

I. 論文

01. T. Takeuchi, "The Keller-Segel system of parabolic-parabolic type in homogeneous Besov spaces framework", J. Differential Equations **298** (2021), 609—640.
02. T. Takeuchi, "Maximal Lorentz regularity for the Keller-Segel system of parabolic-elliptic type", J. Evol. Equ. **21** (2021), 4619—4640.
03. T. Takeuchi, "Space-time analytic smoothing effect of the heat semigroup defined on homogeneous Besov spaces", Partial Differential Equations in Applied Mathematics **4** (2021), 100174.

II. 研究発表

01. 武内太貴, "On the Keller-Segel system of parabolic-parabolic type with initial data in homogeneous Besov spaces", 第 42 回発展方程式若手セミナー, オンライン (Zoom), 8 月 31 日.
02. 武内太貴, "On the Keller-Segel system of parabolic-parabolic type in homogeneous Besov spaces framework", 日本数学会 2021 年度秋季総合分科会 (関数方程式論分科会), オンライン (Zoom), 9 月 15 日.
03. T. Takeuchi, "On the maximal Lorentz regularity theorem for the Keller-Segel system of parabolic-parabolic type", International Workshop on Multi-Phase Flows: Analysis, Modelling and Numerics, online (Zoom), Dec. 3.

III. 2021 年度の研究概要

全空間の斉次 Besov 空間上で定義される熱半群の持つ平滑化効果について考察した。具体的には、熱半群が有界な解析強連続半群であり、かつその半群が解析的に延長可能な複素角領域を具体的に明示した。さらに、初期値に δ 関数などの特異性を持つようなものを選んだとしても、熱半群を作用させることで時間・空間変数ともに解析的となることを、その Taylor 展開の収束半径を含めて明らかにした。

全空間の放物-楕円型 Keller-Segel-Navier-Stokes (KSNS) 方程式系に対して、初期値を Sobolev 空間の枠組みで選び、縮小写像の原理から時間局所適切性を得た。さらに、この解は流体の粘性係数に関して初期値空間のノルムで一樣に有界であり、その解の族の非粘性極限が存在することを証明した。この非粘性極限は対応する非粘性方程式系を古典的な意味で満たすことを示し、したがって非粘性方程式系の時間局所適切性を得た。

全空間の放物-楕円型 KSNS 方程式系に対して、初期値をスケール不変な斉次 Besov 空間の枠組みで選び、縮小写像の原理から時間局所適切性を得た。また、この解は時間方向に Lorentz 空間に属することを示し、初期値の持つ正則性と解の持つ正則性の関係を明らかにした。一方で、解は時間方向に弱 Lebesgue 空間に属していれば一意的となることを示した。さらに初期値が十分小さいときに解は時間大域的に存在し、初期値空間と同じノルムで時間減衰することを証明した。

IV. 2022 年度の研究目標

全空間の 2 次元放物-楕円型 KSNS 方程式系に対して、流体の初期速度場の大きさに依らず非粘性極限が時間大域的に存在することを示す。これは空間 2 次元の Euler 方程式系の解の時間大域存在に相当する結果である。

Chemin-Lerner 型の Lorentz 空間を新たに導入し、熱半群の時空間評価を与えることで、全空間の斉次 Besov 空間上で定義される Laplacian の新たな最大正則性定理を証明する。さらにこの応用として、対応する非線形評価を示すことで全空間の非圧縮 Navier-Stokes 方程式系の最大正則性定理を証明する。