

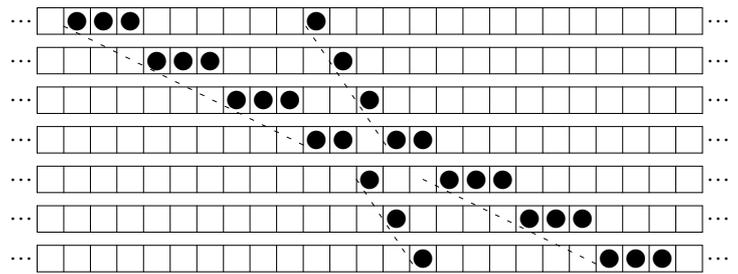
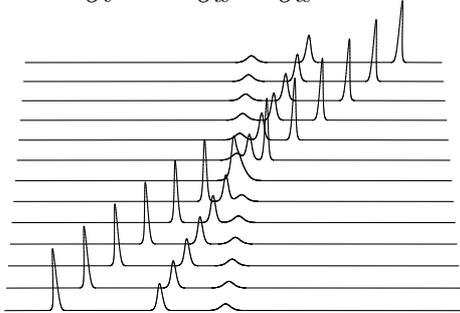


ソリトンから生まれたデジタル化手法
— 冷えた方程式はデジタルの夢を見る

ぶつかっても壊れない波—ソリトン

例：波の運動を表す KdV 方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$$



箱玉系はデジタルのソリトン方程式で表現できる

$$U_j^{n+1} - U_j^n = \max(0, U_{j-1}^n - 1) - \max(0, U_{j+1}^n - 1)$$

世の中に広く存在するソリトン方程式

$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \psi ^2 \psi = 0$	光ファイバ
$\frac{du_n}{dt} = u_n(u_{n+1} - u_{n-1})$	生態系
$m \frac{d^2 y_n}{dt^2} = a(e^{-b(y_n - y_{n-1})} - e^{-b(y_{n+1} - y_n)})$	原子モデル

方程式のデジタル化 = 方程式を『冷やす』

物理の低温極限公式

$$\lim_{T \rightarrow +0} \underbrace{-k_B T \log(e^{-E_1/k_B T} + e^{-E_2/k_B T} + \dots)}_{\text{自由エネルギー}} = \underbrace{\min(E_1, E_2, \dots)}_{\text{最低エネルギー状態}}$$

箱と玉でもソリトン系

左から右へ玉を運搬するゲーム

ルール：

- 箱に玉が入っていれば手に持って運ぶ
- 手に玉を持っていて空箱があれば玉をひとつ入れる

アナログ方程式とデジタル方程式は冷やせばつながる

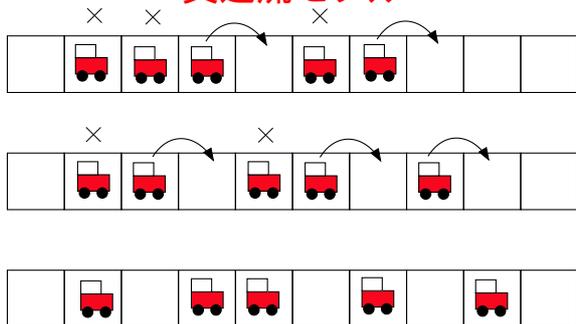
KdV 方程式（微分方程式）

冷やす！

箱玉系（デジタル方程式）

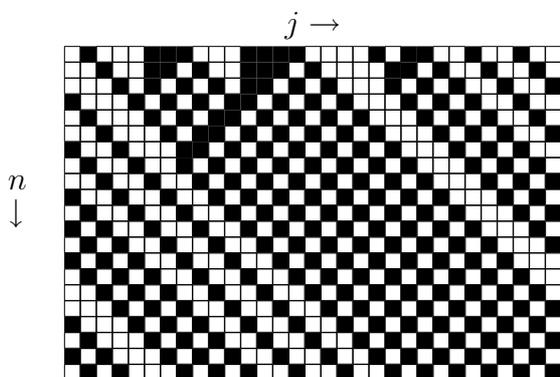
冷やせば何でもデジタル化

交通流モデル

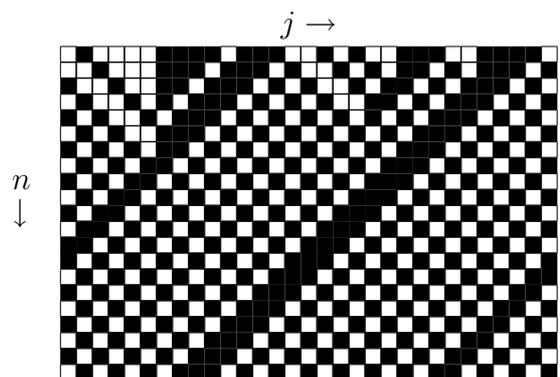


ルール：

前が空いていれば一つ進み，前に車がいればじっとする



渋滞なし



渋滞あり

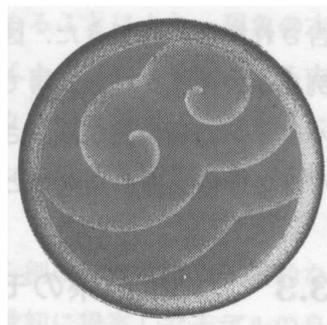
$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (\text{衝撃波の方程式})$$

冷やす！

交通流モデル (デジタル方程式)

化学反応も冷やせばデジタル？

ペロゾフ = ジャボチンスキー反応



デジタル版

$$U_{ij} = \max(U_{ij}^n, U_{i-1j}^n, U_{i+1j}^n, U_{ij-1}^n, U_{ij+1}^n) - U_{ij}^{n-1}$$

