２０２２年９月・２０２３年４月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

電子物理システム学専攻

問題表紙

◎問題用紙が＿6＿ページあることを試験開始直後に確認しなさい。
◎解答用紙が＿6＿枚綴りが＿1＿組あることを試験開始直後に確認しなさい。

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験問題
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：　力学（その１）

問題番号 1

問１　図１に示すような逆円錐面上 (inverted cone surface) の質量 (mass) m の質点 (point mass) の運動 (motion) について，以下の問いに答えよ。ただし，重力 (gravity) や摩擦 (friction) は一切無視することとする。

(1) デカルト座標 (rectangular coordinate system) で表されている質点の座標 (coordinates) (x, y, z) を球座標 (spherical coordinates) (r, α, φ) を用いて表せ。ただし，α は定数 (constant) である。

(2) r と φ を一般化座標として，質点のラグランジアン (Lagrangian) を示せ。

(3) ラグランジュ方程式 (Lagrange equations) を用いて質点の運動方程式 (equations of motion) を求めよ。

(4) この質点の角運動量 (angular momentum) を $\boldsymbol{L}$，その x, y, z 成分をそれぞれ L_x, L_y, L_z とするとき，ポアソンの括弧式 (Poisson's bracket) $[L_z, z] = 0$ となることを示せ。

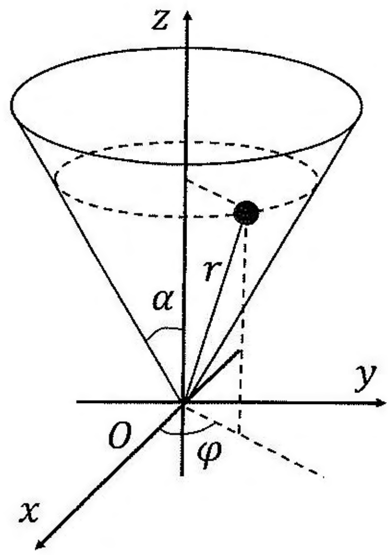


図１

次に，図２に示すように，原点と質点との間を自然長 (natural length) ℓ，ばね定数 k の質量の無視できるばねで結び，一端を原点に固定して質点が上と同じ逆円錐面上で運動を行う場合を考える。ばねは質点の運動中たわむことはなく直線的に伸縮するものとする。

(5) r と φ を一般化座標として，質点の一般化運動量 (generalized momenta) を示し，ハミルトニアン (Hamiltonian) を求めよ。

(6) 質点の運動に関するハミルトンの正準方程式 (Hamilton's canonical equations) を書き下せ。

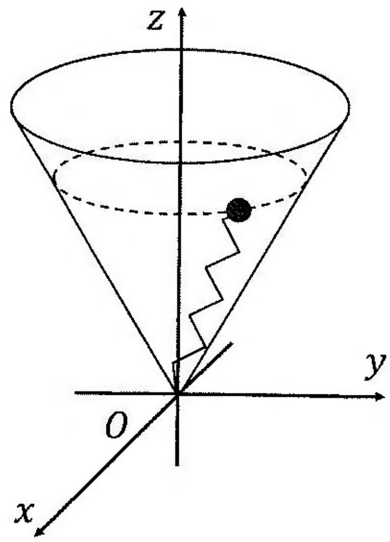


図２

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：　力学（その２）

問題番号 2

問 2　定常 Schrödinger 方程式 (stationary Schrödinger equation) $\hat{H}u_n(x) = E_n u_n(x)$ はエルミート演算子 (Hermitian operator) $\hat{H}$ に対する固有値問題 (eigenvalue problem) でもある。波動関数 (wave function) $\phi(x)$ が，固有値 (eigenvalues) の異なる（$E_1 \neq E_2$）2 個の固有関数 (eigenfunctions) $u_1(x)$, $u_2(x)$ の一次結合 (linear combination) で次式のように与えられている。内積 (inner product) の記号 $(\psi_1, \hat{F}\psi_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^*(x)\hat{F}\psi_2(x)\,dx$ を用い，次の規格化を仮定する　$(\phi,\phi) = (u_n, u_n) = 1 \quad (n = 1, 2)$。

$$\phi(x) = \frac{1+2i}{2\sqrt{2}}u_1(x) + C_2 u_2(x)$$

(1)　$|C_2|^2$ を求めよ。また，C_2 を ϕ, u_2 を用いて表せ。

(2)　期待値 (expectation value) $\langle H \rangle = (\phi, \hat{H}\phi)$ と標準偏差 (standard deviation) $\Delta H = \sqrt{\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2}$ を求めよ。

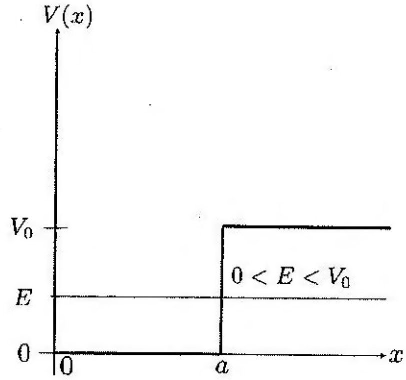
(3)　上の $\phi(x)$ の状態にある粒子に対して，その力学的エネルギー (mechanical energy) の測定 (measurement) を行うとき，どのような結果が得られるかを述べよ。

(4)　時間依存 Schrödinger 方程式 (time-dependent Schrödinger equation) は $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = \hat{H}\psi(x,t)$ である。$t = 0$ における初期条件 (initial condition) が上の $\phi(x)$ で与えられているとき（$\psi(x,0) = \phi(x)$），任意の時刻 t の波動関数 $\psi(x,t)$ を書き下せ。ただし，C_2 は記号のままでよい。

問 3　右図のようなポテンシャル (potential) 下にある質量 (mass) m の質点 (point particle) に対する定常 1 次元 (one-dimensional) Schrödinger 方程式は次式で与えられる。$0 < E < V_0$ の場合，以下の問に答えよ。

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right\}u(x) = Eu(x)$$

$$V(x) = \begin{cases} \infty & (x < 0) \\ 0 & (0 < x < a) \\ V_0\,(>0) & (x > a) \end{cases}$$



(1)　$x < 0$ では $u(x) = 0$ である。$0 < x < a$ における一般解 (general solutions) は $u(x) = A\cos(kx) + B\sin(kx)$, $x > a$ における一般解は $u(x) = Ce^{-\kappa x} + De^{\kappa x}$ で与えられる。A, B, C, D は積分定数 (constants of integration) である。ここで，正の実数 (positive real numbers) である k と κ を問題で与えられている記号を使って表せ。

(2)　$x = \infty$ の境界条件 (boundary condition) より，A, B, C, D の内一つを理由とともに定めよ。

(3)　$x = 0$ における $u(x)$ の連続性 (continuity) を課し，積分定数に対する条件式を示せ。

(4)　$x = a$ における $u(x)$ と $\frac{d}{dx}u(x)$ の連続性が与える 2 個の条件式から，積分定数を消去し (eliminate) て得られる 1 個の式を k, κ, a を用いて書き下せ。

(5)　固有関数 $u(x)$ を実数値関数 (real-valued function) と取ることとして，基底状態と第一励起状態の固有関数 $u_0(x)$ と $u_1(x)$ のグラフの概形 (outlines) を描け。

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験問題

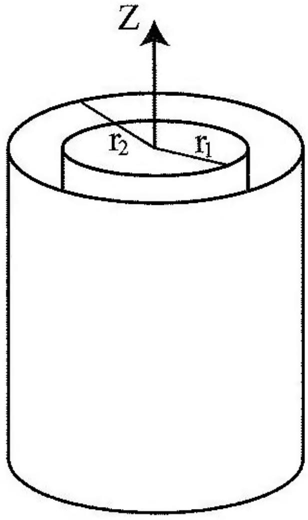
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：電磁気学（その１）

問題番号 1

問１

右図に示すような中心導体(center conductor)と外部導体(outer conductor)をもつ同軸構造(coaxial structure)について以下の設問に答えよ。内径(inner radius)を r_1，外径(outer radius)を r_2 とする。z 軸方向には同軸構造が無限にのびているものとする。中心軸(central axis)（図中 z 軸）からの距離を r としたとき，$r_2 > r > r_1$ の範囲は真空(vacuum)であり，r が r_2 以上，または，r_1 以下の範囲は完全導体(perfect conductor)であるとする。真空中の誘電率(permittivity of vacuum)を ε_0 とする。



中心導体と外部導体の間の電位差を V としたときの中心導体表面(z 軸からの距離 r_1)と外部導体表面(z 軸からの距離 r_2)の電荷密度(charge density)を求めよ。

問２

半径 r の球内(sphere)に一様分布(uniformly distributed)する電荷(charge)がつくる電場(electric field)を求めよ。球内の電荷密度(charge density)はρであるとする。一様分布電荷の周囲は真空(vacuum)であるとする。

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：　電磁気学（その２）

問題番号 2

問３　以下の問いに答えよ。

（１）図１のように,x軸上(axis)のP点を中心とし,半径(radius) a の円形コイル（circular coil）がx軸に垂直に配置され,x軸上で距離bだけ離れた位置に磁荷(magnetic charge) mが置かれているとする。円形コイルに図のように電流（current）Iが流れている場合に,円形コイルに働く力(force)Fの大きさを求め,向きを示せ。

（２）図２のように，x軸上のQ点を中心とし,半径aでやはりx軸に垂直な円形コイルが置かれているとする。Q点を中心とする円形コイルに図のように流れる電流IがP点に作る磁界（magnetic field）Hの大きさを求め,向きを示せ。但し,P点を中心とする円形コイルに流れる電流Iは無視せよ。

（３）次に,P点を中心とする円形コイルにも図２のように電流Iが流れているとする。両コイル間の中間点(center position)Oの磁界Hの大きさを求めよ。また中間点O付近のx軸上の磁界の大きさの分布(distribution)の概略図を示し,その特徴について式を用いて示せ。

（４）図３のように,P点を中心とする円形コイルがx方向に速度(velocity)vで移動(move)しているとする。この場合,P点を中心とする円形コイルに発生する現象(phenomenon)について式を用いて説明せよ。但し,P点を中心とする円形コイル内の磁界は中心点Pと同じで一様(uniform)と仮定せよ。

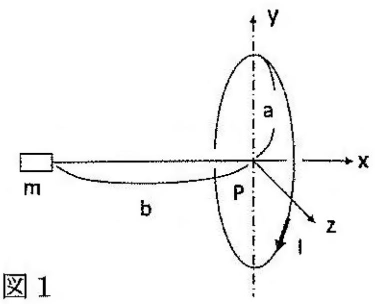


図１

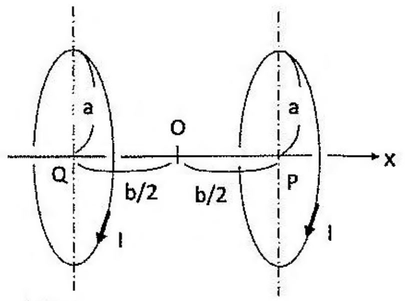


図２

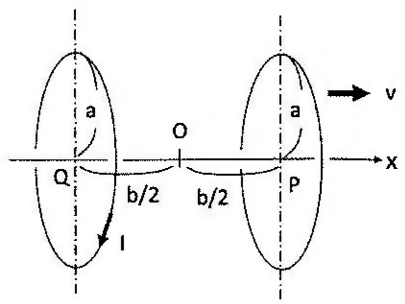


図３

問４　以下の問いに答えよ。

（１）４つのマクスウェル方程式（Maxwell equations）を直角座標表記(Cartesian coordinate)で省略することなく全成分を記述せよ。それぞれの式の呼称及び意味することを述べよ。但し,誘電率（permittivity）をε,透磁率（permeability）をμ,導電率（conductivity）をσ,電荷密度（charge density）をρとせよ。

（２）マクスウェル方程式から電荷保存則(charge conservation)（または電流連続の式(current continuity equation)とも呼ばれる）を導出し,その意味するところを説明せよ。

（３）（１）で記述した式から,$\sigma = 0$および$\rho = 0$として，z方向に伝搬（propagate）する平面波（plane wave）の電界(electric field) E_x成分に関わる関係式を書き出せ。

（４）（３）で書き出した式よりE_xに関する波動方程式(wave equation)を導出し,その解としてz方向に伝搬する進行波(propagating wave)電界E_xに関する式を求めよ。但し,進行波電界E_xの振幅（amplitude）をE_0,角周波数（angular frequency）をω,z方向の伝搬定数（propagation constant）をβとせよ。そして,このときのβとωの関係式を示せ。

（５）（４）で求めたE_xの進行波の式から,その位相速度(phase velocity)v_pを求めよ。

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：回路理論（その１）

問題番号 1

問１　図１の回路は，点線部の交流電圧源(AC voltage source)$\dot{E}$と内部抵抗(internal resistance)R，負荷(load)となる固定キャパシタンス(fixed capacitance)C，固定抵抗(fixed resistance)R，可変インダクタンス(variable inductance) Lから成り立つ。固定抵抗Rと可変インダクタンスLの両端の電圧を$\dot{V}$，それらを流れる電流を$\dot{I}$とする。各設問に答えよ。ただし，導出過程を示すこと。

（１）$\dot{I}$を$\dot{E}$，C，R，Lおよび角周波数 (angular frequency) ωにより表せ。

（２）$\dot{V}$を$\dot{E}$，C，R，Lおよびωにより表せ。

（３）（１）の複素共役(complex conjugate)である$\dot{I}^*$を$\dot{E}^*$，L，R，Cおよびωにより表せ。

（４）負荷の電圧が$\dot{V}$で，電流が$\dot{I}$の場合，負荷で消費される有効電力(effective power)は$\mathrm{Re}(\dot{V}^*\dot{I})$あるいは$\mathrm{Re}(\dot{V}\dot{I}^*)$で表されることを説明せよ。ただし，Re は()内の実数部(real part)を表す。

（５）（４）を利用し，負荷である固定抵抗Rと可変インダクタンスLの両端で消費される有効電力を$\dot{E}$，C，R，Lおよびωにより表せ。

（６）（５）の有効電力の最大値をあたえるLを，R，Cおよびωにより表せ。

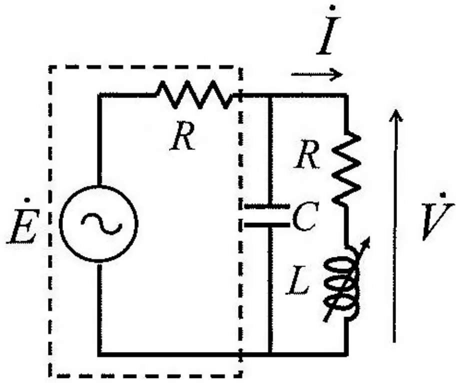


図１

2022年9月・2023年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：回路理論（その２）

問題番号 2

問２ 図２(a) は，インダクタンス(inductance) L_1, 抵抗(resistance) R_1, および，キャパシタンス(capacitance) C_1 からなる電気回路(electric circuit)である。端子(terminal) 1 および 2 から流れ込む電流(current)をそれぞれ $i_1(t)$, $i_2(t)$とし，1－1’ および 2－2’ の電圧（voltage）をそれぞれ $v_1(t)$, $v_2(t)$とする。

（１）図２(a)の回路を，1－1’ を１次側（input port），2－2’ を２次側（output port）とする２端子対回路(two-port network）と見なす。定常状態（steady state）にあるこの回路を，下の式①のインピーダンスパラメータ（impedance parameter）で表すとき，Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}をそれぞれ，L_1, R_1, C_1, および，角周波数(angular frequency) ω を用いて示せ。ただし, V_1, V_2をそれぞれ, $v_1(t)$, $v_2(t)$のフェーザ表示(phasor)とし，I_1, I_2も同様に，$i_1(t)$, $i_2(t)$ のフェーザ表示とする。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \cdots\cdots ①, \qquad \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \cdots\cdots ②$$

（２）（１）と同様にして, 定常状態にある図２(a)の回路を上の式②の４端子定数(transmission parameter)で表すとき，A, B, C, D をそれぞれ，L_1, R_1, C_1, および ω を用いて示せ。

（３）図２(a)の回路の 1－1’ に交流電圧源(AC voltage source)を接続し, 2－2’ に負荷抵抗(load resistance) R_Lを接続した。定常状態における電圧伝達関数（voltage transfer function）$\dfrac{V_2}{V_1}$ を，式①の Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}, および，R_Lを用いて示せ。

（４）図２(a) の回路の 2－2’ を短絡（short circuit, $v_2 = 0$）して，図２(b)に示す $v_1(t)$ を 1－1’ に印加(input）した。$v_1 = E$ としたまま，定常状態（$t \to \infty$）になったときの $i_1(\infty)$ を求めよ。

（５）図２(a) の回路の 2－2’ を短絡して，図２(b)に示す $v_1(t)$ を 1－1’ に印加した。過渡状態（transient state）$t \geq 0$ における $i_2(t)$ を求めよ。ただし，$E = 3$ [V]，$L_1 = \dfrac{1}{8}$ [H]，$R_1 = \dfrac{1}{5}$ [Ω]，$C_1 = \dfrac{1}{2}$ [F] とし，$t < 0$ において回路は静止状態（resting state）にあったものとする。

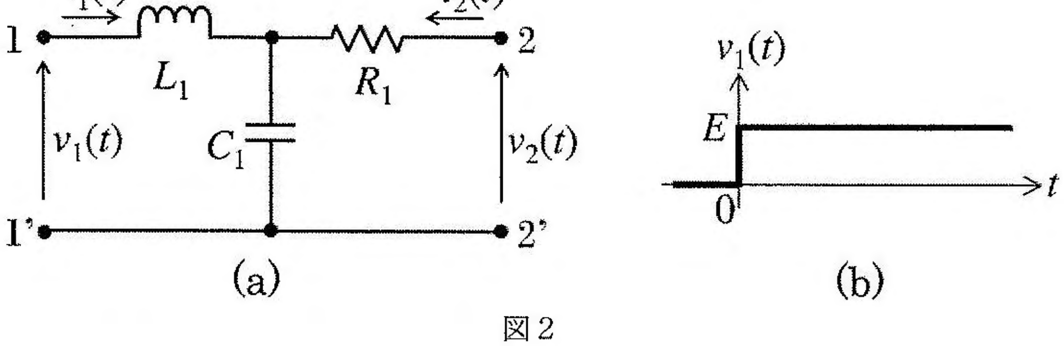


図２

受験番号					
氏　　名					

No. 1 ／ 6

採点欄

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

※裏面の使用は不可　問題番号 1　科目名 力学（その１）

受験番号					
氏　名					

No. 2 / 6

採点欄

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

※裏面の使用は不可

問題番号	2	科目名	力学（その2）

受験番号					
氏　　名					

No. 3 ／ 6

採点欄

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

※裏面の使用は不可　問題番号 **1**　科目名 **電磁気学（その１）**

受験番号					
氏　　名					

No. 4 ／ 6

採点欄

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

※裏面の使用は不可

問題番号	２	科目名	電磁気学（その２）

受験番号					
氏　　名					

採点欄

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

※裏面の使用は不可

問題番号	1	科目名	回路理論（その１）

受験番号					
氏　　名					

２０２２年９月・２０２３年４月入学試験解答用紙
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

採点欄

※裏面の使用は不可

問題番号	2	科目名	**回路理論（その２）**