２０１８年９月・２０１９年４月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

電子物理システム学専攻

問題表紙

◎問題用紙が＿6＿ページあることを試験開始直後に確認しなさい。
◎解答用紙が＿6＿枚綴りが＿1＿組あることを試験開始直後に確認しなさい。

（１） 使用する解答用紙６枚にはすべて受験番号，氏名を必ず記入しなさい。
（２） 力学，回路理論，電磁気学の３科目すべてについて，科目名が記載されている解答用紙に解答しなさい。
（３） 各科目には問題番号１，２があり，問題番号１，２が記載された解答用紙に，それぞれ解答を記入しなさい。所定以外の用紙へ解答を記入した場合は無効となるので，注意しなさい。
（４） 合計６枚の解答用紙をすべてを提出しなさい。
（５） 電卓，コンピュータなどの使用は不可である。

２０１８年９月・２０１９年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：力学（その１）

問題番号 1

問１

図１に示すような，半径 (radius) a の半円筒 (half-cylinder) 上を運動する質量 (mass) m の質点 (point mass) を考える。重力加速度 (gravitational acceleration) を g とし，重力 (gravity) は $-$z 方向に働くものとする。摩擦 (friction) 及び空気抵抗 (air resistance) は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

まず，質点が yz 平面内のみを運動する場合を考える。ただし，図２に示すように，z 軸と，原点と質点とを結ぶ線とのなす角を θ とする。

(1) デカルト座標 (y, z) を用いて，質点の運動エネルギー (kinetic energy) を表せ。

(2) 質点のラグランジアン (Lagrangian) を θ を用いて表せ。

(3) θ に共役 (conjugate) な一般化運動量 (generalized momentum) p_θ を定義して，質点のハミルトニアン (Hamiltonian) を求めよ。

(4) (3) で求めたハミルトニアンの θ と p_θ に対する正準方程式 (canonical equation) を書き下せ。

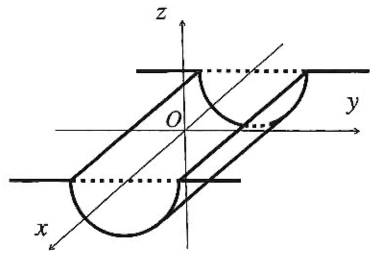


図１

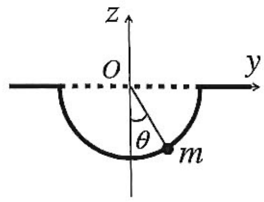


図２

次に，x 方向も含む質点の３次元の運動を考える。ただし，xz 平面と x 軸と質点を最短で結ぶ線分とのなす角を θ とする。

(5) デカルト座標 (x, y, z) を用いて，質点のラグランジアンを表せ。

(6) 質点のラグランジアンを θ と x を用いて表せ。

(7) 質点に対するラグランジュ方程式 (Lagrange's equations) を具体的に書き下せ。

２０１８年９月・２０１９年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：力学（その２）

問題番号 2

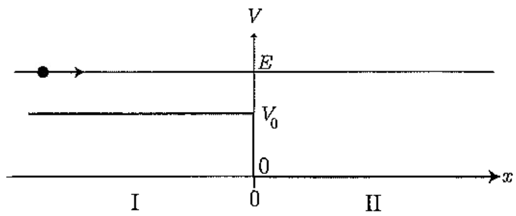
問 2

下図のように，高さ $V_0 > 0$ の階段型ポテンシャル (stepwise potential) に，粒子 (particle) が左方から V_0 より大きなエネルギー (energy) E $(> V_0)$ で入射する状況で，定常１次元 Schrödinger 方程式 (stationary one-dimensional Schrödinger equation) について以下の設問に答えよ。領域 I,II での一般解 (general solution) は４個の積分定数 (constants of integration) A, B, C, D を用いて次式で与えておく。

$$\phi(x) = \begin{cases} Ae^{ik'x} + Be^{-ik'x} & (\text{領域 I}) \quad k' = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V_0)} \\ Ce^{ikx} + De^{-ikx} & (\text{領域 II}) \quad k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E} \end{cases}$$

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right\}\phi(x) = E\phi(x)$$

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{領域 I,} \ x < 0 \\ 0 & \text{領域 II,} \ x > 0 \end{cases}$$



(1) $x = \pm\infty$ の境界条件 (boundary condition) から，A, B, C, D の内１つを決定せよ。

(2) 反射波 (reflected wave) と透過波 (transmitted wave) の確率流 (probability current) を計算せよ。ただし，波動関数 (wave function) $\psi(x)$ の確率流は $j(x) = \frac{\hbar}{2im}\left\{\psi^*(x)\left(\frac{d}{dx}\psi(x)\right) - \left(\frac{d}{dx}\psi^*(x)\right)\psi(x)\right\}$ で計算される。

(3) $A = 1$ と定める。$\phi(x)$ の $x = 0$ における境界条件から，残りの積分定数を k , k' を用いて表せ。

(4) 以上の結果から，透過率 (transmission coefficient) T と反射率 (reflection coefficient) R を k , k' を用いて表せ。

問 3

波動関数 $\psi(x,t)$ は時間依存しないハミルトニアン演算子 (Hamiltonian operator) $\hat{H}$ の時間依存 Schrödinger 方程式 (time-depndent Schrödinger equation) $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = \hat{H}\psi(x,t)$ を満たしている。$t = 0$ において定常 Schrödinger 方程式の２個の固有関数 (eigenfunctions) で次のように展開されているとする。

$$\psi(x,0) = C_1\,u_1(x) + C_2\,u_2(x)\,, \qquad \left(\hat{H}u_i(x) = E_i u_i(x)\right)$$

ただし，C_i $(i = 1, 2)$ は複素数 (complex) の展開係数 (expansion coefficient) で，$\psi(x,0)$ と $u_i(x)$ $(i = 1, 2)$ は規格化 (normalized) されているとして，以下の問に答えよ。

(1) $\psi(x,0)$ が規格化されていることから導かれる C_1 と C_2 を含む条件式を求めよ。

(2) 上の $\psi(x,0)$ の状態の系に対してエネルギーを測定する (measure) とどのような結果が得られるか，記号 C_i , E_i を用いて述べよ。

(3) 上の $\psi(x,0)$ の状態に対して，$\hat{H}^2$ の期待値 (expectation value) を記号 C_i , E_i を用いて表せ。

(4) 時刻 $t > 0$ における波動関数 $\psi(x,t)$ を，記号 C_i , $u_i(x)$, E_i を用いて書き下せ。$u_i(x)$ は実数 (real) 関数として，$|\psi(x,t)|^2$ を計算し，それが時間 t とともにどのように変化するか，その特徴を述べよ。

２０１８年９月・２０１９年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名： 回路理論（その１）

問題番号 1

問１

図１は，交流電圧源（AC voltage source）E，キャパシタンス（capacitance）C，インダクタンス（inductance）L，および抵抗（resistance）r からなる回路（electric circuit）である。

（１）点線で囲まれた２端子の合成インピーダンス（total impedance）Z を r，C，L，および，交流電圧源の角周波数（angular frequency）ω により求めよ。

（２）合成インピーダンス Z を下の式①で近似（approximate）する。角周波数 ω にどのような条件（approximation condition）を課すと式①で近似できるか？ ω に課すべき条件を r と L により示せ。

$$Z \approx \frac{\frac{L}{C}}{r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad \cdots\cdots \text{①}$$

（３）図１の回路が共振しているとき，共振角周波数（resonant angular frequency）ω_0 を C と L により表せ。回路が共振しているとき，電流（current）I は実数（real number）となる。また，回路が共振しているとき，I の絶対値（absolute value）$|I|$ が最小値（minimum value）となる。これを電流 I_{min} とする。I_{min} を E，r，C，L により求めよ。いずれの場合でも，共振条件に近似式①を用いてよい。

（４）電流 I の絶対値 $|I|$ と I_{min} から構成される $I_{min}/|I|$ を r，C，L，ω により表せ。

（５）$I_{min}/|I|$ は、Q という変数（variable）を使うと，下の式②で表される。

$$\frac{I_{min}}{|I|} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad \cdots\cdots \text{②}$$

Q の値を r，C，L より求めよ。

（６）$I_{min}/|I|$ の値が $1/\sqrt{2}$ となる場合の２個の ω を ω_1 および ω_2 とする。ω_1 と ω_2 を r，C，L で表せ。ただし，ω_1 と ω_2 は正の値（positive value）をとり，$\omega_1 < \omega_2$ の関係がある。

（７）$Q = \dfrac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$ となることを示せ。また，図１の共振回路（resonant circuit）において，Q は何を表すパラメータ（parameter）か？ 簡潔に説明せよ。

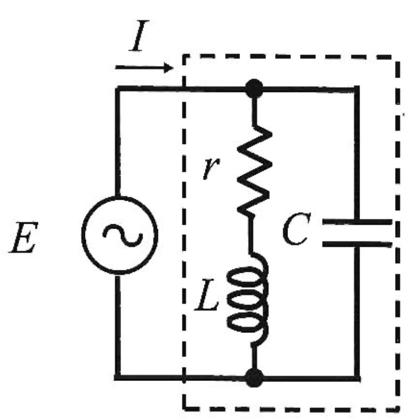


図１

２０１８年９月・２０１９年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名：　回路理論（その２）

問題番号 2

問２

図２(a) は，２つの抵抗（resistance）R_1 と R_2，および，キャパシタンス（capacitance）C_1 からなる回路（electric circuit）である。端子（terminal）１および２から流れ込む電流（current）をそれぞれ $i_1(t)$，$i_2(t)$ とし，1－1' および 2－2' の電圧（voltage）をそれぞれ $v_1(t)$，$v_2(t)$ とする。

（１）図２(a)の回路を，1－1' を１次側（input port），2－2' を２次側（output port）とする２端子対回路（two-port network）と見なす。定常状態（steady state）にあるこの回路を下の式③のアドミタンスパラメータ（admittance parameter）で表すとき，Y_{11}，Y_{12}，Y_{21}，Y_{22} をそれぞれ，R_1，R_2，C_1，および，角周波数（angular frequency）ω を用いて示せ。ただし，V_1，V_2 をそれぞれ，$v_1(t)$，$v_2(t)$ のフェーザ表示（phasor）とし，I_1，I_2 も同様に，$i_1(t)$，$i_2(t)$ のフェーザ表示とする。

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \cdots\cdots ③, \qquad \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \cdots\cdots ④$$

（２）（１）と同様にして，定常状態にある図２(a)の回路を上の式④の４端子定数（transmission parameter）で表すとき，A，B，C，D をそれぞれ，R_1，R_2，C_1，および ω を用いて示せ。

（３）図２(a) の回路の 2－2' を開放したまま（open, $i_2 = 0$），図２(b)に示す $v_1(t)$ を 1－1' に印加（input）した。過渡状態（transient state）$t \geq 0$ における $v_2(t)$ を求めよ。ただし，$t < 0$ において，回路は静止状態（resting state）にあったものとする。

（４）（３）において，$v_1 = E$ としたまま，定常状態（$t \to \infty$）になったときの $v_2(\infty)$ を求めよ。

（５）図２(a) の回路の 2－2' を開放したまま，図２(c)に示す $v_1(t)$ を 1－1' に印加した。過渡状態 $t \geq 0$ における $v_2(t)$ を求めよ。ただし，$t < 0$ において，回路は静止状態にあったとものする。

（６）（５）において，横軸（horizontal axis）に時刻 t（$t \geq 0$），縦軸（vertical axis）に $v_2(t)$ をとったグラフ（graph）の概形（sketch）を描け。

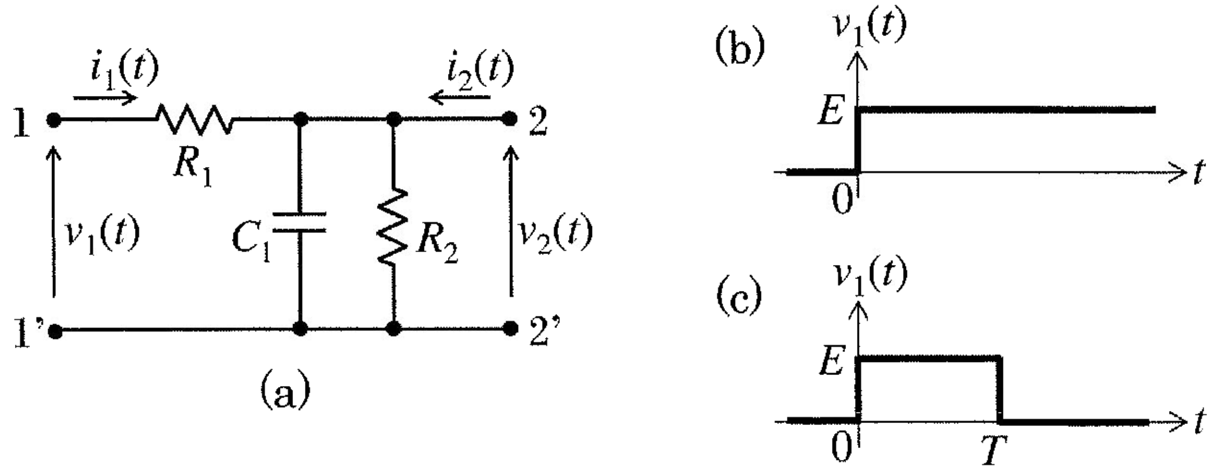


図２

２０１８年９月・２０１９年４月入学試験問題

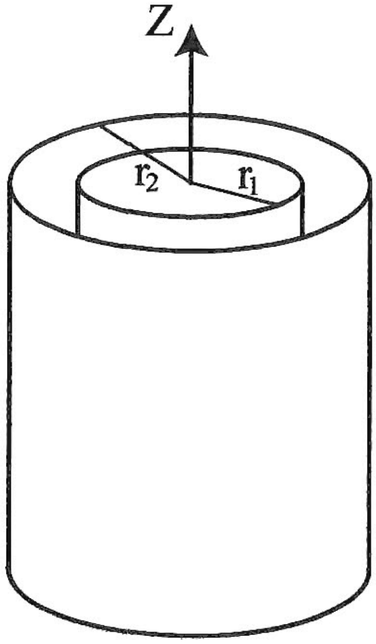
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：電磁気学（その１）

問題番号 1

問１

右図に示すような中心導体(center conductor)と外部導体(outer conductor)をもつ同軸構造(coaxial structure)で構成される同軸円筒コンデンサー(coaxial capacitor)について次の各設問に答えよ。内径(inner radius)を r_1，外径(outer radius)を r_2 とする。中心軸(central axis)（図中 z 軸）からの距離を r としたとき，$r_2 > r > r_1$ の範囲は真空(vacuum)であり，r が r_2 以上，または，r_1 以下の範囲は完全導体(perfect conductor)であるとする。真空中の誘電率(permittivity of vacuum)をε_0とする。



(1) 内部($r_2 > r > r_1$ の範囲)の電場(electric field)を求めよ。中心軸方向(central axis)（図中 z 方向）の単位長さ(unit length)あたりの電荷(charge)を Q とする。
(2) 同軸円筒コンデンサーの単位長さあたりの電気容量(capacitance)を求めよ。
(3) 単位長さあたりの電荷が Q の時の単位長さあたりの静電エネルギー(electrostatic energy)を求めよ。
(4) 上記の状態において外部導体と中心導体の間の電位差(electric potential difference)を外部の回路(external circuit)で一定に保ち，$r_2 > r > r_1$ の範囲を誘電率(permittivity) ε の誘電体(dielectric material)で満たした時の静電エネルギーの変化を求めよ。

問２

ベクトル場 $\mathbf{V} = \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)$がある。

(1) ベクトル場 V の発散(divergence)を求めよ。
(2) ベクトル場 V の回転(rotation)を求めよ。

２０１８年９月・２０１９年４月入学試験問題

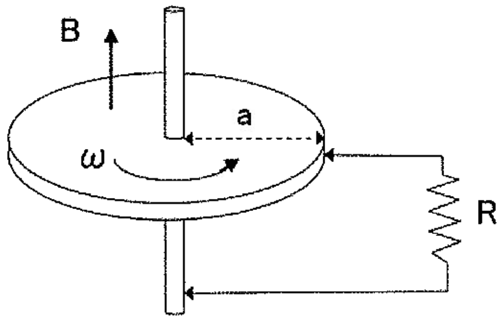
大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名：　電磁気学（その２）

問題番号　２

問３

右図のように，その中心軸(center axis)と周辺部(periphery)が抵抗(resistance)R で接続(connect)されている半径(radius)a の導体円板(conductor disk)が，中心軸と平行(parallel)な方向の一様な磁束密度(magnetic flux density)B の磁束の中で配置されている。この導体円板を中心軸のまわりに図のように角速度(angular frequency)ω で回転(rotate)するとき，抵抗 R に流れる電流(current)とその向き(direction)を求めよ。



問４

(1) ４つのマクスウェル方程式 (Maxwell's equations) をベクトル (vector) 表記で記述し，それぞれの式の呼称及び意味することを記述せよ。但し，誘電率 (dielectric constant) ε，透磁率 (permeability) μ，導電率 (conductivity) σ，電荷 (electric charge) ρ とせよ。その際，用いたすべての諸量の単位(units)を，MKSA(Q)単位系(unit systems)（長さ(length)m，電流(current)A，電圧(voltage)V，時間(time)s，電荷(charge)C）を用いて示せ。

(2) 上記マクスウェル方程式を直角座標(Cartesian coordinate)で表記せよ。

(3) z 方向に伝搬する y 偏波(polarization) の平面波 (plane wave) に対して，(2)から関係する式を抽出し，それらから波動方程式(wave equation)を導出せよ。但し，本問以降について $\sigma = 0$, $\rho = 0$ とせよ。

(4) 電磁波(electromagnetic wave)の角周波数 (angular frequency) を ω，z 方向の伝搬定数(propagation constant) を β とし，(3)で求めた波動方程式の解を示せ。伝搬定数 β を(1)で用いた媒質に関する諸量(medium parameters)で表せ。また，電磁波の速度(velocity)v を導出せよ。

(5) 電磁波のポインティングベクトル (Poynting vector)S を，電界及び磁界のベクトル表記で示せ。それぞれのベクトルの向きの関係を図示せよ。また S の単位を求めよ。