

2022年9月・2023年4月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

機械科学・航空宇宙専攻

問題表紙

- ◎問題用紙が 6 ページあることを試験開始直後に確認しなさい。
 ◎解答用紙が 4 枚綴りが 1 組あることを試験開始直後に確認しなさい。

注意事項

1. 選択方法

- (1) 問題 1, 問題 2 は共通科目である。これら 2 題はすべて解答すること。
 (2) 問題 3, 問題 4, 問題 5, 問題 6 は選択科目問題である。これら 4 題の中から合計 2 題を選択して解答すること。選択科目問題を 2 題よりも多く解答した場合には、すべての解答を無効とする。

区分	問題番号	科目名	解答方法
共通科目	1	数学	左記 2 題をすべて解答すること。
	2	力学	
選択科目	3	熱力学	左記 4 題の中から合計 2 題を選択して解答すること。
	4	流体力学	
	5	材料力学	
	6	制御工学	

2. 解答方法

- (1) 解答は別紙の解答用紙のおもて面に記入すること（裏面への記入は採点対象としない）。
 (2) 問題 1, 問題 2 の解答は対応する番号があらかじめ記載された解答用紙に記入すること。
 (3) 選択科目問題の解答用紙は 2 枚ある。解答用紙 1 枚ごとに 1 科目ずつ解答し、選択した問題番号と科目名を解答用紙上部の当該欄に必ず明記すること。

3. 試験時間は、共通科目と選択科目あわせて 180 分である。

2022年9月・2023年4月入学試験問題
 大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： _____ 数 学 _____

問題番号

1

(1) 以下の問いに答えなさい。 $t \in \mathbb{R}$ を独立変数として、 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T \in \mathbb{R}^3$ に関する微分方程式

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad \text{但し, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & -3 & -7 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & -6 \end{bmatrix}$$

を考えよう。以下の問いに答えなさい。

- (i) 行列 \mathbf{A} の固有値および固有ベクトルを求めなさい。
- (ii) 微分方程式の一般解 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T$ を求めなさい。
- (iii) 初期条件 $\mathbf{x}(0) = (x_1(0), x_2(0), x_3(0))^T = (1, 0, 0)^T$ とした時の微分方程式の解 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T$ を求めなさい。
- (2) 以下の問いに答えなさい。但し、 i は虚数単位である。

- (i) 複素数 z が $|z| = 1$ を満たしながら、原点の周りを正の向きに回転するとき、複素数

$$w = z + \frac{4}{z}$$

はどのような図形上を動くか説明しなさい。

- (ii) 複素関数

$$f(z) = \frac{1}{z^6 + 1}$$

の特異点を全て求め、対応する留数を全て求めなさい。さらに、積分

$$\oint_C f(z) dz$$

を計算しなさい。但し、 $C: |z-1|=1$ で、積分は正の方向に行うものとする。

- (iii) 実数 x の関数

$$f(x) = \frac{1}{x^6 + 1}$$

に関する定積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

を計算しなさい。

(注意) 計算において、定数や変数などの数学記号が必要であれば、適当に定めた上で用いても良い。

2022年9月・2023年4月入学試験問題
 大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： _____ 力学 _____

問題番号 2

質量 m の3質点と、自然長 l 、バネ定数 k の質量のないバネと、長さが $2Y$ の質量のない棒を、連結したものを天井からつるす。バネは鉛直方向のみ振動するものとして、その微小振動を調べよう。但し、3つの質点の重心を G の記号で示し、重力加速度を g とし、摩擦は働かないものとする。

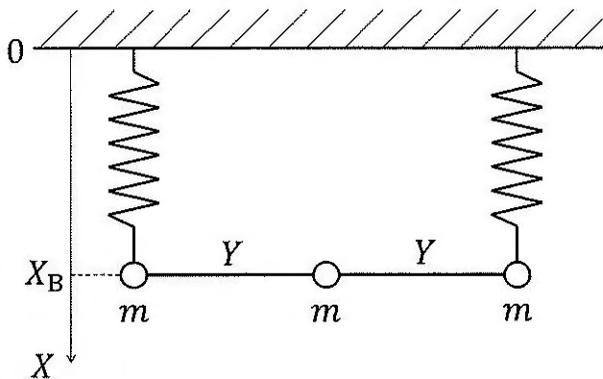


図 1

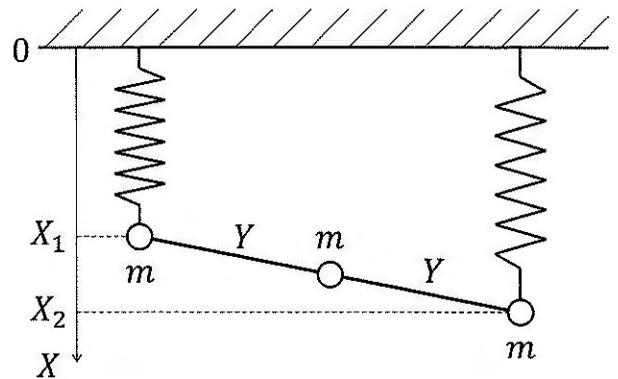


図 2

- (1) 図 1 に示すような平衡状態における重心 G の位置 X_B を求めなさい。
- (2) 図 2 のように棒の両端にある質点の位置を、 X_1 、 X_2 、とすると、重心 G の位置 X_G を、 X_1 、 X_2 、を用いて示しなさい(答えのみで良い)。更に、重心 G の並進方向の運動方程式を、 X_1 、 X_2 、を用いて示しなさい。
- (3) 平衡状態を基準とした相対的な位置を示す変数として、 $x_1 = X_1 - X_B$ 、 $x_2 = X_2 - X_B$ を導入するとき、重心 G の並進方向の運動方程式を、 x_1 、 x_2 、を用いて求めなさい。
- (4) 重心 G まわりの角運動量 L と力のモーメント N を示し、回転の運動方程式を、 x_1 、 x_2 、を用いて示しなさい。符号については、図 2 の平面内の反時計回りを正とする。
- (5) 設問(3),(4)で求めた運動方程式の解が、 $x_1 = A_1 \exp(i\omega t - \phi)$ 、 $x_2 = A_2 \exp(i\omega t - \phi)$ 、の形で書けるとする。運動方程式に代入し整理したものを、行列を用いて示しなさい。 i は虚数単位とし、 t は時間とし、 A_1 、 A_2 、 ω 、 ϕ は定数とする。
- (6) 設問(5)で示した運動方程式が、 x_1 、 x_2 に関して非自明解をもつための条件を示しなさい。
- (7) 全ての固有角振動数を求めなさい。更に、各々の固有角振動数に対応するモードについて、振幅 A_1 、 A_2 が満たす条件を示しなさい。
- (8) 各モードの運動について、図を描き説明しなさい。

2022年9月・2023年4月入学試験問題
 大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： _____ 熱力学 _____

問題番号 3

以下の2つの問題[1]と[2]について答えよ。なお、密度 ρ 、比体積 $v(=1/\rho)$ 、温度 T 、圧力 p 、比エントロピー s 、比内部エネルギー e 、比エンタルピー h 、定積比熱 C_v (一定値)、定圧比熱 C_p (一定値)、比熱比 κ (一定値)、ガス定数 R 、時刻 t と書くこととする。

[1] 理想気体の2次元定常流 (図1, 2の2ケース：流路形状は太線、流線は細線) を考える。

1つめのケース (図1：一般的な絞り膨張現象) では、十分に上流にある部分 (断面A) と十分に下流にある部分 (断面C) が同じ断面積を持つが、その途中に急激な断面積変化で絞った部分 (断面B) を上下対称な高さに設置している。断面Bのすぐ下流には、上下対称な剥離渦域が存在している。2つめのケース (図2) は、1つめのケースの急激な断面積変化部分を、緩やかに断面積変化する絞り部で置き換え、剥離渦域が存在しない場合である。

いずれのケースも、断面A, B, Cでの流路の断面積は $S_A, S_B, S_C (=S_A)$ とし、断面A, 断面Cでは、 y 方向に気流の各物理量は一様になっているものとする。また、全域で亜音速流れとし、断面Aと断面Cでは、単位質量あたりの流体の運動エネルギー E_{kinetic} は比エンタルピー h より十分に小さく、エネルギー保存則中では無視できるものとする。なお、流体はニュートンの粘性法則とフーリエの熱伝導法則に従うが、固体壁での摩擦による損失エネルギーは無視するとともに、固体壁では断熱とする。よって、剥離渦域のない図1の断面Bより上流と、図2の全域では等エントロピーを仮定する。

- (1-1) 図1と2のそれぞれの場合において、圧力 p と比エンタルピー h について、断面Aと断面Cにおける大小関係を示せ。
- (1-2) 図1の場合について、断面Aにおける圧力 p_A 、密度 ρ_A と、断面Cにおける p_C 、 ρ_C の関係が、 $p_A(\rho_A)^m = p_C(\rho_C)^m$ の形にかけることを説明し、定数 m の値も明確にして記せ。
- (1-3) 図1の場合について、断面A, C間の比エントロピーの差 Δs を、密度 ρ_A 、 ρ_C の関数として記せ。

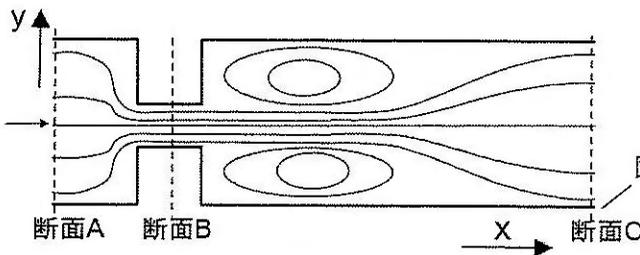


図1 急激な絞り部下流に剥離渦域がある場合

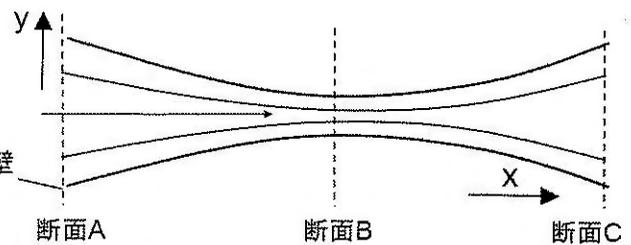


図2 穏やかな絞り部を持ち、剥離渦域がない場合

[2] フーリエの熱伝導法則に従う x - y 平面内の2次元熱伝導現象の比エントロピー s の変化について考える。流速は考慮するが粘性の影響は除外し、拡散現象としては熱伝導のみを考慮する。密度 ρ の空間勾配は小さく、密度 ρ は一定と仮定し、熱伝導方程式 $\frac{DT}{Dt} = \left(\frac{\lambda}{\rho C_v}\right) \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right]$ を利用する。なお、 $\frac{DT}{Dt}$ は x, y 方向の流速 w_x, w_y を加えた物質微分 $\left(\frac{\partial T}{\partial t} + w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y}\right)$ で、熱伝導率 λ は一定値とする。また、非可逆過程のエントロピーバランス $\rho \frac{Ds}{Dt} = \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \lambda \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \phi$ と、全微分量の関係である Gibbs の式 $Tds = de + pdv$ も併用する。なお、 ϕ は散逸関数とし、全微分は、時空間のどの方向にも微分可能を意味する。

- (2-1) 散逸関数 ϕ を熱伝導率 λ と温度 T の関数として導出せよ。
- (2-2) 更に定常状態を仮定した場合、散逸関数 ϕ の効果によって、流れの方向に比エントロピー s が増加することを、(2-1) で得られた結果を使って説明せよ。(注：なお、 $\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \lambda \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial y}\right)$ の項の効果としては、エントロピーの増加・減少のいずれも可能である。)

なお、必要な記号・定義・仮定等があれば追記して答えよ。

2022年9月・2023年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： 流体力学

問題番号

4

一次元非定常等エントロピ流れの基礎方程式（外力および粘性の影響を無視）は、以下の式(1)~(3)のように与えられる。

$$\text{連続方程式} : \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動方程式} : \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\text{等エントロピの式} : \frac{p}{\rho^\kappa} = \text{const.} \quad (3)$$

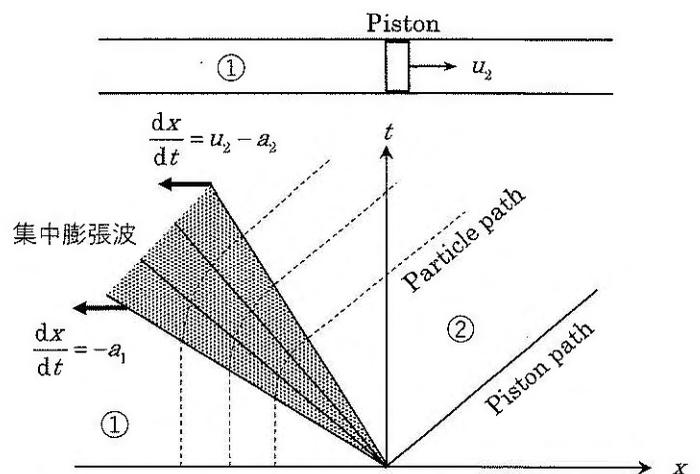
ただし、 ρ : 流体密度, u : 流速, p : 圧力, κ : 比熱比, t : 時間, x : 一次元座標である。

問(1) このとき、特性曲線： $\frac{dx}{dt} = u + a$ に沿って $u + \frac{2a}{\kappa - 1}$ および

特性曲線： $\frac{dx}{dt} = u - a$ に沿って $u - \frac{2a}{\kappa - 1}$ がそれぞれ不変量となることを示せ。

ただし、 a は音速 ($=\sqrt{dp/d\rho}$) である。

問(2) 右図に示すように、断面積一定の長い管路にピストンが設置されている。ピストンの左側領域①には圧力 $p_1 = 303$ [kPa], 温度 $T_1 = 380$ [K] の静止空気 ($\kappa = 1.4$, ガス定数 $R = 287$ [J/(kg·K)]) が入っている。いま、ピストンを一定速度 u_2 [m/s] で右側に移動させたところ、ピストン後方には図に示すような集中膨張波が発生し、領域②の圧力は $p_2 = 101$ [kPa] まで低下した。このとき、領域②での音速 a_2 [m/s], 温度 T_2 [K], マッハ数 M_2 およびピストンの移動速度 u_2 [m/s] を求めよ。



問(3) ピストンの右側領域にはどのような現象が生じるか。簡単に説明せよ。必要であれば図を用いてもよい。

2022年9月・2023年4月入学試験問題
 大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学・航空宇宙専攻
 科目名： 材料力学

問題番号 5

長さ $4l$ 、曲げ剛性 EI 一定のはりがあり、はりの端部（O点とD点）は壁に固定されている。図のように、はりの中央AB間に剛体が2点で単純支持され、剛体に分布荷重 f_0 （単位長さ当たりの荷重）が作用している。剛体は質量がなく、変形後も横方向に移動はしないと仮定する。以下の設問に解答せよ。

- (1) はり（OD）に関して、フリーボディダイアグラム（FBD）を描きなさい。
- (2) はりの対称性を考慮し、はりの左側（OC）の曲げモーメント $M(x)$ を求めなさい。
- (3) 中点（C点）のたわみ v_c を求めなさい。

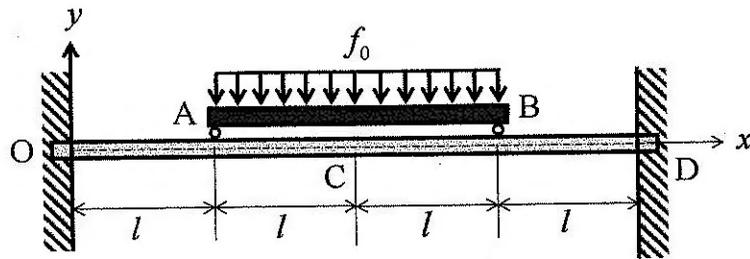


図1 中央で分布荷重が負荷されている両端固定支持のはり

たわみ量の減少を目的として2つの方法を考えた。1) はりの中央部（AB）のみを剛体に交換して同じ長さの接合はりを作製した。接合点（A,B点）にてはりは回転せず、たわみ角は滑らかに変化する。2) さらに、はりの中央下部（C点）にある隙間（ $\delta_1 \geq 0$ ）を設けて、ばね定数 k の直立しているばねを設置した。前問と同様に、剛体・ばねとも質量はなく、また、ばねは無負荷の状態では自然長であると仮定する。以下の設問に解答せよ。

- (4) 中央部を剛体に交換したはりが前問と同様な分布荷重 f_0 を受けていて、この時、はりの中央下部（C点）がばねに接触したとする。この時のC点の変位 δ_1 を求めなさい。
- (5) 次に、分布荷重を2倍して $2f_0$ として、はりの中央部がばねを押し下げた。この時の無負荷の状態からの変位を δ_2 として、変位が $0 \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \delta_2$ と変化する時の荷重と変位の関係を図示せよ。
- (6) 分布荷重 $2f_0$ が作用している時のはりの中央下部C点の変位（ $\delta_2 - \delta_1$ ）を求めなさい。

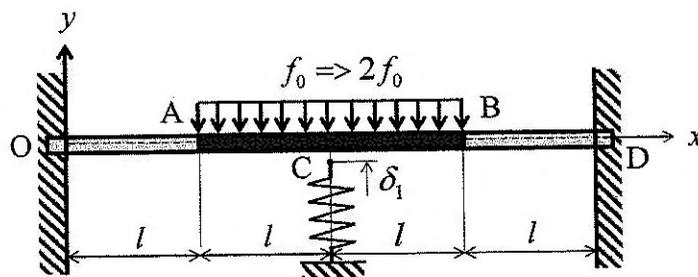


図2 はりの中央部を剛体に交換したはり

2022年9月・2023年4月入学試験問題
 大学院基幹理工学研究科修士課程 機械科学・航空宇宙専攻

科目名： _____ 制御工学 _____

問題番号 6

図1に示すような、制御対象が2次遅れ系で、調節器が $C(s)$ として表されるフィードバック制御系において、目標値 $R(s)$ に対する出力 $Y(s)$ の周波数入力応答について考える。

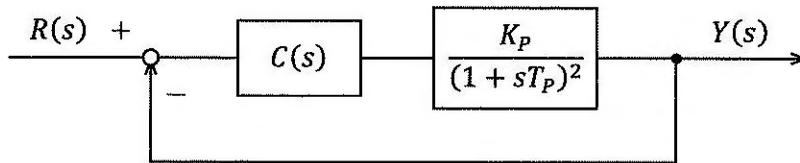


図1 制御対象が2次遅れ系で調節器が $C(s)$ として表されるフィードバック制御系のブロック線図

- (1) 調節器の動作が比例動作のみ、つまり $C(s) = K_C$ のとき、次の問いに答えよ。
 - (a) 伝達関数を求めよ。
 - (b) ゲインを周波数 (ωT_p) の関数として表せ。
 - (c) 定常ループゲインが $K_C K_P = 1.0$ のとき、周波数 (ωT_p) に対するゲインのグラフを描け。
 - (d) $\omega T_p \ll 1$, $\omega T_p \gg 1$ のそれぞれ場合の漸近線を求め、ゲインのグラフ上に併せて描け。
 - (e) 折点周波数を求めよ。

- (2) 調節器の動作が比例+積分動作、つまり $C(s) = K_C \left(1 + \frac{1}{sT_I}\right)$ のとき、次の問いに答えよ。
 - (a) 伝達関数を求めよ。
 - (b) ゲインを周波数 (ωT_p) の関数として表せ。
 - (c) 定常ループゲイン $K_C K_P$ は(1)と同じで、積分時間と制御対象の時定数の比が $T_I/T_p = 0.1$ のとき、周波数 (ωT_p) に対するゲインを、(1)で描いたグラフ上に併せて描け。
 - (d) $\omega T_p \ll 1$, $\omega T_p \gg 1$ のそれぞれ場合の漸近線を求め、ゲインのグラフ上に併せて描け。
 - (e) 折点周波数を求めよ。

- (3) 調節器の動作が比例動作のみの場合と比例+積分動作の場合のゲインを比較したとき、次の2つの違いは何を意味するか、簡潔に説明せよ。
 - (a) $\omega T_p \ll 1$ におけるゲインの違い。
 - (b) 接点周波数の違い。

受験番号					
氏名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学・航空宇宙専攻

No.

1	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

共通	問題番号	1	科目名	数学
----	------	---	-----	----

受験番号					
氏名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学・航空宇宙専攻

No.

2	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

共通	問題番号	2	科目名	力学
----	------	---	-----	----

受験番号					
氏名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学・航空宇宙専攻

No.

3	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号

科目名

受験番号					
氏名					

2022年9月・2023年4月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学・航空宇宙専攻

No.

4	/	4
---	---	---

採点欄

※裏面の使用は不可

選択 問題番号

--

科目名

--