

2022年度
早稲田大学 基幹・創造・先進理工学部
英語学位プログラム特別入試

第二次選考 数理科学的思考力を問う総合試験
(問題)

《注意事項》

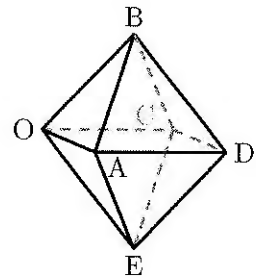
1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないでください。
2. 問題冊子は表紙を除いて1枚です。解答用紙は3枚です。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせてください。
3. 解答用紙には、所定欄に氏名（漢字）および受験番号を正確に丁寧に記入してください。ただし、所定欄以外に受験番号・氏名やその他個人を特定できる内容を記入しないでください。
4. 全て「英語」で解答してください。
5. 解答はすべて所定の解答欄に記入してください。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合があります。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐ解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにしてください。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
8. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出してください。

英語学位プログラム特別入試
 数理科学的思考力を問う総合試験
 (問 題)

All questions must be answered in English.

- [1] Let a, b be real numbers. Suppose that the equation $x^3 + ax + b = 0$ has a complex root α of absolute value 1 with nonzero imaginary part.
- (1) Show that α^{-1} is also a solution.
 - (2) Show that $-b$ is the unique real solution.
 - (3) Express $\alpha^n + \alpha^{-n}$ ($n = 1, 2, 3, 4$) in terms of b .

- [2] Consider a regular octahedron as in the figure whose edge lengths are all equal to 1. Let P be the point of the edge BD which divides it in the ratio $s : 1 - s$, i.e., $BP : PD = s : 1 - s$. Let Q be the point of the edge OA which divides it in the ratio $t : 1 - t$, i.e., $OQ : QA = t : 1 - t$. Let $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ and $\vec{c} = \vec{OC}$. Answer the following questions.



- (1) Obtain $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$ and $\vec{b} \cdot \vec{c}$.
 - (2) Express \vec{AE} and \vec{BD} in terms of \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .
 - (3) Express \vec{PQ} in terms of \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} and s, t .
 - (4) Express $|PQ|$ in terms of s, t .
 - (5) Express the distance of P from the line OA in terms of s .
- [3] Answer the following questions.
- (1) Let $f(x) = \frac{1}{x}((\log x)^2 - 1)$. Find the local minima and the local maxima of $f(x)$. Sketch the graph of $y = f(x)$ for $x > 0$.
 - (2) Find the limit

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x).$$

If necessary, use the change of variables $x = e^t$ and the fact that $\lim_{t \rightarrow \infty} te^{-t} = 0$.

- (3) Find the area S of the bounded region enclosed by the graph of $y = f(x)$ and the x -axis $y = 0$.

(以下記入不可)



| | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|
| 受験番号 | 万 | 千 | 百 | 十 | 一 |
| | | | | | |
| 氏名 | | | | | |

2022年度 基幹・創造・先進理工学部

No. /

採点欄

| |
|--|
| |
|--|

英語学位プログラム特別入試
数理科学的思考力を問う総合試験
(解答用紙)

※裏面の使用不可

[1]

(以下記入不可)



| | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|
| 受験番号 | 万 | 千 | 百 | 十 | 一 |
| | | | | | |
| 氏名 | | | | | |

2022年度 基幹・創造・先進理工学部

No. /

採点欄

| |
|--|
| |
|--|

英語学位プログラム特別入試
数理科学的思考力を問う総合試験
(解答用紙)

※裏面の使用不可

[2]

(以下記入不可)



| | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|
| 受験番号 | 万 | 千 | 百 | 十 | 一 |
| | | | | | |
| 氏名 | | | | | |

2022年度 基幹・創造・先進理工学部

No. /

採点欄

| |
|--|
| |
|--|

英語学位プログラム特別入試
数理科学的思考力を問う総合試験
(解答用紙)

※裏面の使用不可

[3]

(以下記入不可)

