

〈2020 R02143611〉

## 注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2、4、6ページに記載されている。その他のページは計算用として使ってよい。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。コンパス、定規は使用してもよい。
4. 記述解答用紙記入上の注意
  - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
  - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
  - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番⇒	万	千	百	十	一
		3	8	2	5

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問1 次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 20220 の正の約数の個数を求めよ。

(2) 大中小3個のさいころを同時に投げ、出た目をそれぞれ  $X, Y, Z$  とする。このとき、 $\log_3\left(\frac{XY}{Z}\right)$  が整数となる確率を求めよ。

(3)  $xy$  平面上の放物線  $y = x^2$  を  $C$  とし、異なる2点で  $C$  と交わる直線  $y = ax + b$  を  $l$  とする。 $C$  と  $l$  で囲まれた図形の面積が  $\frac{4}{3}$  であるとき、2つの交点の中点  $(X, Y)$  の軌跡の式を求めよ。

問2 面積が1である  $\triangle ABC$  の内部の点  $P$  について、等式  $3\overrightarrow{PA} + x\overrightarrow{PB} + 2x\overrightarrow{PC} = \vec{0}$  ( $x > 0$ ) が成り立つとする。ある数  $k$  ( $0 < k < 1$ ) について  $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AD}$  を満たす線分  $BC$  上の点を  $D$  とする。次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) ある数  $l$  ( $0 < l < 1$ ) について  $\overrightarrow{BD} = l\overrightarrow{BC}$  が成り立つ。 $l$  の値を求めよ。

(2)  $\triangle PCA$  の面積を  $t$  とするとき、 $\triangle PAB, \triangle PBC$  の面積を  $t$  の式で表せ。

(3) 3つの三角形  $\triangle PCA, \triangle PAB, \triangle PBC$  の面積の積が最大となるときの  $x$  の値を求めよ。

問3 性能の相異なるジュース製造機が全部で  $n$  台ある。1 台目を使って  $x$  L (リットル) のジュースを製造すると  $x^2$  円の費用が掛かり、2 台目を使って  $x$  L のジュースを製造すると  $2x^2$  円の費用が掛かる。以下、同様にして、 $k$  台目の製造機を使って  $x$  L のジュースを製造すると  $2^{k-1}x^2$  円の費用が掛かる ( $k = 2, 3, \dots, n$ )。以下の空欄  ~  に当てはまる数または数式を求めよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 1 台目と 2 台目の製造機のみを使って合計  $x$  L のジュースを製造するとき、必要となる費用の最小額を計算したい。1 台目を使って  $t$  L ( $0 \leq t \leq x$ ) のジュースを製造し、2 台目を使って残りの  $(x-t)$  L のジュースを製造するとき、必要となる費用の総額を  $t$  を含む式として表せば  円となる。この値が最小になるように  $t$  の値を選べば、その結果として、費用の総額の最小値は   $x^2$  円となる。

(2) 1 台目、2 台目、3 台目の製造機を使って合計  $x$  L のジュースを製造する。1 台目と 2 台目を使って合計  $t$  L ( $0 \leq t \leq x$ ) のジュースを製造し、3 台目を使って残りの  $(x-t)$  L のジュースを製造するとき、必要となる費用の総額の最小値を  $t$  を含む式として表せば  円となる。この値が最小になるように  $t$  の値を選べば、その結果として、費用の総額の最小値は   $x^2$  円となる。

(3) 1 台目から  $k$  台目までの製造機を使って合計  $x$  L のジュースを製造するときに必要な費用の総額の最小値が  $a_k x^2$  円に等しいとき、 $a_k$  と  $a_{k-1}$  のあいだには  $a_k =$   という関係がある。これを利用すれば、 $n$  台すべての製造機を使って合計  $x$  L のジュースを製造するときに必要な費用の総額の最小値が   $x^2$  円となることが分かる。

問4  $xy$  平面上の異なる2つの曲線  $C_1: y = x^2$ ,  $C_2: y = ax^2 + bx + ab$  ( $a \neq 0$ ) について、次の各問に答えよ。

- (1)  $b \neq 0$  であるとき、 $C_1$  と  $C_2$  の両方に接する直線 (共通接線) がただ1つ存在するための  $a, b$  についての必要十分条件を求めよ。
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  の共通接線が1つ以上存在するとき、点  $(a, b)$  の存在する領域を解答欄の  $ab$  平面上に図示せよ。

[以 下 余 白]

# 数 学 解 答 用 紙

- 注 意
- (1) 所定欄以外に番号・氏名を書いてはならない。
  - (2) 解答はHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルを使用のこと。

〈2020 R02143611〉

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

〈2020 R02143611〉

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

問1

(1) \_\_\_\_\_ (2) \_\_\_\_\_

(3) \_\_\_\_\_

問2

(1) \_\_\_\_\_

(2)  $\triangle PAB$  \_\_\_\_\_  $\triangle PBC$  \_\_\_\_\_

(3) \_\_\_\_\_

問3

(1) あ \_\_\_\_\_ い \_\_\_\_\_

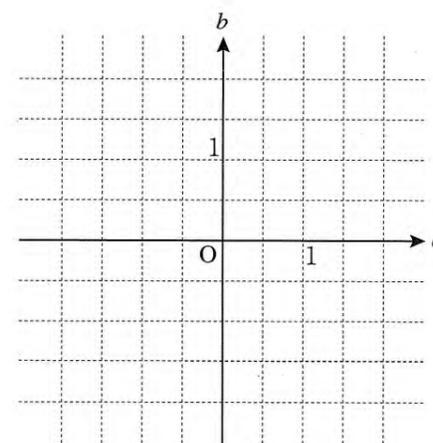
(2) う \_\_\_\_\_ え \_\_\_\_\_

(3) お \_\_\_\_\_ か \_\_\_\_\_

問4

(1)

(2)



数 学

採 点 欄

(この欄に書き入れてはならない)

問 1	十	一
問 2	十	一
問 3	十	一
問 4	十	一