

## 2017年9月・2018年4月入学試験

## 大学院先進理工学研究科修士課程

## 共同原子力専攻

## 問題表紙

- ◎問題用紙が 6 ページあることを試験開始直後に確認しなさい。  
◎解答用紙が 4 枚綴りが 1 組あることを試験開始直後に確認しなさい。

科目	問題番号
数学一般(微積分, 微分方程式, 変分法)	1, 2
力学	3, 4
電磁気学	5, 6

## [解答方法]

- (1) 解答は別紙の解答用紙の表の面に記入すること。裏面は使用しないこと。
- (2) 解答用紙は4枚ある。
- (3) 1枚の解答用紙に2問以上を解答しないこと。
- (4) 選択した4題以外は解答しないこと。
- (5) 受験番号・氏名・選択した問題番号をすべての解答用紙に記入すること。

2017年9月・2018年4月入学試験問題  
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻  
科目名: 数学一般(その1)

問題番号

1

- (1)  $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, z = 4\}$ ,  $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2, z \leq 4\}$ ,  $S_1 \cup S_2$  上の外向き単位法線ベクトルを  $\mathbf{n}$  とする。  $\mathbf{F}(x, y, z) = (xz, -3yz, z^2)$  に対して、  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$  の  $S_1$  上の面積分および  $S_2$  上の面積分を求めよ。

Let  $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, z = 4\}$  and  $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2, z \leq 4\}$ , and let  $\mathbf{n}$  be the outward unit normal vector on  $S_1 \cup S_2$ . Set  $\mathbf{F}(x, y, z) = (xz, -3yz, z^2)$ , and then calculate the surface integrals of  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$  on  $S_1$  and  $S_2$ .

- (2) 常微分方程式  $y' + xy = 2x$  の一般解を求めよ。

Find a general solution to the ordinary differential equation:  $y' + xy = 2x$ .

2017年9月・2018年4月入学試験問題  
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻  
科目名： 数学一般(その2)

問題番号 

2
---

(1) 次の常微分方程式系の一般解を求めよ：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x. \end{cases}$$

Find a general solution to the following system of ordinary differential equations:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x. \end{cases}$$

(2)  $f(x, y) = 3x^2 + 2xy + y^2$ ,  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1$  とする。条件  $g(x, y) = 0$  のもとで、 $f(x, y)$  の最大値および最小値を求めよ。Let  $f(x, y) = 3x^2 + 2xy + y^2$  and  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ . Find the maximum and the minimum of  $f(x, y)$  under the condition  $g(x, y) = 0$ .

2017年9月・2018年4月入学試験問題  
大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

科目名: 力学(その1)

問題番号 3

燃料 (fuel) を後方に (backward) 噴射 (injection) することにより、噴射と反対向きに以下の条件 (conditions) で、走行するロケットカー (rocket car) を考える。

- A) 燃料の噴射速度 (velocity) はロケットカーの速度  $U$  に対して相対的 (relatively) に一定 (constant) の値  $V_0$  である。
- B) 燃料が空の場合のロケットカーの質量 (mass) を  $M$  とする。
- C) 時刻 (time)  $t = 0$  にロケットカーに搭載 (loading) されている燃料の質量は  $m_0$  で、時刻  $t$  における燃料の質量は、 $m_0 - \alpha t$  で与えられる。ここで、 $\alpha$  は単位時間あたりの燃料噴射量で一定である。
- D) 時刻  $t = 0$  でのロケットカーの速度はゼロである。

以下の問いに答えよ。

(1) Fig. 1 のようにロケットカーが水平に (horizontally) 走行した場合を考える。空気抵抗などの外力 (force) はロケットカーに働かないとする。

- ① ロケットカーの加速度 ( $\frac{dU}{dt}$ ) は次式で与えられることを運動量保存則 (momentum conservation law) を用いて導け。

$$\frac{dU}{dt} = \frac{V_0 \alpha}{(M + m_0 - \alpha t)}$$

- ② 横軸 (horizontal axis) に時間、縦軸 (vertical axis) にロケットカーの速度をとり、ロケットカーの速度の時間変化の概略図 (schematic drawings) を示せ。

(2) Fig. 2 のようにロケットカーが傾斜角 (angle of inclination)  $\theta$  の斜面 (slope) を走行した場合、ロケットカーの最大速度 (maximum velocity) を求めよ。重力加速度 (gravitational acceleration) を  $g$  とし、重力以外の空気抵抗などの外力はロケットカーに働かないとする。

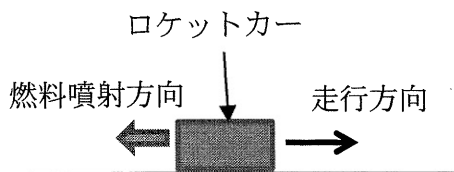


Fig. 1

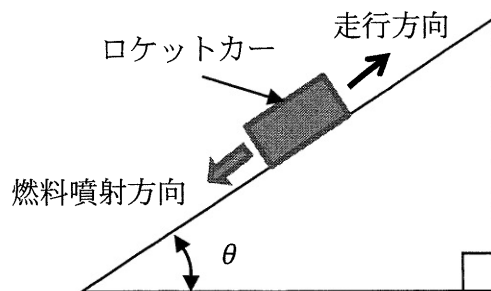


Fig. 2

2017年9月・2018年4月入学試験問題  
 大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻

科目名：力学(その2)

問題番号

4

- (1) 自動車(car)の中の手すり(handrail)に空気(air)よりも軽いヘリウムガス(helium gas)が封入(filling)された風船(balloon)が糸で結びつけられている。自動車は一定の速度(constant velocity)でまっすぐに走っている。この場合、風船は浮力(buoyant force)により真上に浮いている。自動車が、ブレーキ(brake)により減速(slow down)した場合、風船はどう動くかを図示し、何故そう動くかを力学(dynamics)の観点から説明せよ。
- (2) Fig. 1 に示すように水平な床(horizontal floor)と垂直な壁(vertical wall)に梯子(ladder)を立てかけ、上端Bまで、人が梯子を登ることを考える。梯子を登る場合の条件(conditions)を以下に示す。重力加速度(gravitational acceleration)を $g$ とする。
- A) 梯子と水平の床との角度を $\theta$ とする。  
 B) 梯子の長さ(length)は $L$ 、質量(mass)は $m$ 、その重心(center of gravity)は梯子の中心(center)にあるものとする。梯子の変形はないと考える。  
 C) 梯子の下端Aと水平床との間の静止摩擦係数(coefficient of static friction)は $\mu$ とし、垂直壁と梯子との摩擦はないものとする。  
 D) 人の質量を $M$ とする。  
 E) 梯子は一様な棒(bar)として考える。また、棒の直径は、長さ $L$ に比較して無視できる。

以下の問いに答えよ。

- ① 梯子が滑らないで、人が上端Bに登ることができる最少角度 $\theta_{min}$ とすると、 $\tan \theta_{min}$ を求めよ。  
 ② 静止摩擦係数が大きくなればなるほど最少角度 $\theta_{min}$ は小さくなることを説明せよ。

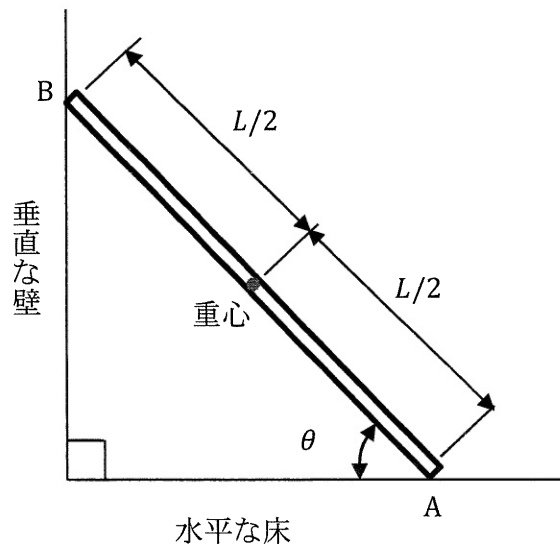


Fig. 1

2017年9月・2018年4月入学試験問題  
 大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻  
 科目名: 電磁気学(その1)

問題番号 5

以下の設問に答えよ。解答 (answers) には SI 単位系の単位 (units of the SI system) を付すこと。

- (1) Fig. 1 のように二辺 (two sides) が  $a$  と  $b$  の 2 枚の電極 (two electrodes) を持つ, 平行平板キャパシタ (a parallel plate capacitor) があり, 間隔 (distance) が  $d$  の電極間には誘電体 (dielectric) が入っている (inserted in)。誘電体の誘電率 (permittivity) は, 一方の端 (edge) から他方の端 (edge) へ, 距離 (distance) とともに直線的に変化 (changes linearly) している。今,  $\epsilon_1, \epsilon_2$  が両端 (either end) での誘電率であるとき, このコンデンサの静電容量 (electrostatic capacitance) を求めよ。

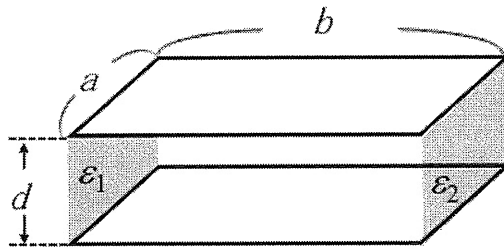


Fig. 1

- (2) Fig. 2 のように両端 (both ends) の磁極 (magnetic poles) に  $\pm m$  の磁荷 (magnetic charge) が現れている (induced), 長さ (length) が  $l$  の磁石 (magnet) がある。
- ① この磁石の磁気モーメント (magnetic moment)  $M$  を求めよ。
  - ② この磁石が一様な磁界 (uniform magnetic field)  $H$  中で, 磁界の方向 (direction) と  $\theta$  の角 (angle) をなしておかれている。各磁極に働く力 (force) を求め, それを図示 (indicate by drawing a figure) せよ。
  - ③ 磁石のうけるトルク (回転力, 回転モーメントとも呼ばれる) (torque) を求めよ。
  - ④ この磁石を  $H$  の方向 (direction) [ $\theta = 0$ ] から角 [ $\theta = \theta_0$ ] まで回転 (rotate) させるのに必要な仕事 (work) を求めよ。

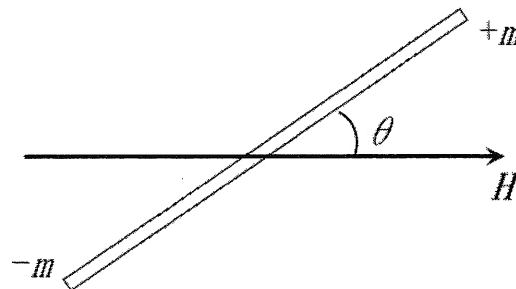


Fig. 2

2017年9月・2018年4月入学試験問題  
 大学院先進理工学研究科修士課程共同原子力専攻  
 科目名： 電磁気学(その2)

問題番号 6

(1) Fig. 1 のように、真空中 (in vacuum) で半径が  $a$  (radius  $a$ ) の内球導体 (inner spherical conductor) と半径が  $b$  の外球導体 (outer spherical conductor) が中心を同じにして (concentric) おかれており、内球に電荷 (electric charge)  $Q$  を与えた。

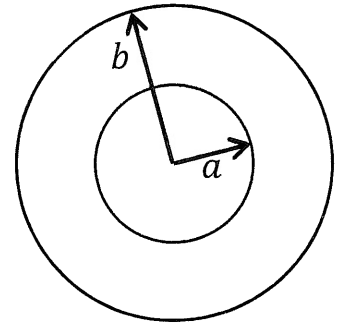


Fig. 1

- ① 外球が接地されている (earthed) ときの電気力線の大体の様子 (outline of electric lines of force) を描け (draw)。
- ② 外球が絶縁されている (isolated) ときの電気力線を描け。
- ③ 上記①, ②の両者 (in the two cases) で内球と外球の電位差 (potential difference between the two conductors) は異なるか (different or not)。答とその理由 (answer and its reason) を述べよ。

(2) Fig. 2 のような、透磁率 (permeability) が  $\mu_1$  と  $\mu_2$  の 2 つの磁性体材料 (two magnetic materials) の境界面 (interface) において、

- ① 磁界 (magnetic field)  $H$
- ② 磁束密度 (magnetic flux density)  $B$

が満たすべき境界条件 (boundary condition) を基礎となる式より (based on fundamental equations) 求めよ。ただし、境界面上に電流は流れていない (no electric currents at the interface) としてよい。

- ③ Fig. 2 において、 $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  の間に成り立つ式 (the equation that  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\theta_1$ , and  $\theta_2$  should satisfy) を求めよ。

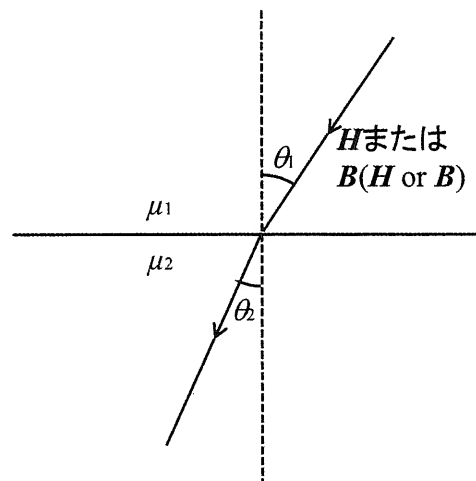


Fig. 2