２０１７年９月・２０１８年４月入学試験

大学院基幹理工学研究科修士課程

電子物理システム学専攻

問題表紙

◎問題用紙が　**6**　ページあることを試験開始直後に確認しなさい。
◎解答用紙が　**6**　枚綴りが　**1**　組あることを試験開始直後に確認しなさい。

（１）　使用する解答用紙６枚にはすべて受験番号，氏名を必ず記入しなさい。
（２）　力学，回路理論，電磁気学の３科目のうち，２科目を選択し，解答用紙に記載されている科目名を確認し，「科目名」の下にある「選択」という文字を必ず○で囲み，解答しなさい。選択しなかった科目の解答用紙には，「科目名」の下にある「非選択」という文字を必ず○で囲みなさい。
（３）　「選択」に○を付けていない解答用紙の記入内容は，原則として採点の対象とはならない。「選択」に○を付ける解答用紙は４枚で，科目は２科目である。
（４）　各科目には問題番号１，２があり，問題番号１，２が記載された解答用紙に，それぞれ解答を記入しなさい。選択した科目の問題は，問題番号１，２とも解答しなさい。所定以外の用紙へ解答を記入した場合は無効となるので，注意しなさい。
（５）　合計６枚の解答用紙をすべてを提出しなさい。
（６）　電卓，コンピュータなどの使用は不可である。

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：力学（その１）

問題番号 1

(1) 図１に示すような，中心に質量 (mass)m の質点 (point mass) を付けた長さ l の棒が壁と離れることなく，滑りながら倒れていく場合を考える。重力加速度を g とし，重力は $-y$ 方向に働くものとする。棒の質量および棒と壁の間の摩擦 (friction) は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

1) 図１に示す通り，時刻 t における棒と y 軸のなす角を $\varphi(t)$ とするとき，質点の座標 $(x(t), y(t))$ を $\varphi(t)$ を用いて表せ。

2) 時刻 t における質点の運動エネルギー (kinetic energy) を $\varphi(t)$ を用いて表せ。

3) 時刻 t における質点のラグランジアン (Lagrangian) を $\varphi(t)$ を用いて表せ。

4) 質点に対するラグランジュ方程式 (Langrange's equation) を使って，$\varphi(t)$ の微分方程式 (differential equation) となる運動方程式 (equation of motion) を書き下せ。

5) $\varphi(t)$ が十分小さい ($|\varphi| << 1$) とき，4) の方程式を１次のオーダーまでの近似 (first order approximation) を行って，$\varphi(t)$ の一般解 (general solution) を求めよ。

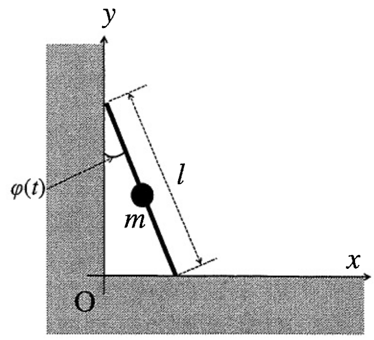


図１

(2) 図２に示すように原点Oに一端を固定した自然長 a，バネ定数 k のバネ (spring) に，質量 m の質点を付けたとき，質点の運動について以下の問いに答えよ。ただし，重力の向きは $-z$ 方向として，バネの重さは無視する。質点の位置の球座標 (spherical coordinates)(r, θ, φ) の角度は，図２のようにとることとする。

1) 質点の座標 (x, y, z) を (r, θ, φ) を用いて表せ。

2) 質点のラグランジアンを r, θ, φ を用いて表せ。

3) r, θ, φ に共役 (conjugate) な一般化運動量 (generalized momentum)p_r, p_θ, p_φ を定義して，質点のハミルトニアン (Hamiltonian) を求めよ。

4) 3) で求めたハミルトニアンの正準方程式 (canonical equation) を使って，r, θ, φ と p_r, p_θ, p_φ の満たすべき運動方程式を書き下せ。

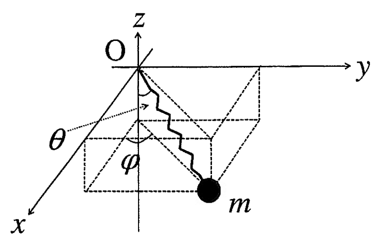


図２

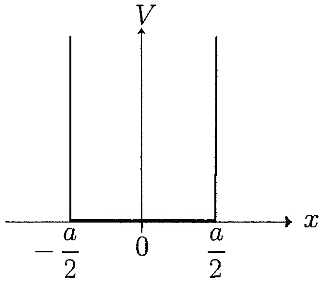
2017年9月・2018年4月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科 目 名： 力学（その2）

問題番号 2

(3) 幅 a の無限に深い井戸型ポテンシャル (infinite square well potential) 中の粒子 (particle) の運動 (motion) に対する，以下の定常1次元 Schrödinger 方程式 (stationary one-dimensional Schrödinger equation) を解け (solve)。具体的には，すべてのエネルギー固有値 (energy eigenvalues) E と規格化された固有関数 (normalized eigenfunctions) $\phi(x)$ を求めよ。



$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x)\right\}\phi(x)=E\phi(x)\,,\qquad V(x)=\begin{cases}0 & \left(-\frac{a}{2}<x<\frac{a}{2}\right)\\ \infty & \left(x<-\frac{a}{2}\ \ \text{or}\ \ \frac{a}{2}<x\right)\end{cases}$$

(4) 規格化された波動関数 (wave function) $\left((\psi,\psi)=\int_{-\infty}^{\infty}|\psi(x)|^2\,dx=1\right)$ が

$$\psi(x)=N\,e^{ip_0x/\hbar}e^{-b(x-x_0)^2}\qquad (p_0, x_0, b\ \text{は実定数 (real constants) かつ}\ b>0)$$

と与えられている。N は規格因子 (normalization factor) である。以下の問に答えよ。

ヒント (Hint)： 積分公式 (integral formula) $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha x^2}\,dx=\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ (α：正の定数 (positive constant))。

1) $|N|$ を求めよ。

2) $\psi(x)$ に対して，位置 (position) x と運動量 (momentum) p の標準偏差 (standard deviations) Δx と Δp を計算せよ。ただし，$(\Delta x)^2=\langle\,(x-\langle\,x\,\rangle)^2\,\rangle$，$(\Delta p)^2=\langle\,(p-\langle\,p\,\rangle)^2\,\rangle$ で定義され，記号 $\langle\,A\,\rangle$ は期待値 (expectation value) を表しており，対応する演算子 (operator) $\hat{A}$ を用いて $\langle\,A\,\rangle=(\psi,\hat{A}\psi)$ で与えられる。

3) 2) で計算された Δx と Δp の積 (product) $\Delta x\Delta p$ を求め，その結果が意味することを述べよ。

(5) ハミルトニアン (Hamiltonian) 演算子 $\hat{H}$ を持つ時間依存 Schrödinger 方程式 (time-depndent Schrödinger equation) を満たす波動関数 $\psi(x,t)$ が，$t=0$ において定常 Schrödinger 方程式の2個の固有関数で次のように展開されているとする。

$$\psi(x,0)=\frac{1-i}{\sqrt{6}}\,u_1(x)+C_2\,u_2(x)\,,\qquad \left(\hat{H}u_i(x)=E_iu_i(x)\right)$$

ただし，C_2 は展開係数 (expannsion coefficient) で，$\psi(x,0)$ と $u_i(x)$ $(i=1,2)$ は規格化されているとして、以下の問に答えよ。

1) $|C_2|$ を求めよ。

2) 上の $\psi(x,0)$ の状態の系でエネルギー (対応する演算子は $\hat{H}$) を測定する (measure) とどのような結果が得られるか，記号 E_1, E_2 を用いて述べよ。

3) 上の $\psi(x,0)$ の状態に対して $\hat{H}^2$ の期待値を計算せよ。結果は，記号 E_1, E_2 を用いて解答せよ。

4) 時刻 t における波動関数 $\psi(x,t)$ を，記号 C_2, $u_i(x)$, E_i $(i=1,2)$ を用いて書き下せ。

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：回路理論（その１）

問題番号 1

（１） 図１(a) は，1 [V]の直流電圧源 (DC voltage source)，1 [A]の直流電流源 (DC current source)，５つの抵抗（resistance； すべて 1 [Ω])，および負荷抵抗（load resistance）R_L からなる回路（electric circuit）である。図１(b) と図１(c) は，どちらも図１(a) の等価回路（equivalent circuit）である。

１） 図１(b) が図１(a)と等価になるように，直流電圧源 E_B と抵抗 R_B の値をそれぞれ求めよ。

２） 図１(c) が図１(a)と等価になるように，直流電流源 J_C と抵抗 R_C の値をそれぞれ求めよ。

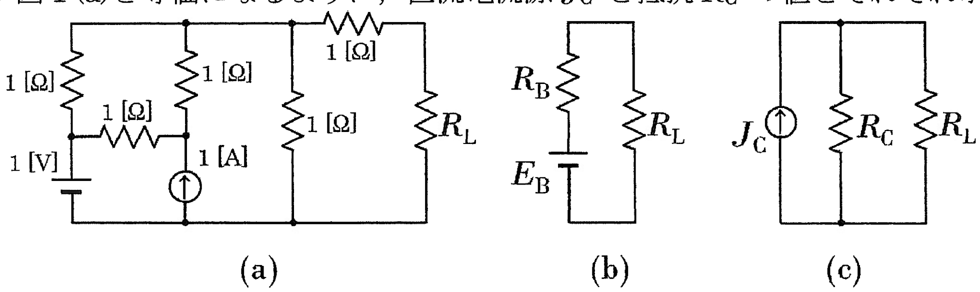


図１

（２） 図２は，２つの抵抗（resistance）R_1 と R_2，インダクタンス（inductance）L_1，キャパシタンス（capacitance）C_1 からなる回路（electric circuit）である。端子（terminal）1 および 2 から流れ込む電流（current）をそれぞれ I_1，I_2 とし，1－1' および 2－2' の電圧（voltage）をそれぞれ V_1，V_2 とするとき，以下の問に答えよ。

１）2 - 2' を開放（open；$I_2 = 0$）したまま，1－1' に角周波数（angular frequency）ω の交流電圧（AC voltage）V_1 を印加（input）した。このとき，1 － 1' から見た回路の合成インピーダンス（synthetic impedance）を，$Z_0 = R_0 + jX_0$ （R_0 と X_0 はどちらも実数（real number））とする。R_0 と X_0 をそれぞれ，R_1，R_2，L_1，C_1，および ω を用いて表せ。

２） 2 - 2' を開放したまま，1－1' に角周波数 ω の交流電圧 V_1 を印加した。共振角周波数（resonance angular frequency）ω_0 を R_1，R_2，L_1，および C_1 を用いて表せ。

３） 2）における共振時（resonant point；$\omega = \omega_0$）に R_2 を流れる電流 I_R の絶対値（absolute value）$|I_R|$ を R_1，R_2，L_1，C_1，V_1，および ω_0 を用いて表せ。

４） 図２の回路を，1－1' を１次側（input port），2－2' を２次側（output port）とする２端子対回路（two-port network）と見なす。この回路を次式で表されるインピーダンスパラメータ（impedance parameter）で表すとき，Z_{11}，Z_{12}，Z_{21}，Z_{22} をそれぞれ，R_1，R_2，L_1，C_1，および ω を用いて表せ。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

５） ４）と同様にして，次式で表される４端子定数（transmission parameter）によって図２の２端子対回路を表すとき，A, B, C, D をそれぞれ，R_1，R_2，L_1，C_1，および ω を用いて表せ。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

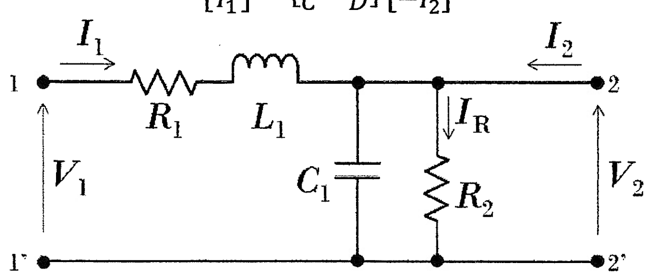


図２

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：回路理論（その２）

問題番号 2

（３）図３は，電圧源（voltage source）$v_i(t)$，抵抗（resistance）R，キャパシタンス（capacitance）C，スイッチ（switch）Sからなる回路（electric circuit）である。この回路において，時刻tにおける電圧源の電圧を$v_i(t)$，キャパシタンスCの電圧を$v_o(t)$とする。$v_i(t)$は$t \geq 0$において$v_i(t) = E \bullet e^{-\frac{t}{\tau}}$という値を持つ。ここで，$E > 0$，$\tau = CR$である。時刻$t = 0$において，スイッチ$S$を閉じた（switch-on）。このときのキャパシタンスCの初期電荷（initial charge）を0とする。この回路に関して，以下の問に答えよ。

1）スイッチSを閉じた時刻$t = 0$のときのCの電圧$v_o(0)$を求めよ。

2）スイッチSを閉じて十分に長い時間が経過したとき（$t \to \infty$）のCの電圧$v_o(\infty)$を求めよ。

3）$t \geq 0$におけるCの電圧$v_o(t)$をE，τ，およびtを用いて表せ。

4）$\tau = 1$としたとき，$v_o(t)$の最大値を求めよ。ここで，$e^{-1} = 0.367$とする。

5）$\tau = 1$としたとき，横軸（horizontal axis）に時刻t（$t \geq 0$），縦軸(vertical axis）に$v_o(t)$をとったグラフ（graph）の概形（sketch)を描け。

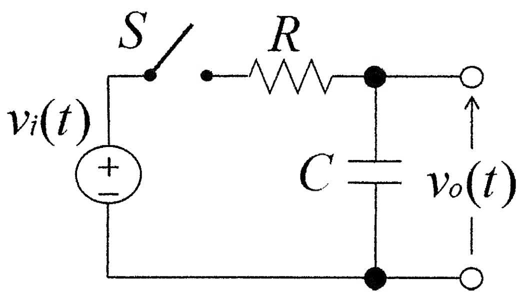


図３

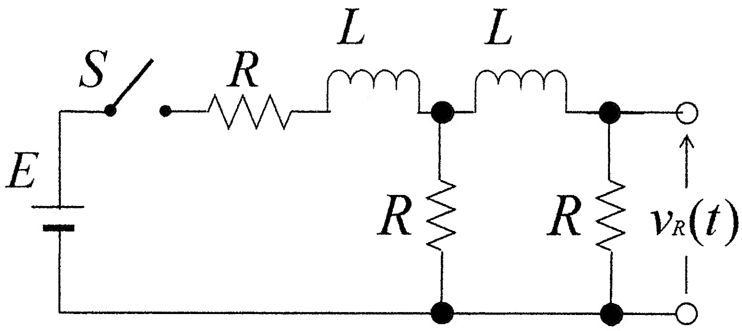


図４

（４）図４は，直流電圧源（DC voltage source）E，２つのインダクタンス（inductance）L，３つの抵抗R，スイッチSからなる回路（electric circuit）である。この回路において，時刻tにおける，一番右に書かれている抵抗Rの電圧を$v_R(t)$とする。時刻$t = 0$において，スイッチSを閉じた。このとき，２つのインダクタンスLの初期電流（initial current）を0とする。また，$\lambda = \frac{R}{L}$とする。この回路に関して，以下の問に答えよ。

1）スイッチSを閉じた時刻$t = 0$のとき回路を，なるべく簡単な等価回路（equivalent circuit）で図示せよ。

2）スイッチSを閉じた時刻$t = 0$のときの電圧$v_R(0)$を求めよ。

3）スイッチSを閉じて十分に長い時間が経過したとき（$t \to \infty$）の回路を，なるべく簡単な等価回路で図示せよ。

4）スイッチSを閉じて十分に長い時間が経過したとき（$t \to \infty$）の電圧$v_R(\infty)$を求めよ。

5）横軸に時刻t（$t \geq 0$），縦軸に$v_R(t)$をとったグラフの概形を描け。このとき，$v_R(t)$は振動する（periodic oscillatory）か否かを理由とともに答えよ。

6）$t \geq 0$における電圧$v_R(t)$をE，λ，およびtを用いて表せ。

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム専攻

科　目　名：　電磁気学（その１）

問題番号　1

問１

（１）

図１に示すような，直線上に一様に分布(uniformly distributed)した線密度(linear charge density) λ の電荷(charge)による電位(electric potential)を求めよ（直線からの距離 r の関数として表せ)。直線から距離 a の位置での電位が 0 であるとする。真空中の誘電率を ε_0 とする。

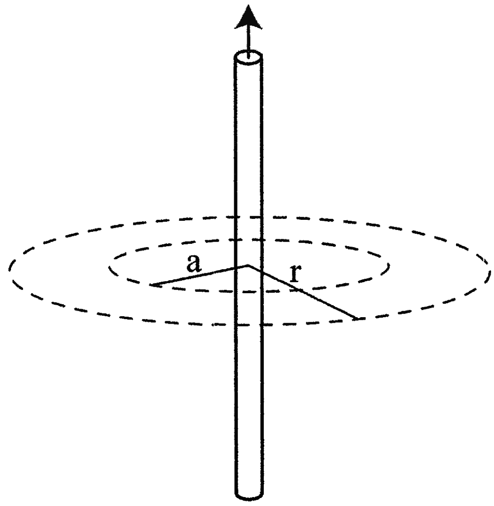


図１

（２）

図２に示すような，点 r_1 と点 r_2 にそれぞれ電荷(charge) q_1, q_2 がある場合の位置 $r=(x,\ y,\ z)$ での電位(electric potential)を求めよ。但し，２つの電荷の距離(distance)は d であり，$r_1=(0, 0, +d/2)$, $r_2=(0, 0, -d/2)$ とする。$|r| \gg d$ であり，$|r| \to \infty$ での電位がゼロであるとする。

また，$q_1=+q$, $q_2=-q$, のときの電位を求めよ。このような正負(positive and negative)の２つの電荷が近接して組み合わさったものの名称を答えよ。真空中の誘電率を ε_0 とする。

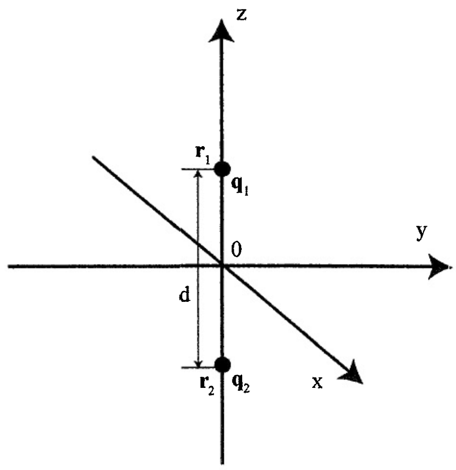


図２

問２

（１） ３次元ベクトル(three dimensional vector) $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ に対して，以下の等式が成り立つことを証明せよ。

$$(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{C} = (\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})\cdot\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{B}$$

（２）$[\boldsymbol{ABC}] = (\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{C}$ としたときの，$[\boldsymbol{ABC}]$ の名称を答えよ。また，$[\boldsymbol{ABC}]$ の幾何学的意味(geometrical interpretation)を述べよ。

２０１７年９月・２０１８年４月入学試験問題

大学院基幹理工学研究科修士課程電子物理システム学専攻

科　目　名：電磁気学（その２）

問題番号 2

問３

図３のような一辺の長さが a の正三角形の回路(triangular circuit)に，矢印の時計方向(clockwise)に電流Ｉ(current) が流れている。以下の問いに答えよ。

（１）この場合の正三角形の回路の中心０における磁界(magnetic field)の大きさを求めよ。またその向きを示せ。

（２）（１）で求めた磁界と同じ大きさと向きの磁界が，図４の電流 I が流れる直径(diameter)b の円形コイル（circular coil）の中心０に生じるための直径 b を求めよ。

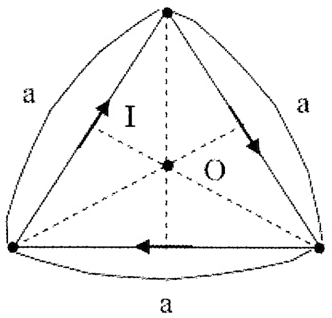


図３

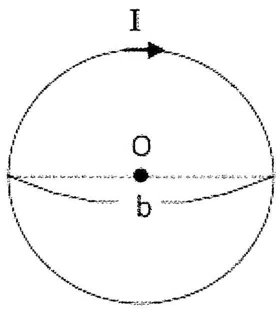


図４

問４

電磁波(electromagnetic wave)について以下の問いに答えよ。

（１）４つのマクスウェル方程式（Maxwell equations）をベクトル表記（vector presentation）で記述し，それぞれの式の呼称及び意味することを説明せよ。但し， 誘電率(permittivity)を ε，透磁率（permeability）を μ，導電率（conductivity）を σ，電荷密度（charge density）を ρ とする。

（２）それぞれの方程式を直角座標(rectangular coordinate system)表記で省略することなく全界成分(field components)を記述せよ。

（３）電磁波が z 方向に伝搬(propagate)するとする。媒質定数(material constants)が全空間(all space)で一様(uniform)な場合，（２）で求めた直角座標表記の界成分はどのようにまとめられるか，またその場合，その電磁波は何と呼ばれるか，また界分布にはどのような特徴があるか説明せよ。但し，$\sigma=0$, $\rho=0$ とせよ。

（４）（３）で求めた界成分の式より電界(electric field)E に関する波動方程式(wave equation)を導出せよ。