

数 学

(問 題)

2018年度

〈2018 H30123620〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は3～7ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙記入上の注意
 - (1) 印刷されている受験番号が、自分の受験番号と一致していることを確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
 - (2) マーク欄にははっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムで丁寧に、消し残しがないようによく消すこと。

マークする時	● 良い	○ 悪い	○ 悪い
マークを消す時	○ 良い	○ 悪い	○ 悪い

5. 問1から問5までの「ア」, 「イ」, 「ウ」, …にはそれぞれ, $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかの数が当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の「ア」, 「イ」, 「ウ」, …で示された欄にマークして答えること。

例. 「ア」に3, 「イ」に-5, 「ウ」に30, 「エ」に-24, 「オ」に0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
イ	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
ウ	○	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
エ	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
オ	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○

例. 「カ」 $x +$ 「キ」 $-x-1$ と答えるときは, 「カ」 に-1, 「キ」 に-1を入れること。

6. (1) 分数の分母はできるだけ小さな自然数で解答すること。
(2) 根号の中はできるだけ小さな自然数で解答すること。
7. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

問 1. 数列 $\{a_n\}, \{b_n\} (n = 1, 2, 3, \dots)$ を

$$a_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}, \quad b_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \quad b_{n+1} = \frac{b_n - 1}{b_n + 1}$$

と定める. さらに, 原点を O とする座標平面上の点 (a_n, b_n) を P_n とする.

(1) 線分の長さ OP_4 は $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である.

(2) 四角形 $P_1P_2P_4P_3$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である.

(3) 線分の長さの和 $\sum_{n=1}^{12} P_nP_{n+1}$ は $\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}} + \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である. ただし, $\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ケ}}$ であるとする.

問 2. a を実数の定数とする. x についての方程式

$$4 \sin^2 x - a \sin x + 1 = 0 \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

は 4 つの相異なる解を持ち, そのうちの 2 つの解 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) の差が $\frac{\pi}{2}$ である.

(1) $\sin x_1 = \sin x_2$ のとき, $a = \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である.

(2) $\sin x_1 \neq \sin x_2$ のとき, $a = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ であり, 4 つの解のうち, 最も値が大きい解は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \pi$ である.

問 3. 白と赤の球があわせて 22 個入っている袋の中から 3 個の球を取り出す。取り出した球が「白球 2 個, 赤球 1 個である確率」を, 袋の中に入っている白球と赤球の個数の割合を変化させて考える。この確率が最も大きくなるのは, 袋の中の白球が $\boxed{\text{タ}}$ 個のときであり, そのときの確率は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

問 4. 原点を O とする座標空間に 3 つの点 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 1)$ がある.

(1) O から 3 つの点 A, B, C を含む平面に垂線を下ろし, この平面と垂線の交点を H

とすると, 点 H の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}, \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \right)$ である.

(2) 四面体 OABC に内接する球の半径は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である.

問 5. $a > 0$ に対して, $f(x) = x|x - a|$ とする.

(1) $y = f(x)$ のグラフの原点 O における接線と $y = f(x)$ のグラフが囲む図形の面積は, $y = f(x)$ のグラフと x 軸が囲む図形の面積の $\boxed{\text{ヒ}}$ 倍である.

(2) $y = f(x)$ のグラフと $y = sx^2$ ($0 < s < 1$) のグラフにより囲まれてできる 2 つの図形の面積が等しいとき, $s = \frac{\boxed{\text{フ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である.

[以 下 余 白]