

早稲田大学 2022年度  
一般選抜 基幹・創造・先進理工学部

数 学

問 題

2022年度

〈R 04160017〉

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、解答用紙3種類（その1、その2、その3）を配付します。
2. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないでください。
3. 問題は4～5ページに記載されています。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせてください。
4. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入してください。
5. 解答用紙記入上の注意
  - (1) 解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入してください。
  - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合があります。
  - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入してください。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないでください。

(例) 3825番⇒

万	千	百	十	一
	3	8	2	5

6. 解答はすべて所定の解答欄に記入してください。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合があります。
7. 文字や数字は明瞭、かつ丁寧に記入してください。判別できない場合や読めない場合は、採点の対象外となる場合があります。
8. 下書きは問題冊子の余白を使用してください。
9. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにしてください。
10. 問題冊子は持ち帰ってください。
11. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出してください。

[ I ]  $f(x) = 3e^x - 6$ ,  $g(x) = e^{2x} - 4e^x$  とおく。  $xy$  平面上の曲線  $y = f(x)$  を  $C$ , 曲線  $y = g(x)$  を  $D$  とする。以下の問に答えよ。

- (1)  $C$  と  $D$  の概形を一つの  $xy$  平面上に描け。
- (2)  $C$  と  $D$  によって囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。
- (3)  $C$  と  $D$  によって囲まれた部分を、 $x$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ。

[ II ]  $p, q$  を相異なる素数とする。次の 3 条件をみたす  $x$  の 2 次式  $f(x)$  を考える。

- 係数はすべて整数で  $x^2$  の係数は 1 である。
- $f(1) = pq$  である。
- 方程式  $f(x) = 0$  は整数解をもつ。

以下の問に答えよ。

- (1)  $f(x)$  をすべて求めよ。
- (2) (1) で求めたものを  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$  とする。  $2m$  次方程式  $f_1(x) \times f_2(x) \times \dots \times f_m(x) = 0$  の相異なる解の総和は  $p, q$  によらないことを示せ。

[ III ]  $r$  を実数とする。次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$  を考える。

$$a_1 = r, \quad a_{n+1} = \frac{[a_n]}{4} + \frac{a_n}{4} + \frac{5}{6} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = r, \quad b_{n+1} = \frac{b_n}{2} + \frac{7}{12} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

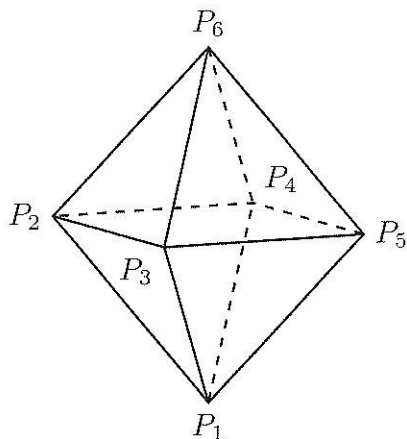
$$c_1 = r, \quad c_{n+1} = \frac{c_n}{2} + \frac{5}{6} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし、 $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数とする。以下の問に答えよ。

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  と  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  を求めよ。
- (2)  $b_n \leq a_n \leq c_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を示せ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

[IV] 一辺の長さが  $\sqrt{3} + 1$  である正八面体の頂点を下図のように  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$  とする。各  $i = 1, 2, \dots, 6$  に対して、 $P_i$  以外の 5 点を頂点とする四角錐 (すい) のすべての面に内接する球 (内部を含む) を  $B_i$  とする。 $B_1$  の体積を  $X$  とし、 $B_1$  と  $B_2$  の共通部分の体積を  $Y$  とし、 $B_1, B_2, B_3$  の共通部分の体積を  $Z$  とする。さらに  $B_1, B_2, \dots, B_n$  を合わせて得られる立体の体積を  $V_n$  ( $n = 2, 3, \dots, 6$ ) とする。以下の間に答えよ。ただし (1) は答のみを解答用紙の該当欄に書け。

- (1)  $V_n = aX + bY + cZ$  となる整数  $a, b, c$  を  $n = 2, 3, 6$  の場合について求めよ。
- (2)  $X$  の値を求めよ。
- (3)  $V_2$  の値を求めよ。



[V]  $a > 0$  を定数とし、 $f(x) = x^a \log x$  とする。以下の間に答えよ。

- (1)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$  を求めよ。必要ならば  $\lim_{s \rightarrow \infty} se^{-s} = 0$  が成り立つことは証明なしに用いてよい。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  の変曲点が  $x$  軸上に存在するときの  $a$  の値を求めよ。さらにそのとき  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。
- (3)  $t > 0$  に対して、曲線  $y = f(x)$  上の点  $(t, f(t))$  における接線を  $l$  とする。 $l$  が  $y$  軸の負の部分と交わるための  $(a, t)$  の条件を求め、その条件を表す領域を  $at$  平面上に図示せよ。

[以下余白]

# 数 学(その1)

<2022 R04160017>

採 点 欄

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

①

[I]

--	--

[II]

--	--

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。  
所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

<2022 R04160017>

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

[I]

[II]

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。  
所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

## 数 学

(解答用紙)

(その1)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

①

<2022 R04160017>

受験番号	万	千	百	十	一
	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
氏名					

2

[Ⅲ]

⊗	⊗
---	---

[Ⅳ]

⊗	⊗
---	---

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

<2022 R04160017>

受験番号	万	千	百	十	一
	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
氏名					

[Ⅲ]

[Ⅳ] (1)  $V_2: a = \quad b = \quad c =$        $V_3: a = \quad b = \quad c =$

$V_6: a = \quad b = \quad c =$

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

数 学

(解答用紙)

(その2)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

2

# 数 学(その3)

<2022 R04160017>

受験番号	万	千	百	十	一
	8	8	8	8	8
氏名					

3

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

採 点 欄

[V]

8	8
---	---

<2022 R04160017>

受験番号	万	千	百	十	一
	8	8	8	8	8
氏名					

[V]

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

# 数 学

(解答用紙)

(その3)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

3