

数学 (理系方式)

(問題)

2022年度

〈R04164019〉

注意事項

- 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
- 問題は4～8ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
- 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
- マーク解答用紙記入上の注意
 - 印刷されている受験番号が、自分の受験番号と一致していることを確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
 - 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - マーク欄にははっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムで丁寧に、消し残しがないようによく消すこと。

マークする時	<input checked="" type="radio"/> 良い	<input type="radio"/> 悪い	<input type="radio"/> 悪い
マークを消す時	<input type="radio"/> 良い	<input type="radio"/> 悪い	<input type="radio"/> 悪い

- 分数形で解答する場合の分母、および根号の中の数値はできるだけ小さな自然数で答えること。
- 問1から問5までの **ア** , **イ** , **ウ** , …にはそれぞれ、-59, -58, …, -2, -1, 0, 1, 2, …, 58, 59のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された欄にマークして答えること。
例1 **ア**に3、**イ**に-5、**ウ**に30、**エ**に-24、**オ**に0と答えたいときは次のようにマークすること。

	-	十の位					一の位									
		1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
イ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
エ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
オ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

例2 **カ** $x^3 +$ **キ** $x^2 +$ **ク** $x +$ **ケ** に $-x^3 + x^2 - 1$ と答えたいときは、**カ** に-1、**キ** に1、**ク** に0、**ケ** に-1を入れること。

- 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
- 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
- いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

【問 1】

- (1) 表面にアルファベットが, 裏面には自然数が書かれている 5 枚のカードが, 次のように置かれている.

$$\boxed{\text{P}} \quad \boxed{\text{Q}} \quad \boxed{1} \quad \boxed{3} \quad \boxed{6}$$

これら 5 枚のカードに対する命題「表面がアルファベット P ならば, 裏面は素数である」の真偽を調べるために, できるだけ少ない枚数のカードを裏返して確認したい. 左から n 番目の位置にあるカードを裏返す必要のあるときには $a_n = 1$, 必要のないときには $a_n = 0$ とするとき,

$$\sum_{k=1}^5 a_k 2^{k-1} = \boxed{\text{ア}}$$

である.

- (2) 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の係数 a, b, c は次の条件をともに満たすとする.

条件 1. a, b, c は互いに異なる.

条件 2. -3 以上 5 以下の整数である.

この 2 次関数のグラフが, 原点を通り, かつ, 頂点が第 1 象限または第 3 象限にあるような a, b, c の組は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 組ある.

- (3) $\triangle ABC$ において, 3 つの角の大きさを A, B, C とし, それぞれの対辺の長さを a, b, c とする.

$$5a^2 - 5b^2 + 6bc - 5c^2 = 0$$

のとき, $\sin 2A + \cos 2A = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である.

【問 2】

$2 \sin \theta + \sin 2\theta + 2 \sin 3\theta - 2 \sin 2\theta \cos \theta > 0$ ($0 < \theta < \pi$) を満たす θ の範囲は,

$$0 < \theta < \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi, \quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi < \theta < \pi$$

である.

【問 3】

正四面体 $OABC$ の辺 BC の中点を M , 辺 OC を $1:2$ に内分する点を N とする.
点 N と平面 OAB に関して対称な点を P とする. このとき,

$$\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{ケ}} \vec{OA} + \boxed{\text{コ}} \vec{OB} + \boxed{\text{サ}} \vec{OC}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である. 次に, 点 Q は平面 OAB 上の点で, $|\vec{MQ}| + |\vec{QN}|$ が最小になる点とする. このとき,

$$\vec{OQ} = \frac{\boxed{\text{ス}} \vec{OA} + \boxed{\text{セ}} \vec{OB}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である.

【問4】

直線 $x + y = 1$ に接する楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) がある。このとき、
 $b^2 = \boxed{\text{タ}} a^2 + \boxed{\text{チ}}$ である。

この楕円を直線 $y = b$ のまわりに1回転してできる立体の体積は、 $a = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$

のとき、最大値 $\frac{\boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}} \pi^2$ をとる。

【問5】

i を虚数単位とする. $\alpha = -1 + i$ とし, z は次の条件をともに満たす複素数とする.

条件 1. $\frac{z-\alpha}{z-\bar{\alpha}}$ の実部は0である.

条件 2. z の虚部は0以上である.

このとき, 複素数平面上で z がとりうる値全体の集合を表す図形 C と, 実軸で囲まれる部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\pi$ である. また, $w = \frac{iz}{z+1}$ で表される点 w がとりうる

値全体の集合を表す図形と, 図形 C で囲まれる部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ノ}}\pi + \boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である.

[以下余白]