

数学 (数学選抜方式)

(問題)

2022年度

〈R04094019〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 解答用紙記入上の注意
 - (1) 解答用紙は(その1)(その2)の2枚あるので注意すること。それぞれの解答用紙の所定欄に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 問4、問5はいずれか1問を解答する選択問題である。選択した問題については、解答用紙(その2)の問題番号の右の選択欄にチェックマーク(✓)を記入すること。選択欄にチェックマークがない場合、両方にチェックマークを記入した場合およびチェックマーク以外の記号を記入した場合は採点の対象外となる場合がある。
5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。解答用紙の裏面は使用してはならない。所定欄以外に記入がある解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 解答の際、問題を解答欄に写す必要はない。
7. 下書きが必要な場合は、問題冊子の余白を使用すること。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

必須問題

【問1】から【問3】のすべてに解答せよ.

【問1】

- (1) 方程式 $x(x-1)(x-2)(x-3)+1=0$ の解を求めよ.
- (2) $\triangle ABC$ において, 3つの角の大きさを A, B, C とし, それぞれの対辺の長さを a, b, c とする. $\triangle ABC$ の外接円の半径を $R = \sqrt{2}$ とし,

$$2\sqrt{2}(\sin^2 A - \sin^2 B) = (a - c)\sin C$$

のとき, $\triangle ABC$ の面積 S の最大値を求めよ.

- (3) 直線 $l: y = x - 6$ 上の点 P から放物線 $C: y = x^2 - 5x + 4$ に2本の接線を引く. C と2つの接線で囲まれた図形の面積の最小値を求めよ.

【問2】

曲線 $y = ||x^2 - x| - x| - x$ と x 軸によって囲まれた2つの部分の面積の和を求めよ.

【問3】

- (1) 表面に1から8までの数字が1つずつ書かれた8枚のカードがある. これらのカードを裏返してよく混ぜ合わせた後, 横一列に並べた. このとき, 左から n 番目の位置にあるカードの表面の数字が n であるカードの枚数が, ちょうど4枚となる確率を求めよ.
- (2) a を実数の定数とする. 実数を係数にもつ x についての2次方程式

$$\frac{1}{4}x^2 + \left(\sqrt{\log_2 a}\right)x + \log_4(a+1) = 0$$

が実数解をもたないとき, 定数 a の満たす必要十分条件を求めよ.

- (3) 原点を O とする座標平面上に点 $P(61, 37)$ がある. 点 Q は第2象限にあり, x 座標と y 座標がともに整数で, かつ,

$$\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = 1$$

を満たす. このような点のうち, $|\vec{OQ}|$ が最小となるような点 Q の座標を求めよ.

選択問題

【問4】, 【問5】のいずれか1問を選択し, 解答せよ.

【問4】

- (1) 等式 $a + b = ab - 1$ を満たす整数 a, b の組をすべて求めよ.
- (2) 等式 $2a + \frac{1}{2}b = ab - 1$ を満たす整数 a, b の組をすべて求めよ.
- (3) $m > 3$ である自然数 m に対して, 等式 $ma + \frac{1}{m}b = ab - 1$ を満たす整数 a, b の組をすべて求めよ.

【問5】

自然数 n に対して,

$$S_n = \int_{e^{n-1}}^{e^n} \frac{\sin(\pi \log x)}{x^2} dx$$

とする. さらに,

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} S_n$$

とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) S_1 を求めよ.
- (2) $\frac{S_{n+1}}{S_n}$ を求めよ.
- (3) T を求めよ.

[以下余白]

受験番号	万	千	百	十	一
	罫	罫	罫	罫	罫
カナ氏名					
氏名					

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

① 数学(数学選抜方式)
(解答用紙)
(その1)

【問1】
採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

罫	罫	罫
---	---	---

【問2】
採点欄

罫

受験番号	万	千	百	十	一
	罫	罫	罫	罫	罫
カナ氏名					
氏名					

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

【問1】
(1)

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

罫	罫	罫
---	---	---

【問2】

採点欄

罫

数学(数学選抜方式)

(解答用紙)

(その1)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

1

(2)

(3)

受験番号	万	千	百	十	一
カナ氏名					
氏名					

② 数学(数学選抜方式)
(解答用紙)
(その2)

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

【問3】
採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

--	--	--

【問4】 採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ
【問5】 採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

--	--	--	--	--	--

受験番号	万	千	百	十	一
カナ氏名					
氏名					

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

数学(数学選抜方式)
(解答用紙)
(その2)

- ※問題を写す必要はありません。
- ※下書きには問題冊子の余白を使用してください。
- ※裏面は使用しないでください。

②

【問3】
(1)

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

--	--	--

【問4】 選択欄

--

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

--	--	--

(2)

(3)