谷口正信研究室(統計的金融工学)

最適な統計推測に基づいた金融工学の構築

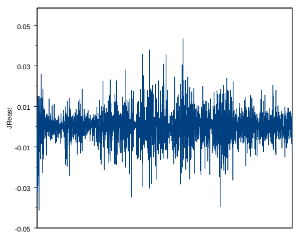
早稲田大学基幹理工学部
応用数理学科
http://www.math.waseda.ac.jp/˜taniguchi/

時系列解析

時と共に変動する偶然量の観測値の系列を時系列といい、数学的にはこの系列を 1 つの確率過程（確率変数の族）の実現したものとみなします。確率過程の統計解析を時系列解析といい、通常の統計学の議論は主に独立標本に対する議論ですが、時系列解析は過去、現在、未来の系列が互いに従属している（影響しあっている）状況での統計解析です。したがって、より一般的な設定のもとでの統計解析の議論とみなせます。近年、時系列解析は、自然科学、工学、経済学、金融、生物医学などの多方面に応用されています。

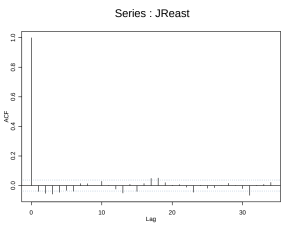
金融時系列解析

最近、金融分野にあらわれる時系列解析の需要が高まって来ています。次の図は JR 東海の株価収益率をプロットしたものです。

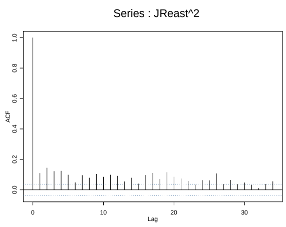


金融時系列のリターン X_t のプロット

次の図は、それぞれ、X_t と X_t^2 の系列相関関数のプロットです。



X_t の系列相関のプロット
$\{X_t\} \Rightarrow$ 無相関



X_t^2 の系列相関のプロット
$\{X_t\} \Rightarrow$ 相関あり

これらの図より金融時系列は (i) 非正規、(ii) 非独立、(iii) 非線形であることが見えます。これら 3 条件を満たすモデルとして

- ARCH Model:

$$X_t = \sqrt{a_0 + \sum_{j=1}^{q} a_j X_{t-j}^2} \cdot u_t$$

- GARCH Model:

$$X_t = \sqrt{h_t} \cdot u_t, \quad h_t = a_0 + \sum_{j=1}^{q} a_j X_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{p} b_j h_{t-j}$$

- CHARN Model:

$$\boldsymbol{X}_t = \boldsymbol{F}_\theta(\boldsymbol{X}_{t-1}, \ldots, \boldsymbol{X}_{t-p}) + \boldsymbol{H}_\theta(\boldsymbol{X}_{t-1}, \ldots, \boldsymbol{X}_{t-q}) \boldsymbol{u}_t$$

等が提案されています。

最適推測論

上記のモデルは、データから推測されなければならないのですが、当研究室では局所漸近正規性 (LAN) に基づいた最適推測論を構築しており、CHARN モデル等の種々のモデルでの最適推測論に貢献して来ました。

統計的金融工学

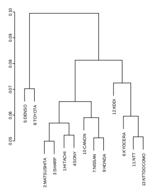
最適な推測モデルが得られると種々の応用に使えます。例えば

(i) 最適なポートフォリオ構成
(ii) 金融時系列のバリュー・アト・リスク問題
(iii) より精密な分布の近似を用いたオプション
(iv) 株価のクラスタリング問題

- データは以下の東京証券取引所の 13 社の日毎の株価の対数差を用います。
  1:HITACHI 2:MATSUSHITA 3:SHARP 4:SONY 5:DENSO 6:KYOCERA 7:NISSAN 8:TOYOTA 9:HONDA 10:CANON 11:NTT 12:KDDI 13:NTTDOCOMO.
- 各株式間の距離を以下の測度で測るとして

$$\tilde{D}_H(\hat{f}_j; \hat{f}_k) = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{H}\left(\frac{\hat{f}_j(u,\lambda)}{\hat{f}_k(u,\lambda)}\right) d\lambda du.$$

これによるクラスタリングの樹形図は以下となります。



それぞれの枝の高さが、各クラスター間の距離を表している。

参考文献

[1] M.Taniguchi and Y.Kakizawa 「Asymptotic Theory of Statistical Inference for Time Series」Springer 社 (2000)

[2] M.Taniguchi, J.Hirukawa and K.Tamaki 「Optimal Statistical Inference in Financial Engineering」Chapman & Hall (2007)