２０１７年９月・２０１８年４月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

機械科学専攻

問題表紙

◎問題用紙が 6 ページあることを試験開始直後に確認しなさい。
◎解答用紙が 4 枚綴りが 1 組あることを試験開始直後に確認しなさい。

注意事項(Notice of examinees)

1. 選択方法(How to choose subjects)

(1) 問題 1, 問題 2 は共通科目問題である。これら 2 題は全て解答すること。
(Problems 1 and 2 are for compulsory subjects. All examinees must answer these two problems.)

(2) 問題 3, 問題 4, 問題 5, 問題 6 は選択科目問題である。これら 4 題の中から合計 2 題を選択して解答すること。選択科目問題を 2 題よりも多く解答した場合には，すべての解答を無効とする。
(Problems 3, 4, 5, and 6 are for elective subjects. Examinees must choose and answer two problems out of these four problems. If examinees choose to answer more than two problems out of these four problems, every answer is to be canceled.)

区分	問題番号	科目名	解答方法
共通科目	1 2	数学 力学	左記 2 題を全て解答すること。(Examinees must answer both of the two problems on the left.)
選択科目	3 4 5 6	熱力学 流体力学 材料力学 制御工学	左記 4 題の中から合計 2 題を選択して解答すること。(Examinees must choose and answer two problems out of the four problems on the left.)

2．解答方法(How to make answers)

(1) 解答は別紙の解答用紙のおもて面に記入すること（裏面への記入は採点対象としない)。
(Separate sheets provided should be utilized for making answers. All answers must be written on the right/printed side of the sheets, which means that any entries on the reverse side will not be treated as answers.)

(2) 問題 1, 問題 2 の解答は，対応する問題番号があらかじめ記載された解答用紙に記入すること。
(There are two answering sheets for the compulsory subjects. Answers for each problem of the compulsory subjects should be written on separate answering sheet, on the top of which the corresponding problem number and the subject name are printed.)

(3) 選択科目問題の解答用紙は 2 枚ある。解答用紙 1 枚ごとに 1 科目ずつ解答し，選択した問題番号と科目名を解答用紙上部の当該欄に必ず明記すること。
(There are two answering sheets for the elective subjects. Answers for each problem in the elective subjects should be written on each separate answering sheet, on the top of which a chosen problem number and the subject name must be entered in the corresponding boxes.)

3．試験時間は，共通科目と選択科目あわせて 180 分である。
(Total examination time is 180 minutes for both the compulsory and elective subjects.)

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学専攻

科　目　名：　数　学

問題番号 1

（1）以下の問いに答えなさい。

(i)　複素平面（complex plane）$\mathbf{C}$上で定義された複素関数（complex function）$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$を考えよう。この時，$f(z)$が点$z\in\mathbf{C}$で微分可能（differentiable）であるための必要かつ十分条件　（necessary and sufficient condition）としてコーシー・リーマンの方程式（Cauchy-Riemann equation）が成り立つことを導きなさい。但し，$z\in\mathbf{C}$は，$\mathbf{R}^2$の直交座標（orthogonal coordinates）(x,y)を用いて$z=x+iy$と表される。ここに，$u(x,y)$, $v(x,y)$は，各々，$\mathbf{R}^2$上の滑らかな実関数（smooth real function），iは虚数単位（imaginary unit）である。

(ii)　$\mathbf{R}^2$の直交座標(x,y)から極座標（polar coordinates）(r,θ)への座標変換（coordinate transformation）$x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$, $(-\pi<\theta<\pi)$を考え，これにより，複素平面上の点$z=x+iy$は，極座標(r,θ)を用いて$z=re^{i\theta}=r(\cos\theta+i\sin\theta)$と表される。この時，(i)の直交座標$(x,y)$によるコーシー・リーマンの方程式を極座標$(r,\theta)$を用いて書き換えなさい。但し，$r=\sqrt{x^2+y^2}$である。

(iii) aを実数（real number）として，複素関数$f(z)$が

$$f(z)=-ia\log z$$

で与えられるとき，(ii)の結果を用いて，関数$f(z)$の正則性（regularity）を調べなさい。

（2）以下の問いに答えなさい。

(i)　$x\in[0,k]\subset\mathbf{R}$をパラメータ（parameter）として，２次元実平面（2-dimensional real plane）$\mathbf{R}^2$上のベクトル場（vector field）$\mathbf{A}:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}^2$を用いて，次の微分方程式（differential equation）

$$\frac{d\mathbf{y}(x)}{dx}=\mathbf{A}\,\mathbf{y}(x)$$

を考えよう。この時，初期値（initial value）を$\mathbf{y}(0)=(y_{10},y_{20})^T\in\mathbf{R}^2$とする，この微分方程式の解曲線（solution curve）$\mathbf{y}(x)=(y_1(x),y_2(x))^T\in\mathbf{R}^2$を求めなさい。但し，$k$は適当な正の定数である。

(ii)　(i)に置いて，特に，ベクトル場$\mathbf{A}:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}^2$が行列（matrix）

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\alpha & 1\\ -1 & \alpha\end{bmatrix}$$

によって与えられているとする。但し，$\alpha\in\mathbf{R}$は定数（constant）である。定数αの符号（sign）によって平衡点の性質を分類し，$\mathbf{R}^2$上の直交座標(y_1,y_2)を用いて，解曲線の様子を描きなさい。

(iii)　解曲線$\mathbf{y}(x)=(y_1(x),y_2(x))^T\in\mathbf{R}^2$に沿って，関数（function）$F(\mathbf{y})=\langle\mathbf{y},\mathbf{y}\rangle=|\mathbf{y}|^2$は，どのように変化するか述べなさい。但し，$\langle\mathbf{y},\mathbf{y}\rangle$はベクトル$\mathbf{y}$自身との内積(inner product)，$|\mathbf{y}|$はベクトル$\mathbf{y}$の大きさ（magnitude）を表す。

(iv)　$\alpha=0$の時，解曲線$\mathbf{y}(x)=(y_1(x),y_2(x))^T\in\mathbf{R}^2$に沿って，関数

$$G(\mathbf{y})=y_1\frac{dy_2}{dx}-y_2\frac{dy_1}{dx}$$

は一定となることを示しなさい。

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学専攻

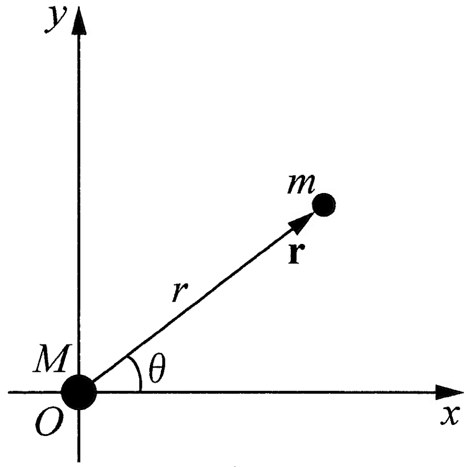
科　目　名：力　学

問題番号 2

図のように，質量(mass) m の質点(mass point)が，質量 M の質点と万有引力(universal gravitation)で相互作用しながら平面(plane)上を運動する状況を考える。但し，質量 M の質点は原点(origin) O に固定され(fixed)，常に静止して(at rest)いるとする。この平面上に直交座標(orthogonal coordinates) (x,y) を導入し，質量 m の質点の位置(position)を２次元ベクトル(vector) $\mathbf{r}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ によって表す。また，ベクトル $\mathbf{r}$ の大きさ(magnitude)を $|\mathbf{r}|=r$ とし，ベクトル $\mathbf{r}$ と x 軸との間の角度(angle)を θ として，極座標(polar coordinates) (r,θ) を導入する。質量 m,M の２つの質点の間に働く万有引力のポテンシャルエネルギー(potential energy)を

$$U(r)=-\frac{GMm}{r} \qquad (G\text{ は万有引力定数(constant of gravitation)})$$

とし，時間(time)を t として，次の問いに答えなさい。但し，摩擦(friction)や抵抗(drag)は無視する(ignore)。



(1) 質量 m の質点の運動方程式(equation of motion)を，ベクトル $\mathbf{r}$ を用いて表しなさい。

(2) 問(1)の運動方程式を極座標 (r,θ) を用いて表しなさい。

(3) 質量 m の質点の原点 O まわりの角運動量(angular momentum) L が保存することを示しなさい。

(4) 系の力学的エネルギー(mechanical energy) E が保存することを示しなさい。

(5) 質量 m の質点の初期座標(initial coordinates)を $x=x_0(>0),\, y=0$ とし，初期速度(initial velocities)を $dx/dt=0,\, dy/dt=v_0(>0)$ とする。その後，質量 m の質点が円軌道(circular orbit)を描くためには，x_0 と v_0 の間にどのような条件(condition)が必要か答えなさい。

(6) 質量 m の質点の初期座標と初期速度が問(5)と同じように表されるとする。その後，質量 m の質点が無限遠(infinity)に向けて飛び去るためには，x_0 と v_0 の間にどのような条件が必要か答えなさい。

(7) 極座標 (r,θ) を用いて表した問(2)の運動方程式の解曲線(solution curves) $(r(t),\theta(t))$ の中で，

$$r=\frac{p}{1+e\cos\theta} \qquad (p,e\text{ は正の定数(positive constants)})$$

を満たすものがあることを示しなさい。さらに，２つの正の定数 p,e を，この解曲線に沿って運動する質量 m の質点の原点 O まわりの角運動量 L，力学的エネルギー E を用いて表しなさい。

(8) 問(7)の解曲線が楕円(ellipse)になるとき，この楕円上を周回する質量 m の質点の周期(period) T の２乗が，この楕円の長半径(semi-major axis) a の３乗に比例する(proportional)ことを示しなさい。

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学専攻

科　目　名：**熱　力　学**

問題番号 3

状態 1-2-3-4 の可逆断熱圧縮・可逆断熱膨張過程・定容過程で構成されるオットーサイクル（Otto cycle：図 1(a)）と，それに状態 1-5-6-7 の定圧過程・定容過程で構成されるサイクルを加えたサイクル（図 1(b)）について以下の問に答えよ。なお，QH と QL は，状態 1-2-3-4 の間に入る熱量と出る熱量である。また，作動流体は理想気体とし，圧力(pressure)は P，温度(temperature)は T，体積(volume)は V，比熱比(ratio of specific heat)は κ，定容比熱(specific heat at constant volume)は Cv，定圧比熱(specific heat at constant pressure)は Cp とする。また，状態 1，2，3，4 における体積を V1，V2，V3，V4 と書けば，圧縮比(compression ratio) $\varepsilon = V1/V2 = V4/V3$ である。

(1) オットーサイクル（図 1 (a)）の熱効率 η を圧縮比 ε と比熱比 κ の関数で書け。

(2) このオットーサイクルの熱効率を上げるためには，圧縮比 ε と比熱比 κ はどのようにすれば良いか答えよ。（圧縮比と比熱比を大きくすべきか，小さくすべきか，答えよ。）

(3) (1)のオットーサイクル（図 1(a)）に，状態 1-5-6-7 で囲まれた定圧過程と定容過程のみで構成されるサイクルを加えたサイクル（図 1(b)）を考える。状態 1-2-3-4 のサイクルは時計回りであるのに対して，この状態 1-5-6-7 のサイクルは反時計回りであるので負の仕事のサイクルである。この状態 1-5-6-7 のサイクルにおいて，その状態 5 と状態 6 における圧力の比と状態 1 と 7 における圧力の比を $\alpha = P5/P6 = P1/P7$（$\alpha > 1$）とする時，図 1(b)のサイクルの熱効率 η を圧縮比 ε，比熱比 κ，α，と各状態における温度の関数として導出せよ。

(4) 状態 1-2-3-4 におけるエントロピー変化と状態 1-5-6-7 のサイクルにおけるエントロピー変化は，それぞれ，正，負，または，ゼロのいずれであるか，を答えよ。

(5) 実際の火花点火ガソリンエンジンを考える場合，負圧サイクルを近似的に付加したオットーサイクルを考えることがある。一方，自己着火燃焼を用いる実際のディーゼルエンジンでは，負圧サイクルは付加しないで検討することが多い。その理由を述べよ。

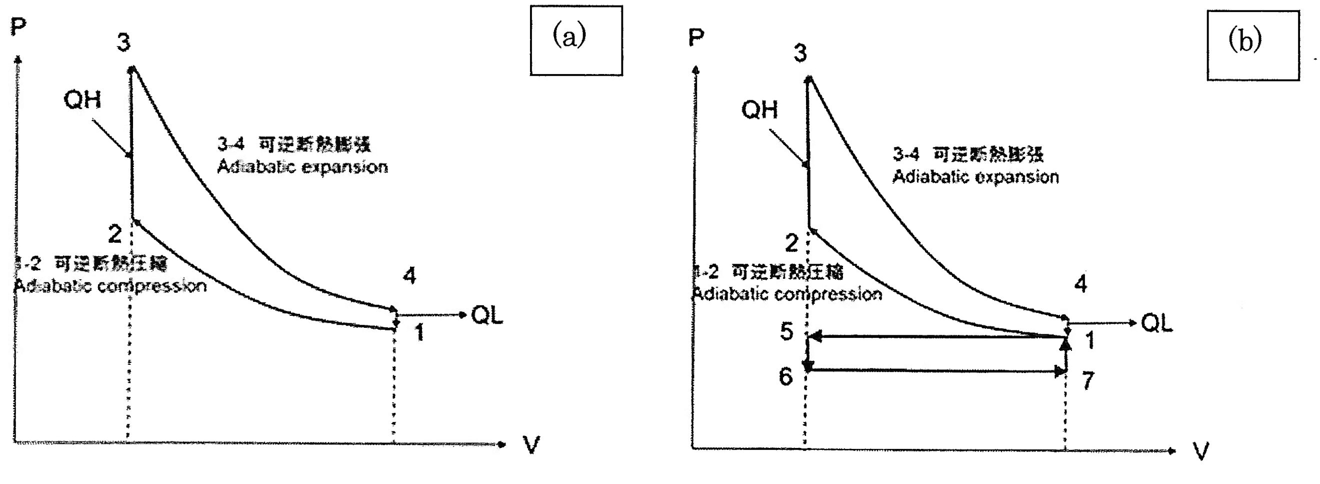


図１　熱力学サイクルの圧力 P－体積 V の線図.
(a)オットーサイクル, (b)負圧サイクルを付加したオットーサイクル

［注：なお，問題を解くにあたり，さらに仮定や定義が必要な場合は各自，設定して解きなさい。］

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学専攻

科　目　名：　流　体　力　学

問題番号 4

下図のように速度(velocity) U の一様流中に設置された平板上の定常な層流境界層(steady laminar boundary layer on a flat plate)を考える。いま，図中に破線 ABCD で示した，長さ(length) $\mathrm{d}x$，高さ(height) h （$h > \delta$ ：境界層厚さ(boundary layer thickness)），奥行き（紙面に垂直方向）は単位幅の直方体の検査体積(control volume)（以下 CV と略記）を考える。流体の密度(density)は ρ （一定），重力の影響は無視できる(neglect the gravity)として，以下の問いに答えよ。

(1) 面 AB 上での x 方向速度を u とすると，面 AB を通過して単位時間内に CV に流入する流体の質量(mass flow rate)および面 CD を通過して単位時間内に CV から流出する流体の質量は，それぞれ

$$\int_0^h \rho u \,\mathrm{d}y \quad , \quad \int_0^h \rho u \,\mathrm{d}y + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\int_0^h \rho u \,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$$

と表せる。単位時間内に面 BC を通過して CV から流出する流体の質量を求めよ。

(2) 単位時間内に面 AB，面 BC，面 CD を通過して CV に流入，あるいは流出する流体の運動量（x 方向成分）(momentum in x-direction)を求めよ。

(3) CV 内の流体に作用する力(force)として，圧力(pressure) p および平板表面上での壁面せん断応力(shear stress on the plate) τ_w を考える。このとき，以下に示す運動量積分方程式(momentum integral equation)［式(1)］が成立することを示せ。

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\rho U^2 \theta\right) + \rho U \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}\delta^* = \tau_w \qquad (1)$$

ただし，δ^* および θ はそれぞれ，境界層の質量排除厚さ(displacement thickness)および運動量厚さ(momentum thickness)であり，次式で定義される。

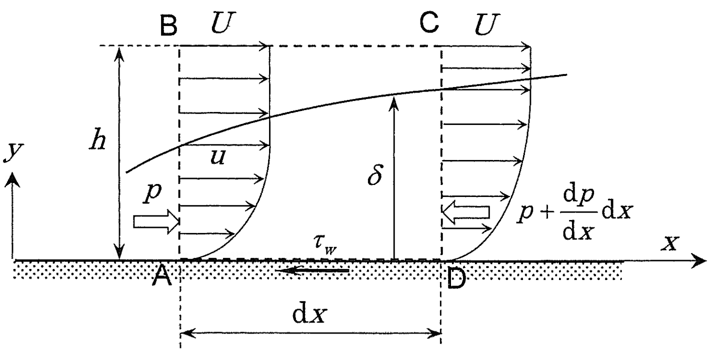
$$\delta^* = \int_0^h \left(1 - \frac{u}{U}\right)\mathrm{d}y \quad , \quad \theta = \int_0^h \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)\mathrm{d}y$$

(4) 境界層内の速度分布(velocity distribution)を，次に示すような 3 次曲線(cubic curve)と仮定する。

$$\frac{u}{U} = a\eta^3 + b\eta + c \quad , \quad \text{ただし，} \quad \eta = \frac{y}{\delta}$$

このとき，境界条件(boundary conditions)を列挙し，係数(coefficients) a, b, c を決定せよ。

(5) 運動量積分方程式(1)を用いて，境界層厚さ δ と壁面せん断応力 τ_w を求めよ。



２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学専攻

科　目　名：　材　料　力　学

問題番号 5

長さlの２つのはり（beam）があり，図のように上下方向からそれぞれ分布荷重f_0（distributed load）が作用している。はりの端部（O 点と B 点）は壁に固定されていて，はり全体の中央部（A 点）で単純支持（simple support）されている。この支持機構（support mechanism）は変形後も支点からの反力（reaction force）を失うことはないと仮定する。はりのヤング率（Young's modulus）をEとして，以下の設問に解答せよ。

(1) はりの断面は半径 r，肉厚 t の薄肉閉断面（tは他の寸法に比べて十分小さい）である（図１）。はりの断面二次モーメントI_z（second moment of area）を求めなさい。

以降，はりの曲げ剛性（bending rigidity of beam）をEIとして解答せよ。

(2) 左側のはり（OA）に関して，単純支持点（A 点）での反力（reaction force）をRとしてフリーボディダイアグラム（Free Body Diagram, FBD）を描きなさい。

(3) はりの対称性（symmetry）を考慮し，左側のはり（OA）の曲げモーメント$M(x)$を求めなさい。

(4) 単純支持点（A 点）での反力（reaction force）Rを求めなさい。

(5) せん断力線図（SFD）および曲げモーメント線図（BMD）を求めなさい。

(6) 端点（A 点）のたわみ角（deflection angle）ϕ_Aを求めなさい。

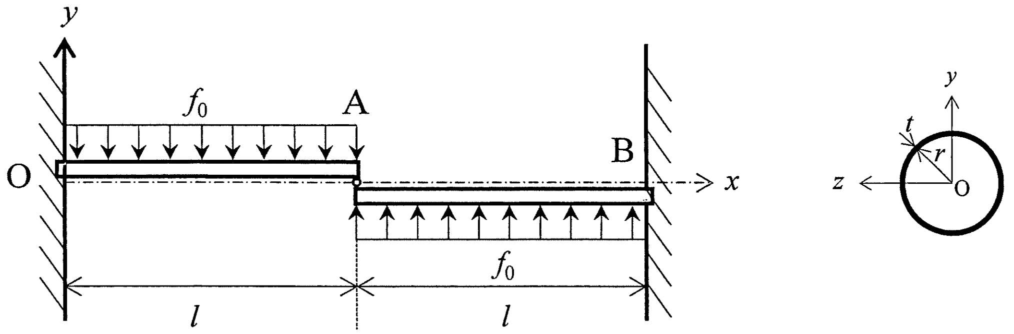


図１　はりの断面と中央で単純支持された２本の片持ちはり

次に，右側のはり（AB）の長さを$2l$に変更して，同様に上下方向からそれぞれ分布荷重f_0（distributed load）が作用している非対称構造（asymmetry structure）の問題を考える（図２）。はりの曲げ剛性は変更せずに両方ともEI＝一定とした。

(7) 図２における OA 間（$0 \leq x \leq l$）の曲げモーメント$M(x)$を求めなさい。

(8) 単純支持点（A 点）での反力Rを求めなさい。

(9) A 点におけるたわみ（deflection）v_Aを求めなさい。

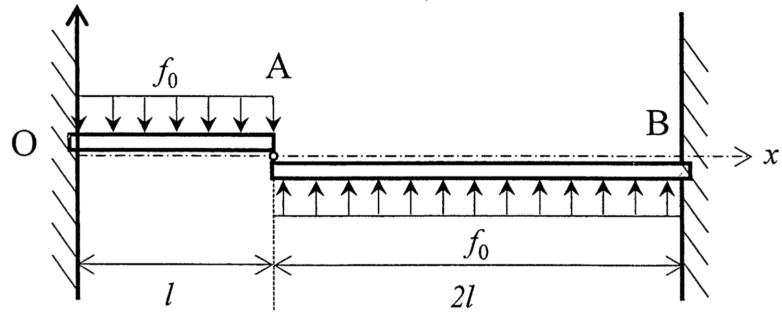


図２　長さを変更した非対称はり

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程機械科学専攻

科　目　名：　制　御　工　学

問題番号 6

【6-1】図示の水位制御系(water level control system)について，以下の設問に答えよ。
ただし，各バルブ(valve)で $q_i(t)=\{h(t)/R_i\}$ $(i=2,3)$，(R_i は定数)が成立し，$\mathcal{L}[f(t)]=F(s)$ とする。まず，バルブ３は閉じられているとする。

(i)　入力(input)を $q_1(t)$，出力(output)を $h_1(t)$ とする伝達関数(transfer function) $F_1(s)$ を求めよ。

(ii)　$Q_1(s)=1$ のとき $h_1(t)$ の応答の概略(approximate shape)を，補助線(additional line)を明記の上，示せ。

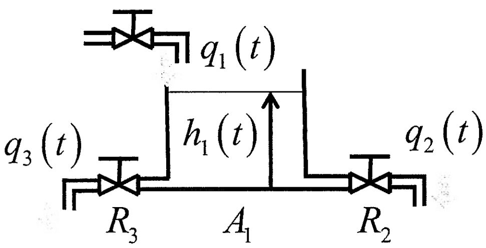
(iii)　前問の条件で，実験で得られた $h_1(t)$ の応答曲線から時定数(time constant)を求める方法を２通り，簡潔に示せ。

(iv)　系が平衡し $q_{10}=q_{20}=k\sqrt{2h_0}$　(k は定数)が成立しているとき，R_2 を求めよ。

(v)　直流電流源(electric current source)，抵抗(resistor)，コンデンサ(condenser)で構成され，図の水位系に対応する，最も簡潔な電気回路(electric circuit)を示せ。

直流電源：　　抵抗：　　コンデンサ：　

(vi)　バルブ３が開いているとき，対応する電気回路を示せ。



水位制御系

【6-2】図示のブロック線図(block diagram)で示される系で以下の問いに答えよ。

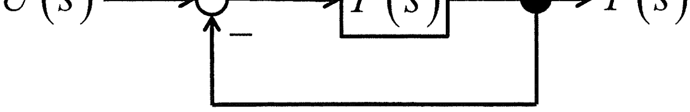
(i)　$\dfrac{Y(s)}{U(s)}=\dfrac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$　$(n>m,\ m=1,2,\cdots,\ n=1,2,\cdots,\ a_n\neq 0)$ のとき，フルビッツの安定判別(Hurwitz’s stability criterion)を説明せよ。

(ii)　$P(s)=\dfrac{K}{s(s+2)(s+9)}$ のとき，安定な範囲の K を求めよ。

(iii)　安定限界(stability limit)のときの ω を求めよ。

(iv)　安定限界で，単位ステップ入力(unit step function)に対する，時間が十分経過したときの応答の概略を示せ。

(v)　ゲイン余裕(gain margin)が６ [dB] になるような K を求めよ。



ブロック線図