業績報告

２０１９年４月から現在までの研究内容.

研究１）

・Stokes 作用素の自由境界条件下での一般化レゾルベント問題の R-有界作用素に関する一般論を完成。これを用いて時間依存問題に対する最大正則性原理を示した。

・Navier-Stokes 方程式の 1 相問題の一般領域での時間局所可解性、有界領域、外部領域での時間大域解の一意存在と解の漸近挙動を示した。

論文１.

Mathematcial Analysisi of the Navier-Stokes Equations, G.P.Galdi , Y. Shibata (Eds) C.I.M.E. Foundation Subseries @2020, Springer に掲載

研究２）

・Stokes 作用素の 2 相問題に対する一般化レゾルベント問題の R-有界作用素に関する一般論を完成。これを用いて時間依存問題に対する最大正則性原理を示した。

・Navier-Stokes 方程式の 2 相問題の一般領域での時間局所可解性、有界領域、外部領域での時間大域解の一意存在と解の漸近挙動を示した。

上記の研究から特に非有界領域での最大正則性原理を基盤とした準線形放物型方程式の知初期値境界値問題に関する研究方法を確立した。特に時間大域解を示すときの多項式減衰のオーダーと考える Sobolev 空間の指数の取り方を確定した。

以上の内容は以下の講義録の Chapter 3 に採録されている

論文 2.

Fluids Under Pressure, T. Bodnar, G.P.Galdi, S. Nacasova (Eds) Advances in Mathematical Fluid Mechanics@2020, Birkhauser

研究 3) 複雑流体（液晶）の代表的な方程式系である Q-tensor モデルの コーシー問題の時間大域解の一意存在を示した。流体は H^2_q 枠, Q-tensor は H^3_q 枠を underlying space にとる. 扱いは線形化問題の最大正則性原理と多項式減衰を組み合わせて行われる。このような研究はこれまでになかったもので、今後の準線形放物型方程式の非有界領域での研究の基礎となる研究である.

論文 3.

M. Schonbeck and Y. Shibata, Global well-possednes and decay for a Q tensor model of Incompressible Nematic Liquid Crystals in RN, J. Differential Equations 266 巻 2019 年 3034—3065

研究４）流体中での化学反応に関する Stefan-Maxwell-Navier-Stokes 理論により導かれる

多層流体の時間局所解の存在を示した。　研究の困難さは線形化問題にあらわれる一般放物型方程式系の初期値・境界値問題の最大正則性原理を示すところであった。一般放物型方程式系の初期値・境界値問題の一般論は一様ロパチンスキー行列条件が知られているが、これは数学的な条件であり, Stefan-Maxwell-Navier-Stokes モデルの線形化問題がこれを満たすかということを問うことは至難の業であった。しかし、本来の問題が物理的背景をもつものであるので、変数と関数の変換を行うことにより最高次数のところはラプラス作用素の多項式系で表されることが導け、一般論に頼ることなく最大正則性原理を証明することができた。多成分流体の線形化問題の一般論を確立することができた。これにより多成分流体の数学理論の基盤を確立できた。この研究は次の 3 つの論文に発表された。

<u>論文 4</u>.

Tomasz Piasecki, Yoshihiro Shibata and Ewelina Zatorska,　On strong dynamics of compressible two -component mixture flow}, SIAM J. Math. Anal., 51 巻 4 号 2019 年 2793--2849.

<u>論文 5</u>.

Tomasz Piasecki, Yoshihiro Shibata and Ewelina Zatorska,　On the isothermal compressible multi-component mixture flow: The local existence and maximal L_p-L_q regularity of solutions, Nonliner Analysis 189 巻 2019 年 111571

<u>論文 6</u>.

Tomasz Piasecki, Yoshihiro Shibata and Ewelina Zatorska, On the maximal L_p-L_q regulariy of solution to a general　linear parabolic system, Journal of Differential Equations, 268 巻 2020 年 3332--3369.

研究 5） Navier-Stokes 方程式の自由境界問題の周期解の存在を示した．自由境界問題での周期解の存在は私の知るところこれまで全く研究されていなかった領域である。その研究の困難さは線形化問題の周期解の高周波部分の最大正則性原理を導く方法がなかったからである。ベクトル空間に値をとる三角級数の Lp 収束の問題である。　これについて R 有界作用素と de Leewe の transference 理論を組み合わせる方法を確立した．これにより準線形放物型方程式系の周期解の存在を証明する方法を確立した．従来用いられていたポアンカレ写像を用いる方法では解析半群の理論を基盤とするため、半線形方程式にしか用いることができずさらに、三角級数展開を行うわけでもなかったので解の様相が全く分からなかった。これを完全に打破し周期解研究の新側面を与えた。一般論はまだ執筆中であるが、そこでの結果を用いて次の論文を発表した。

<u>論文 7</u>.

Thomas Eiter, Mads Kyed, Yoshihiro Shibata, On periodic solutions for one-phase and two-phase problems of the Navier-Stokes equations, arXiv:1909.13558v1 [math.AP] 30 Sep 2019.(JEE に投稿中)

研究 6) MHD 方程式の閉じ込め問題および２相問題に関する研究を２０１８年度より継続して行っている．本研究に関する論文は以下の２本である．最初のものは線形化問題の最大正則性原理を示すもので、２本目は時間局所解の存在を示している．

論文 8.

Elena Frolova and Yoshihiro Shibata, On the maximal $L_p - L_q$ regularity theorem for the linearized Electro-Magnetic field equations with interface conditions, to appear in Zapiski POMI in Russian and Journal of Mathematical Sciences

論文 9

Elena Frolova and Yoshihiro Shibata, Local well-posedness for the magnetohydordynamics in the different two liquids case arXiv:2003.00057v1 [math.Ap] 28 Feb 2020

研究 7) thermoelastic plate 方程式に関する最大正則性原理を示す研究．これは mixed order の偏微分方程式系を呼ばれるもので最大正則性原理を示すことは重要な課題ですが、我々は R 有界作用素を用いる方法をとっています.

論文 10.

Robert Denk and Yoshihiro Shibata, Generation of semigroups for the thermoelastic plate equation with free boundary condition, Evolution Equation and Controle Theory (EECT) 8 巻 2 号 2019 年, 301--313. doi:10.3934/eect2019016

論文 11.

Suma'Inna, Hirokazu Saito and Yoshihiro Shibata, On some nonlinear problem for the thermoplate equations, Evolution Equations and Controle Theory, 8 巻 4 号 2019 年, 755-784. Doi:10.3934/eect.2019037

まとめ ２０００年初めごろからの非斉次境界条件をもつ放物型方程式系の R 有界作用素を用いた研究方法は確立され R 有界作用素を用いて，初期値境界値問題の最大正則性原理，半群の生成，そして周期解の高周波部分の最大正則性原理を統一的な枠組みで扱うことができるようになった。これが私の研究の最大の成果であり，数理物理に現れる放物型方程式系を統一的に扱うことが可能となった。現時点では incompressible viscous fluid flow, Compressible viscous fluid flow の自由境界問題をはじめ, MHD，液晶流 Oldroyd-b などの複雑流体，混相流等の流れの基本問題の数学研究に統一的な見解を与えている．R 有界性を用いた研究の枠組みについては次の二つの小論が参考になると思う．

1. R-solver and periodic solutons of the Navier-Stokes equations，京都大学数理解析研究所講究録（非圧縮性粘性流体の数理解析:研究代表者菱田俊明名古屋大学，開催年度 2019 ）
2. Fourier 変換と流体数学，理工総研報告特集号 16 号 2020 年 6 月 ASTE Special Issue Vol. 16, ISSN 2435-0656