

数学 (理系方式)

(問題)

2021年度

〈R03154019〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～8ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙記入上の注意
 - (1) 印刷されている受験番号が、自分の受験番号と一致していることを確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) マーク欄にははっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムで丁寧に、消し残しがないようによく消すこと。

マークする時	<input checked="" type="radio"/> 良い	<input type="radio"/> 悪い	<input type="radio"/> 悪い
マークを消す時	<input type="radio"/> 良い	<input type="radio"/> 悪い	<input type="radio"/> 悪い

- (4) 分数形で解答する場合の分母、および根号の中の数値はできるだけ小さな自然数で答えること。
- (5) 問1から問5までの ア , イ , ウ , …にはそれぞれ、-59, -58, …, -2, -1, 0, 1, 2, …, 58, 59のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙のア, イ, ウ, …で示された欄にマークして答えること。

例 アに3、イに-5、ウに30、エに-24、オに0と答えたいとき。

	—	十の位					一の位									
		1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
イ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
エ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
オ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

【問 1】

- (1) 8人のメンバーで、2人組（ペア）を4組作る方法は n 通りある． n を 100 で割った商は で、余りは である．
- (2) 8人のメンバーで、2人組（ペア）を4組作って、ある作業に取り組んだ後、同じ8人で次の作業に取り組むペアを作るために、くじ引きをした．このとき、8人全員がくじ引き前と異なるメンバーとペアになる確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である．ただし、くじは公平でどの2人もペアになる確率は等しいものとする．

【問 2】

(1) 次の連立不等式の表す領域の面積は $\frac{\boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

$$\begin{cases} \log_4 y + \log_{\frac{1}{4}}(x-2) + \log_4 \frac{1}{8-x} \geq -1 \\ 2^{y+x^2+11} \leq 1024^{x-1} \end{cases}$$

(2) 3 辺の長さがそれぞれ 5, 16, 19 の三角形の面積は $\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3) n 進法で $2021_{(n)}$ と表される数が、素数であるような n の最小値を十進法で表すと $\boxed{\text{コ}}$ となり、合成数である（素数ではない）ような n の最小値を十進法で表すと $\boxed{\text{サ}}$ となる。

【問 3】

自然数 n について、連立不等式

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}|y| \leq n \end{cases}$$

を満たす整数の組 (x, y) の個数は、 $n = 1$ のときは であり、 n の式で表すと、

$$\text{ス} \cdot n^2 + \text{セ} \cdot n + \text{ソ}$$

となる。

【問 4】

点 $M_1(0,0)$ を中心に点 $(1,0)$ を、時計の針の回転と逆の向きを正として、 θ だけ回転させた点を P_1 とする。次に、線分 M_1P_1 の中点を M_2 とし、この M_2 を中心に点 P_1 を θ だけ回転させた点を P_2 とする。同様に自然数 n に対して、線分 M_nP_n の中点 M_{n+1} を中心に点 P_n を θ だけ回転させた点を P_{n+1} とする。 P_n の座標を (x_n, y_n) とする。

$$\theta = \frac{\pi}{4} \text{ のとき, } x_2 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}, y_2 = \frac{\boxed{\text{ツ}} + \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}} \text{ である.}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \text{ のとき, } \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \boxed{\text{ナ}}, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \text{ である.}$$

【問 5】

原点を O とする座標平面上で、2点 $(\sqrt{5}, 0)$, $(-\sqrt{5}, 0)$ を焦点とし、2点 $A(1, 0)$, $A'(-1, 0)$ を頂点とする双曲線を H とする. H の方程式を $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ と表すとき、 $a^2 = \boxed{\text{ネ}}$, $b^2 = \boxed{\text{ノ}}$ である. 双曲線 H の漸近線のうち、傾きが正であるものの方程式は、

$$y = \boxed{\text{ハ}} x$$

である.

点 $P(p, q)$ は双曲線 H の第 1 象限の部分を通る点とする. 点 P から x 軸に下ろした垂線の足を Q , 直線 PQ と双曲線 H の漸近線との交点のうち、第 1 象限にあるものを R とする. 点 P における H の接線と直線 $x = 1$ との交点を M とし、直線 OM と直線 AP との交点を N とする. 三角形 OQR の面積を S , 三角形 OAN の面積を T とするとき、 $\frac{T}{S}$ は、 $p = \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}$ のとき、最大値 $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ をとる.

【以下余白】