

# 流体数学

研究代表者 柴田 良弘  
(基幹理工学部 数学科 教授)

## 1. 1 研究課題

非圧縮性粘性流体の1相、2相問題の解の一意存在と解の漸近挙動に関し数学的に厳密な証明を与える。

## 2. 主な研究成果

非圧縮性粘性流体の1相問題及び2相問題に関する解の一意存在と漸近挙動の研究を行った。1相問題に関しては、半沢変換による方程式の定式化を行なった。この線形化問題として得られる方程式は Stokes 作用素と運動学的方程式(kinetic equation)の連立系に表面張力項をもつ境界条件とする境界値問題となるが、その一般化レゾルベント問題に対して、 $R$ -有界な解作用素を一般領域で構築し、これを用いて時間発展方程式の最大正則性原理を示した。従来運動学的方程式には滑らかさの足りない係数をもつ項が現れることにより、局所解の存在証明が困難であったところを、最高次の微分項は発散することを示すような近似関数により係数を近似することにより、線形化問題の  $R$  有界な解作用素をラプラス軸が十分大なところで構成し、もって時間発展問題の最大正則性原理を示した。ここで時間を十分小さく絞れば、近似関数から現れる発散量を一定に保てることを示すことが可能であり、従来 of 困難さを克服できた。時間局所解の一意存在を示すことが出来た。また2相問題に関しては、対応する線形化問題の半群の生成とその減衰度を求めることに成功した。これを用いて非有界領域での非圧縮性粘性流体の2相問題の時間大域解の一意存在とその漸近挙動を示した。さらに Nematic Liquid Crystal の  $Q$ -tensor モデルについての時間大域解の存在と漸近挙動に関する研究を全空間で行った。また多相流の Stefan-Maxwell-Navier-Stokes モデルに関する考察や、電磁流体の2相問題、時間周期問題に対する理論構築などの研究を開始し、2018年度引き続き行っている。

## 3. 共同研究者

Maria Schonbek (UCLA, サンタバーバラ校、教授),  
Elena Frolova (ロシアアカデミー、教授)  
Tomaz Piasecki (ポーランドアカデミー、准教授),  
Ewlna Zatorska (Imperial College of London, 研究員)  
Robert Denk (Konstanz 大教授)

## 4. 研究業績

### 4.1 学術論文

発表論文

著者 Robert Denk and Yoshihiro Shibata,

論文題目 Maximal regularity for the thermoelastic plate equations with free boundary conditions,

雑誌名 J. Evol. Equ. 17 卷 1 号 (2017), 215-261. doi:10.1007/s00028-016-0367-x

著者 Maria Schonbeck and Yoshihiro Shibata,

論文題目 On a global well-posedness of strong dynamics of incompressible nematic liquid crystals in  $\mathbb{R}^N$ ,

雑誌名 J. Evol. Equ. 17 卷 1 号 (2017), 537--550. doi:10.1007/s00028-016-0358-y

著者 Yuko Enomoto and Yoshihiro Shibata,

論文題目 Global Existence of Classical Solutions and Optimal Decay Rate Via the Theory of Semigroup,

本 Y. Giga and A. Novotny (eds.) Handbook of Mathematical Analysis in Mechanics of Viscous Fluids, Springer International Pub. AG 2017.

DOI \$10.1007/978-3-319-10151-4\yen\_42-1\$

著者 Yoshihiro Shibata,

論文題目 Global wellposedness of a free boundary problem for the Navier-Stokes equations in an exterior domain,

雑誌名 Fluid Mech Res Int, 1 卷 2 号 (2017), DOI:10.15406/fimrij.2017.01.00008

著者 Yoshihiro Shibata,

論文題目 Global well-posedness of unsteady motion of viscous incompressible capillary liquid bounded by a free surface,

雑誌名 Evolution Equations and Control Theory, 7 卷 1 号(2018)117--152,

doi:10.3934 /eect.2018007

著者 Yoshihiro Shibata

論文題目 On the  $L_p$ - $L_q$  decay estimate for the Stokes equations with free boundary conditions in an exterior domain

雑誌名 Asymptotic Analysis 107 卷(2018), 33—72

#### 4.2 総説・著書

#### 4.3 招待講演

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Free boundary problem for incompressible viscous fluid flows with surface tension

会議名 第 10 回名古屋微分方程式研究集会、

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Global well-posedness for one phase and two phase problem for the Navier-Stokes equations in unbounded domains

会議名 Geophysical Fluid Dynamics,

日時 2017年5月7日—13日

場所 Mathematical Research Institute of Oberwolfach

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Local and Global wellposedness of two component flow

会議名 Analysis Day

日時 2017年5月16日

場所 TU Darmstadt

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Two phase problem for the Navier-Stokes equations

会議名 RIMS Workshop on Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics

日時 2017年7月5日—7日

場所 RIMS, Kyoto University

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 On the Navier-Stokes-Korteweg equations

会議名 International Workshop on the Multi-Phase Flow; Analysis, Modelling and Numerics,

場所 早稲田大学西早稲田キャンパス

日時 2017年11月28日~12月1日

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Maximal regularity and free boundary problem for the Navier-Stokes equations

会議名 第15回日独流体数学国際研究集会

場所 早稲田大学西早稲田キャンパス

日時 2018年1月9日—12日

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Free boundary problem for incompressible viscous fluid flows with surface tension

会議名 第10回名古屋微分方程式研究集会

日時 2018年3月15日—16日

場所 名古屋大学多元数理科学棟 509号室

#### 4.4 受賞・表彰

#### 4.5 学会および社会的活動

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 On  $L_p$ - $L_q$  decay estimate for Stokes equations with free boundary condition in an exterior domain

日本数学会 首都大学東京 2017年3月27日

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Global well-posedness for the free boundary problem of the Navier-Stokes equations in an exterior domain

日本数学会 首都大学東京 2017年3月27日

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Maximal  $L_p$ - $L_q$  regularity theorem for the linearized electro-magnetic field equations

日本数学会 山形大学 2017年9月14日

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Local well-posedness for the magnetohydrodynamics in the different two liquies case

日本数学会 山形大学 2017年9月14日

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Local well-posedness for the two components flow

日本数学会 山形大学 2017年9月14日

発表者 Yoshihiro Shibata

発表題目 Global well-posedness for the two components flow

日本数学会 山形大学 2017年9月14日

研究集会開催

International Wokshop on the Multi-Phase Flow; Analysis, Modelling and Numerics.

主宰者 柴田良弘(早稲田大学)

開催日 2017年11月28日—12月1日

場所早稲田大学西早稲田キャンパス 55号館 N棟 1階第2会議室

RIMS 共同研究(公開型) 「非圧縮性粘性流体の数理解析」 主宰者 前川泰則(京都大学) 柴田良弘(早稲田大学)

開催日 2017年12月4日—6日

場所 京都大学数理解析研究所

## 5. 研究活動の課題と展望

来年度も引き続き、最大正則性原理と半群の漸近挙動を基盤とする、粘性流体の自由境界問題に関する研究を行う。非圧縮性の場合だけでなく、圧縮性の場合も研究する。圧縮性の場合には輸送方程式による双極性を克服することが課題である。少なくとも表面張力が無い場合は Lagrange 変換

を用いることでこの困難さは克服でき、非圧縮の場合と同様の議論が出来ると予想されるが、表面張力がある場合は、エネルギー法で最高次の微分を評価し、低階項は半群の減衰を用いるという方法で時間大域解の存在と漸近挙動を示せるのではないかという展望をもっている。また、Nematic Liquid Crystal, 電磁流体方程式、多相流体の Stefan-Maxwell-Navier-Stokes モデルへの理論の拡張も研究課題として取り上げる。