varphi_i(\mathbf{r}_i)$ とする。
- 2) i 番目の電子に対する一電子ハミルトニアン h_i として一電子シュレーディンガー方程式を示せ。
- 3) 一電子ハミルトニアン h_i を具体的に書き下せ。更に、一電子ハミルトニアンを構成する各項の示す意味について説明せよ。
- 4) ハートリー近似では、パウリの排他原理 (Pauli's exclusion principle) を満たさない。それを解決するために、ハートリー・フォック近似 (Hartree Fock approximation) では、ハートリー近似とは異なる形で全電子系の波動関数を表している。その方法について、説明せよ。

問2 分子軌道法 (molecular orbital method) を用いて、水素分子 (hydrogen molecule) 中の電子 (electron) の波動関数である分子軌道 (molecular orbital) を ψ で表すとき、以下の問に答えよ。

- 1) 分子軌道 ψ を LCAO 近似 (Linear Combination of Atomic Orbitals approximation) を用いて表せ。ただし、水素分子を構成する2つの水素原子 (hydrogen atoms) を H_A と H_B として、分子軌道 ϕ は、それぞれの1s軌道である χ_A と χ_B のみを用いて表せるものとする。
- 2) レイリー・リッツの変分原理 (Rayleigh-Ritz's variational principle) を用いて、水素分子中の電子のエネルギー固有値 (energy eigenvalue) E と分子軌道関数 ψ を求めよ。
- 3) 2) で求めた分子軌道関数について、2つの水素原子 H_A と H_B の原子核 (atomic nuclei) を結ぶ直線上の $|\psi|^2$ の分布を図示せよ。また、それを基に結合軌道 (bonding orbital)、反結合軌道 (antibonding orbital) について説明せよ。

2022年9月・2023年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名：機械材料学

問題番号 7

金属材料のミクロ組織 (microstructure) と機械的性質 (mechanical property), 加工・熱処理 (processing, heat treatment) について以下の問いに解答せよ。

- 1) 合金 (alloy) 板の製造時に, 鑄造 (casting) 後, 鑄塊 (ingot) の均質化熱処理 (homogenization) が行われる。均質化熱処理の前に鑄塊を圧延 (rolling) 加工すると均質化の熱処理時間を短縮できる。この理由をミクロ組織の観点から 100 字以内で説明せよ。
- 2) 熱処理で結晶粒 (crystal grain) を微細化 (refinement) することを考える。平均結晶粒径 (average grain diameter) が $2d$ および d の時, 降伏強度 (yield strength) がそれぞれ σ_1 および σ_2 であったとする。降伏強度と平均結晶粒径の間に Hall-Petch の関係が成り立つとして, 平均結晶粒径 $d/2$ の時の降伏強度 σ_3 を σ_1 および σ_2 により表せ。
- 3) 結晶粒微細化が, 高温クリープ特性 (high temperature creep properties) に与える影響, およびその理由をミクロ組織の観点から合わせて 100 字以内で述べよ。
- 4) 3) で解答した性質を積極的に利用した加工法の原理を 100 字以内で述べよ。
- 5) 転位密度 (dislocation density) が ρ および 4ρ の時, せん断変形応力 (shear flow stress) がそれぞれ τ_a および τ_b であったとする。せん断変形応力と転位密度と間に Bailey-Hirsch の関係が成り立つとして, 転位密度 2ρ の時の降伏強度 τ_c を τ_a および τ_b により表せ。
- 6) 真応力 (true stress) σ と真ひずみ (true strain) ε の関係が, (式1) で表される材料の単軸引張変形 (uni-axial tensile deformation) を考える。

$$\sigma = C\varepsilon^n \quad (\text{式1})$$

定数 (constant) C : 705 MPa, 加工硬化指数 (strain hardening exponent) n : 0.5

一様伸び (uniform elongation) の限界に達し, くびれ (necking) が発生するときの真応力を数値で解答せよ。

- 7) 図1のように, 完全結晶 (perfect crystal) にせん断応力 (shear stress) を与えてすべり変形 (slip deformation) させることを考える。原子列 (atomic row) Y に対し原子列 X を一斉にずらすすべり変形に必要なせん断応力 τ を, 平衡位置からの移動距離 (distance from the position of stable equilibrium) x の関数として求めよ。すべり面間隔を a , すべり方向における原子間距離を b , 剛性率 (shear modulus) を μ とし, すべり変形に伴う結晶のエネルギー (energy) 変化は正弦曲線 (sine curve) で表せるものとする。

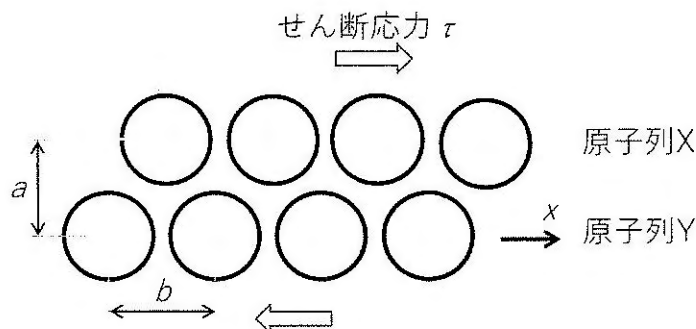


図1

2022年9月・2023年4月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

科目名：材料力学

問題番号 8

問1 図1のように、長さ $2l$ 、伸び剛性 EA の中実丸棒①が左端を壁に固定され、軸方向に一様な分布荷重 $p(x) = p_0$ が作用している。また、同軸上に右端を壁に固定された長さ l 、伸び剛性 $2EA$ の中実丸棒②があり、左端には薄い剛体板が取り付けられている。無負荷の状態での両方のギャップ（間隔）は δ となっている。なお、それぞれの丸棒は図心が一致していて、半径方向は全断面で一様に変形すると仮定して良い。また、ギャップ δ は他の寸法に比べて十分に小さい。以下の設問に解答せよ。

- 1) 左側の中実丸棒①に対して軸方向に一様な分布荷重 $p(x) = p_0$ が全長に渡って作用して、ギャップが0になった（接触した）。この時の分布荷重 p_0 をギャップ間隔 δ にて表わせ。
- 2) 次に、分布荷重 p_0 の大きさを2倍にして $2p_0$ とする問題を考える。この時、中実丸棒①と②が接触する面で生じる反力を R_1 とする。中実丸棒①に関するフリーボディダイアグラム（FBD）を描きなさい。
- 3) 接触する面で生じる反力 R_1 を求めなさい。
- 4) 初めに接触した点（ $x = 2l + \delta$ ）が移動する距離 λ を求めなさい。

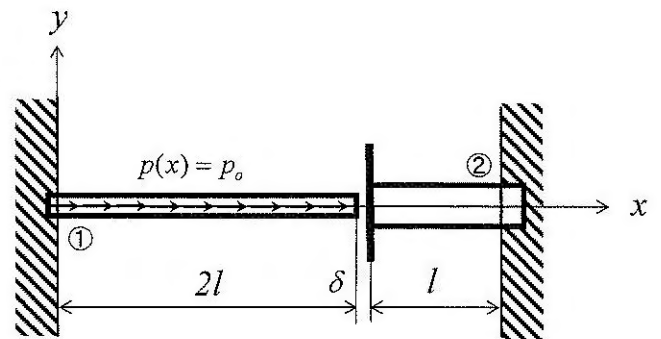


図1

問2 図2のように、長さ $2l$ 、曲げ剛性 EI のはりが右端を壁に固定され、はりの左端に剛体バー、また、中央部（A点）にばね定数 k のばねがそれぞれ取り付けられている。今、一様な分布荷重 f_0 が x 方向に作用して座屈しない状態でつり合っている。なお、はりの軸方向の変形は曲げによるそれより小さく無視して良いと仮定する。以下の設問に解答せよ。

- 1) はりがばねから受ける反力を R として、このはり全体のフリーボディダイアグラム（FBD）を描きなさい。
- 2) はりの曲げモーメントの変化を2つの区間（OA間とAB間）に場合分けして求めなさい。
- 3) ばねからの反力 R を求めなさい。
- 4) A点におけるはりのたわみ v_A を求めなさい。

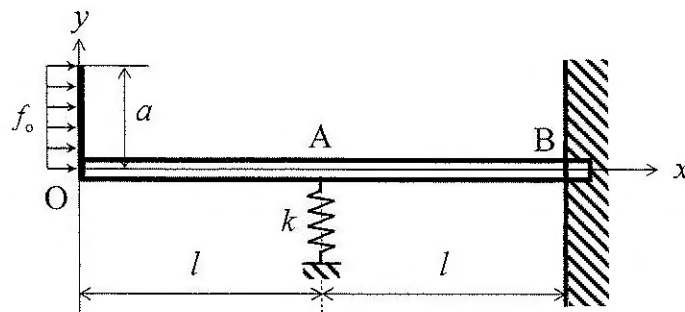


図2

受験番号					
氏 名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

No.

1	/	3
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号		科目名	
---------	--	-----	--

受験番号					
氏 名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

No.

2	/	3
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号		科目名	
---------	--	-----	--

受験番号					
氏 名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程材料科学専攻

No.

3	/	3
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号		科目名	
---------	--	-----	--