

流体数学研究

研究代表者 柴田 良弘

(理工学研究所 (基幹理工学部・数学科) 教授)

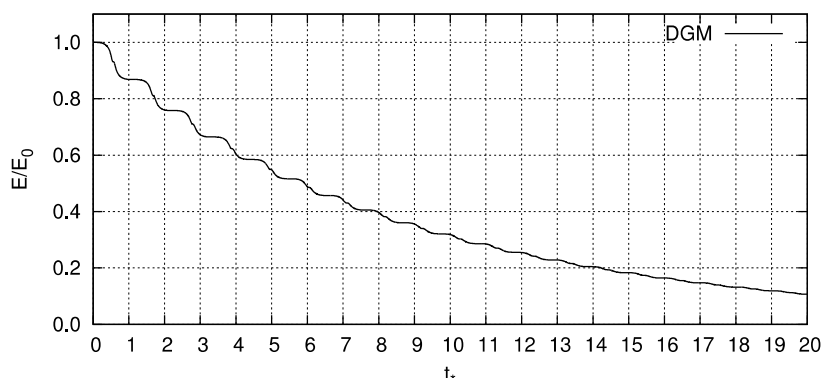
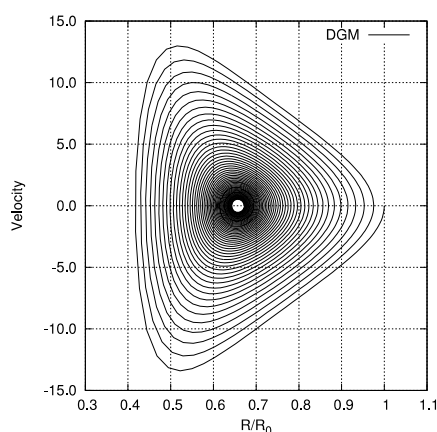
1. 研究課題

Navier-Stokes 方程式は粘性流体を記述する方程式として、物理学や工学などのさまざまな分野で幅広く用いられている。近年では Navier-Stokes 方程式の大規模数値シミュレーションが可能になり、様々な工業製品の設計に役立てられている。一方、Navier-Stokes 方程式の時間大域解な古典解の存在証明が、クレイ数学研究所のミレニアム問題の1つとなっているように、数学的には未解明なことが非常に多く、基礎理論の構築には新しいアイデアの創出やブレイクスルーが要求される。本研究では Navier-Stokes 方程式の自由境界問題の数学解析や、数学理論を基盤とした信頼性の高い数値解析手法の確立を目指す。応用としてキャビテーション現象の解明などを意図しており、流れのメカニズムを数学的に解明することで、より独創的な設計への道が開かれると期待される。さらに多重スケールの関わる複雑な現象を記述する基礎方程式として、本質的に確率項を含むメゾレベルの Navier-Stokes 方程式を導出し、それに対する数学解析および数値解析の手法を構築する。

2. 主な研究成果

キャビテーション現象の数理解析の目標に、単一気泡の挙動を記述する Keller 方程式の数学解析および数値解析の研究を行った。Keller 方程式の時間大域解の存在と、平衡点への収束を示し、数学的な正当性を確認した。さらに、古典的な Rayleigh-Plesset 方程式のハミルトニアンが、Keller 方程式においては、時間減衰するエネルギーに相当することを発見した。離散勾配法と呼ばれる数値計算法を Keller 方程式に適用し、エネルギーが正確に減少する数値計算スキームを導出し、数学解析を行った。数値実験により、近似解が平衡点へ収束し、エネルギーが単調減少することを確認した(下図)。

非圧縮及び圧縮性 Navier-Stokes 方程式の自由境界問題に関して、時間 L_p 空間 L_q の枠組みで数学解析を行った。表面張力がない場合、時間 L_p 空間 L_q 最大正則性が成り立つ関数空間のクラスで、時間局所解の存在を証明した。



また、数値解析に関しては、自然対流問題に対する Lagrange-Galerkin 有限要素スキームを導出し、数値実験により、精度および安定性について検証を行った。確率解析に関しては、Kardar-Parisi-Zhan (KPZ) 方程式からある種の変換により得られる線型確率熱方程式について、幾何的ブラウン運動の分布が不変束であることを示した。さらに、他成分がカップルした KPZ 方程式への拡張を行った。

3. 共同研究者

小澤 徹 (先進理工学部応用物理学科教授) 小藺 英雄 (基幹理工学部数学科教授)
 山崎 昌男 (基幹理工学部数学科教授) 田端 正久 (基幹理工学部数学科教授)
 吉村 浩明 (基幹理工学部機械科学航空学科教授) 舟木 直久 (東京大学大学院数理科学研究科教授)
 柳尾 朋洋 (基幹理工学部機械科学航空学科准教授) 野津 裕史 (高等研究所講師)
 鈴木 幸人 (基幹理工学部数学科主任研究員) 及川 一誠 (基幹理工学部数学科次席研究員)
 大縄 将史 (重点領域研究機構研究助手) 横山 聡 (東京大学大学院数理科学研究科特任研究員)

4. 研究業績

4.1 学術論文

Y. Shibata, “On some free boundary problem of the Navier-Stokes equations in the maximal L_p - L_q regularity class”, J. Differential Equations 258 (2015), 4127--4155.

H. Saito and Y. Shibata, “On decay properties of the Stokes equations with surface tension and gravity in the half space”, to appear in J. Math. Soc. Japan.

Y. Shibata, “R-boundedness for the two phase problem with phase transition: compressible-incompressible model problem”, to appear in Funkcial Ekvac.

T. Funaki, M. Ohnawa, Y. Suzuki, S. Yokoyama, “Existence and uniqueness of solutions to stochastic Rayleigh-Plesset equations”, J. Math. Anal. Appl., 425(2015), 20-32.

H. Notsu, M. Tabata, “Error estimates of a pressure-stabilized characteristics finite element scheme for the Oseen equations”, to appear in J. Sci. Comput.

他多数

4.2 総説・著書

柴田 良弘, 流体力学の数学的理論, 岩波数学叢書, 2014.

4.3 招待講演

Y. Shibata, “On some free boundary problem for the compressible barotropic viscous fluid flow”, Compflow2014, Conference Center of Institute of Mathematics of the Polish Academy of sciences (IMPAN) in Bedlewo, March 2014. 他

T. Ozawa, “Nonlinear Schrödinger Equation in Two Dimensional Domains”, 2014 International Conference, of the Honam Mathematical Society Chosun University, Gwangju, Republic of Korea, June 2014. 他

M. Tabata, “Energy-stable Lagrange-Galerkin finite element schemes for two-fluid flow problems”, The 5th China-Japan-Korea Joint Conference on Numerical Mathematics, Ningxia University, Yinchuan, China, Aug. 2014. 他

H. Yoshimura, “Dirac dynamical systems with symmetry and applications to nonholonomic systems,” 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Madrid, Spain, July 2014. 他

T. Funaki, “Mathematical approach connecting the microscopic with the macroscopic”, AIMR International Symposium 2015 --A new horizon for materials science with mathematics collaboration--, Sendai International center, Japan, Feb. 2015. 他

他多数

4.4 受賞・表彰

小藪 英雄, 「非圧縮性ナビエ・ストークス方程式の定常・非定常流の調和解析的研究」, 2014 年度日本数学会賞秋季賞.

4.5 学会および社会的活動

柴田 良弘, 国際会議主催, “International Conference on Mathematical Fluid Dynamics, Present and Future”, 西早稲田キャンパス, 2014 年 11 月 11—14 日, 他

小澤 徹, 国際会議組織委員, Sapporo Symposium on Partial Differential Equations(A satellite conference of the ICM2014), Hokkaido University, Sapporo, Japan, Aug. 25—27, 2014.

舟木 直久, 日本数学会 理事長, Stochastic Partial Differential Equations: Analysis and Computations, editor, 岩波書店「数学叢書」編集顧問 他

野津 裕史, 日本数学会応用数学分科会委員, 日本応用数理学会論文誌 編集委員.

他多数

5. 研究活動の課題と展望

キャビテーションの解析に関しては, Keller 方程式による単一気泡のリバウンド挙動の解析結果を基に, 気泡から放出される衝撃波の研究を行う. 気泡遠方の圧力場を解析するために, 圧縮性 Navier-Stokes 方程式あるいは Euler 方程式等を用いて数学モデルを構成する. 以上の結果を発展させ, 気泡雲の挙動と衝撃波形成のメカニズムを解析する.

数値解析に関しては, 相変化を伴う自由境界問題などの, 領域が変形するインターフェース問題について研究を進める予定である. 数学理論に基づいた高精度かつ安定的な数値計算スキームの開発を目指す. また, 確率解析に関しては, 様々なノイズ(非整数ブラウン運動など)や空間に依存するノイズを考慮した確率偏微分方程式を導出し, 数学的な適切性を検討する予定である.