

## 数学 (数学選抜方式)

## (問 題)

2020年度

〈R 02074019〉

## 注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 解答用紙記入上の注意
  - (1) 解答用紙は(その1)(その2)の2枚あるので注意すること。それぞれの解答用紙の所定欄に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
  - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
  - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 問4、問5はいずれか1問を解答する選択問題である。選択した問題については、解答用紙(その2)の問題番号の右の選択欄にチェックマーク(✓)を記入すること。選択欄にチェックマークがない場合、両方にチェックマークを記入した場合およびチェックマーク以外の記号を記入した場合は採点の対象外となる場合がある。
5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。解答用紙の裏面は使用してはならない。所定欄以外に記入がある解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 解答の際、問題を解答欄に写す必要はない。
7. 下書きが必要な場合は、問題冊子の余白を使用すること。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

## 必須問題

【問1】から【問3】のすべてに解答せよ.

### 【問1】

- (1) 3人で同時にじゃんけんをして、負けた人が抜けて残った人だけでじゃんけんを続け、最後に勝った1人を優勝者とする. ただし、抜ける人がいない場合も1回じゃんけんを行ったと数えることとする. このとき、3回目のじゃんけんで優勝者が決まる確率を求めよ.
- (2) すべての実数  $x, y$  に対して、 $x + y \leq k\sqrt{3x^2 + y^2}$  が成り立つような実数  $k$  の最小値を求めよ.
- (3)  $\frac{x}{4} + 5$  の小数第2位を四捨五入すると、 $3x$  に等しくなる. このときの  $x$  の値を求めよ. ただし、 $x$  は正の数とする.

### 【問2】

三角形  $OAB$  において、 $OA = OB = 3$ ,  $AB = 4$  とする. 辺  $AB$  の3等分点のうち、点  $B$  に近い方の点を  $C$  とし、辺  $AB$  の中点を  $M$  とする. 点  $M$  を通り、直線  $OA$  に垂直な直線を  $l$ , 点  $C$  を通り、直線  $OA$  に平行な直線を  $m$  とする. また、直線  $l$  と直線  $m$  の交点を  $P$  とし、直線  $OP$  と直線  $AB$  の交点を  $Q$  とする. このとき、線分  $QB$  の長さを求めよ.

### 【問3】

- (1)  $(a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc = 2x^2 - 5x - 6$  が  $x$  についての恒等式であるとき、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  と  $a^2 + b^2 + c^2$  の値を求めよ.
- (2) 初項が4で、正の数からなる数列  $\{a_n\}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を考える. すべての自然数  $n$  に対して、

$$8x^2 - 2a_{n+1}x + \frac{1}{a_n} = 0$$

が重解をもつとき、 $a_n$  を  $n$  の式で表せ.

- (3)  $2\sin\left(\theta + \frac{7}{6}\pi\right) = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$  のとき、 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{12}\right)$  の値を求めよ.

## 選択問題

【問4】, 【問5】のいずれか1問を選択し, 解答せよ.

### 【問4】

1辺の長さが2である立方体 $P$ の各頂点から等距離にある点 $X$ を中心とする, 半径 $r$ の球を $O_X$ とする. また, 立方体 $P$ の各面の対角線の交点 $A, B, C, D, E, F$ を頂点とする正多面体を $Q$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 球 $O_X$ が, 正多面体 $Q$ に内接するときの $r$ の値を求めよ.
- (2) 点 $A, B, C, D, E, F$ を中心とし, 球 $O_X$ と外接する6つの球を $O_A, O_B, O_C, O_D, O_E, O_F$ とする. これら6つの球と球 $O_X$ のいずれかの内部にあり, かつ, 立方体 $P$ の内部に含まれる部分の体積の合計を $V(r)$ とする. このとき,  $V(r)$ の最小値, およびそのときの $r$ の値を求めよ.

### 【問5】

媒介変数 $\theta$ を用いて,  $x(\theta) = e^{-\theta} \cos \theta$ ,  $y(\theta) = e^{-\theta} \sin \theta$ で表される曲線を $C$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\frac{dx}{d\theta}$  および  $\frac{dy}{d\theta}$  を求めよ.
- (2)  $x$ を $\theta$ の関数とみなす. このとき,  $0 \leq \theta \leq \pi$ における $x$ の最大値と最小値, およびそのときの $\theta$ の値を求めよ.
- (3) 曲線 $C$ の $\alpha \leq \theta \leq \beta$ の部分の長さ $l$ を $\alpha, \beta$ を用いて表せ. さらに, 自然数 $n \geq 1$ に対して, 曲線 $C$ の $\frac{(n-1)\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{n\pi}{2}$ の部分の長さを $l_n$ とする. このとき,  $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ を求めよ.

[以下余白]

※この欄には何も記入しないこと。

1

数学(数学選抜方式)

(解答用紙)

(その1)

【問1】

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

【問2】

採点欄

※この欄には何も記入しないこと。

〈R02074019〉

受験 番 号	万	千	百	十	一
カナ氏名					
氏					
名					

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。  
所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

数学(数学選抜方式)

(解答用紙)

(その1)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

1

【問1】

(1)

(2)

(3)

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

【問2】

採点欄

※この欄には何も記入しないこと。

2

数学(数学選抜方式)

(解 答 用 紙)

(その2)

【問3】

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

【問4】

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

【問5】

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

※この欄には何も記入しないこと。

<R02074019>

受 験 番 号	万	千	百	十	一
カナ氏名					
氏					
名					

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。  
所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

数学(数学選抜方式)

(解 答 用 紙)

(その2)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

2

【問3】

(1)

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

【問4】

選択欄

【問5】

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ