

伸縮的且つ大局的に凹な非相似費用関数による
規模効果と代替効果の分析

中村慎一郎*

No. 9305

1993年11月

早稲田大学政治経済学部教授

本研究は日本経済研究振興財団及び早稲田大学特定課題研究費の助成を受けた。

正誤表 次の箇所を以下のように訂正する。

2ページ目

(1)式

$$uc(t) = uc[P(t), y(t), t] = \\ \left[\sum_{i \in I} b_i P_i(t) y(t)^{\beta_i} e^{\beta_{it}} + \sum_{i \in I} b_i \sqrt{P_i(t) P_j(t)} \right] y(t)^{\beta_j} e^{\beta_{jt} + \frac{1}{2} \beta_{jj^2}}$$

(2)式

$$uc(t) = [g(P(t)) + \sum_{i \in I} b_i P_i(t) y(t)^{\beta_i} e^{\beta_{it}}] y(t)^{\beta_j} e^{\beta_{jt} + \frac{1}{2} \beta_{jj^2}}$$

3ページ目

1行目 (誤) (1)では → (正) (2)では

6行目 (誤) (1)が → (正) (2)が

(a)式

$$uc_s = [g(P_s) + \sum_{i \in I} P_{si} (\alpha_{si} + b_i) y_s^{\beta_i} e^{\beta_{si}}] y_s^{\beta_j} e^{\beta_{sj}}$$

(b)式

$$uc_s = [g(P_s) + \sum_{i \in I} P_{si} (\alpha_{si} + b_i y_s^{\beta_i} e^{\beta_{si}})] y_s^{\beta_j} e^{\beta_{sj}}$$

(c)式

$$uc_s = \sum_{i \in I} \alpha_{si} P_{si} + [g(P_s) + \sum_{i \in I} b_i P_{si} y_s^{\beta_i} e^{\beta_{si}}] y_s^{\beta_j} e^{\beta_{sj}}$$

4ページ目

(4)式

$$uc_s(t) = uc[\alpha_s D(t), P_s(t), y_s(t), t] \\ = \sum_{i \in I} P_{si}(t) (\alpha_{si} + \gamma_i D(t)) + [g(P_s(t)) + \sum_{i \in I} b_i P_{si}(t) y_s(t)^{\beta_i} e^{\beta_{si}}] y_s(t)^{\beta_j} e^{\beta_{sj}}$$

6ページ目

最後の式

$$\epsilon_l = \frac{\partial \ln a_l}{\partial \ln P_j}$$

11ページ目

2行目 (誤) 1964-82 → (正) 1965-82

12ページ目

16行目 (誤) 推定された、モデルを → (正) 推定されたモデルを

1993.11

伸縮的且つ大局的に凹な非相似費用関数による規模効果と代替効果の分析

早稲田大学政治経済学部 中村慎一郎

1 序

生産規模のことなる生産単位の資本労働比率を横断面で比較すると、これが規模と正の相関を持つことがよく観察される。今、横断面で生産関数が共通で要素相対価格が等しく、且つ調整が完全で産出物がよく定義されて同質であるなら、これは技術の非相似性を表す。非相似性の存在は、生産単位の集計や名目額の数量と価格集計量への分解を著しく困難にする。しかし、一方において、技術が本来ある種の非相似性を持つことも否定しがたいように見える(Lau and Tamura (1972))。

良く定義された生産単位について非相似性を陽表的に考慮した古典的研究として、Komiya (1962), Ozaki (1969)等がある。彼らの研究においては、数量について非相似性を含む一般的な伸縮性が考慮されている一方で、価格については代替性ゼロという極めて強い仮定がおかかれている。Nakamura(1990)は、この欠点を補うべく価格伸縮性を付加した一般尾崎費用関数(GO)を提唱し、更に、これがトランスログ型及び一般レオンチエフ型非相似費用関数(Diewert and Wales (1987))よりも優れた結果をもたらす実証例を示した。

伸縮型関数の持つ欠点の一つは、理論的正則条件、特に凹性を先驗的に満たさないことがある¹。これは、特にトランスログ型及び一般レオンチエフ型関数について当て嵌まり、これらについて伸縮性を損なうことなく大局的な凹性を課す事は出来ない。一般尾崎費用関数(GO)も一般レオンチエフ型(GL)に基づいているため、同様の欠点を持つ。この問題を解決したのが一般マクファデン型(GM, Diewert and Wales (1987))である。そこで、GLの替わりにGMを用いて、GOに大局的凹性を課す事が出来る。結果として得られた一般尾崎-マクファデン型(GOM)とも言うべき費用関数は、非相似性についてKomiya(1962)以来の特定化を継承する一方で、価格について伸縮的且つ大局的に凹と言う優れた性質を持つ(ただし、GMに固有の非対称性の問題は残る)。

本稿は、工業統計表から得られる化学工業の規模別横断面の時系列データ(1964-82年)について、一般尾崎-マクファデン型費用関数をHansen(1982)のGMMにより推定し、非相似性、要素代替性を分析する。推定に際しては、分散の規模間不均一性及び系列相関の存在に留意した。この期間に化学工業において資本労働比率は114%、原材料労働比率は150%と、

¹ もっとも、この性質を利用して正則条件、すなわち積分可能条件が検定出来る。

それぞれ大きく変化した（規模平均）。そこで、推定された費用関数を用いて、この変動が非相似性に基づく規模効果、価格代替効果及びその他の技術変化等の要因にそれらどの程度起因しているか、要因分析を行なう。結果として、非相似性が実際に存在する事を受け入れるとして、それがどの程度の量的重要性を持つかを知ることができよう。

2 一般尾崎-マクファデン型費用関数

今、資本(K)、労働(L)、原材料（エネルギーを含む）(M)を生産要素として、単一の生産物を生産するとする。 P を要素価格ベクトル、 y をスカラー産出量、 t を時間指標、 uc を単位費用として、一般型尾崎費用関数 (Nakamura(1990)) は次に与えられる：

$$uc(t) = uc[P(t), y(t), t] = \\ [\sum_{i \in I} b_{ii}(t) P_i(t) y(t)^{\beta_{yi}} e^{\beta_{ti}} + \sum_{i \neq j} b_{ij} \sqrt{P_i(t) P_j(t)}] y_s(t)^{\beta_y} e^{\beta_t t + \frac{1}{2} \beta_{tt}^2} \quad (1)$$

ここに

$$I = (K, L, M)$$

Diewert and Wales (1987) の定義によれば、一般に投入の数を N として、 $N(N+1)/2 + 2N + 3$ 個の自由なパラメータを持つ費用関数は伸縮的である。(1) は15個の自由なパラメータを持つので、伸縮的である。(1) は GL を非相似化したものなので、伸縮性を犠牲にせずに大局的な凹性を課す事ができない。そこで、これを GM に置き換えて次の費用関数、一般尾崎-マクファデン型費用関数、を得る：

$$uc(t) = [g(P(t)) + \sum_{i \in I} b_i P_i(t) y(t)^{\beta_{yi}} e^{\beta_{ti} t}] y^{\beta_y} e^{\beta_t t + \frac{1}{2} \beta_{tt} t^2} \quad (2)$$

ただし

$$g(P(t)) = \frac{1}{2} P_M^{-1}(t) \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} C_{ij} P_i P_j$$

ここで

$$C_{ij} = C_{ji}, \quad i, j \in \overline{I} = (K, L).$$

GMにおいては、 g の定義においてひとつの任意の投入を基準投入として用いる。(1)では、Mを基準投入として用いる²。

上の費用関数はGOと同様に伸縮的である。以下の分析では、簡単化のために $\beta_{tt} = 0$ とする。これによって、時間指標についての伸縮性は失われるが、そもそもこれを非体化技術進歩の代理変数として使う根拠もいたって薄弱な物なので、重要とは言いがたい。単位費用関数(1)が価格に凹であるためには、行列 $C^* = [C_{ij}]$ が負値定符号である事が必要十分である。もし、推定された C^* がこの条件を満たさないならば、Diewert-Wales[1987, Theorem 9]から、 C^* を下三角行列 A の積として以下の如く表わす事により伸縮性を損なうことなく凹性を課す事が出来る：

$$\begin{aligned} C^* &= -AA' = -\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} & 0 & a_{22} \end{vmatrix} \\ &= -\begin{vmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{12} \\ a_{11}a_{12} & a_{12}^2 + a_{22}^2 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

今、Lの大きさのことなるN個の生産単位（事業所）があるとする。生産単位間で技術が異なる可能性を考慮するために固定効果を導入することにし、第s生産単位のそれを $\alpha_s = (\alpha_{sK}, \alpha_{sL}, \alpha_{sM})'$ で表す³。固定効果の入れ方としては、次の3方法が考えられよう：

$$UC_s = [g(P_s) + \sum_{i \in I} P_{si} (\alpha_{si} + b_i) Y_s^{\beta_{yi}} e^{\beta_{ti} t}] y^{\beta_y} e^{\beta_t t} \quad (a)$$

$$UC_s = [g(P_s) + \sum_{i \in I} P_{si} (\alpha_{si} + b_i Y_s^{\beta_{yi}} e^{\beta_{ti} t})] y^{\beta_y} e^{\beta_t t} \quad (b)$$

$$UC_s = \sum_{i \in I} \alpha_{si} P_{si} + [g(P_s + \sum_{i \in I} b_i P_{si} Y_s^{\beta_{yi}} e^{\beta_{ti} t})] y^{\beta_y} e^{\beta_t t} \quad (c)$$

一次同次($\beta_{yi} = \beta_y = 0$)、技術変化不在($\beta_{ti} = \beta_t = 0$)の場合、(a), (b), (c)は何れも投入係数に規模ダミーを加えたものとなるが、一般にその持つ合意は異なる。(a), (b)では固定効果は規模により変化する。特に(a)では、変化の程度がさらに投入により異なる。これ

² 結果として、基準投入とそれ以外の投入における非対称性が生じるが、これはGMに固有である。

³ 固定効果は、生産規模、投入価格、及び確率ショックで説明できない生産単位間の費用関数の相異、すなわちTFP格差を表す。

に対して、(c)では固定効果は常に一定である。固定効果は、本来、規模の差に固有の効果を表わすものと考えられるので、(c)の特定化を用いる⁴。 α_s は1種のダミー変数であるので、最小規模グループについて、その値を0として基準化した。一次同次かつ要素価格が規模間で等しい時、 α_s は規模間の総生産性(TFP)格差を表わす。

最後に、データが高度成長期から石油危機を経て安定成長期までの期間を含むので構造変化が生じている可能性が大きい。そこで、1974年以降で1をそれ以前で0をとるダミー変数Dを加えて、第s生産単位のt期における単位費用として以下を得る：

$$\begin{aligned} uc_s(t) &= uc[\alpha_s, D(t), P_s(t), y_s(t), t] \\ &= \sum_{i \in I} P_{si}(t) (\alpha_{si} + \gamma_i D(t)) + [g(P_s(t)) + \sum_{i \in I} b_i P_{si}(t) y_s(t)^{\beta_{yi}} e^{\beta_{ci} t}] y^{\beta_y} e^{\beta_c t} \end{aligned} \quad (4)$$

要素需要関数は、投入係数の型で以下に与えられる（以下、簡単化のために特に必要と思われる場合を除いて(t)を省略する）：

$$a_{SK} = \alpha_{SK} + \gamma_K D + [P_{SM}^{-1} (C_{KK} P_{SK} + C_{KL} P_{SL}) + b_K y^{\beta_{yK}} e^{\beta_{cK} t}] y^{\beta_y} e^{\beta_c t} \quad (5a)$$

$$a_{SL} = \alpha_{SL} + \gamma_L D + [P_{SM}^{-1} (C_{KL} P_{SK} + C_{LL} P_{SL}) + b_L y^{\beta_{yL}} e^{\beta_{cL} t}] y^{\beta_y} e^{\beta_c t} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned} a_{SM} &= \alpha_{SM} + \gamma_M D + [-\frac{1}{2} P_{SM}^{-2} (C_{KK} P_{SK}^2 + C_{LL} P_{SL}^2 + 2 C_{KL} P_{SK} P_{SL}) + \\ &\quad b_M y^{\beta_{yM}} e^{\beta_{cM} t}] y^{\beta_y} e^{\beta_c t} \end{aligned} \quad (5c)$$

非相似性の下では、投入係数が产出規模によって投入ごとに異なった変化の仕方をする。これを良く表すのが、投入ごとの部分規模弹性である：（以下、規模添字を省略）

$$\frac{\partial \ln a_K}{\partial \ln y} = \beta_y \cdot \frac{\alpha_K - \alpha_K - \gamma_K D}{\alpha_K} + \frac{\beta_{yK} b_K y^{\beta_{yK} + \beta_y} e^{(\beta_{cK} + \beta_c) t}}{\alpha_K} \quad (6a)$$

⁴ 実際、(a)、(b)の推定を試みると収束計算において困難を生じた。

$$\frac{\partial \ln a_L}{\partial \ln y} = \beta_y - \frac{a_L - \alpha_L - \gamma_L D}{a_L} + \frac{\beta_{yL} b_L y^{\beta_{yL} + \beta_y} e^{(\beta_{tL} + \beta_t) t}}{a_L} \quad (6b)$$

$$\frac{\partial \ln a_M}{\partial \ln y} = \beta_y - \frac{a_M - \alpha_M - \gamma_M D}{a_M} + \frac{\beta_{yM} b_M y^{\beta_{yM} + \beta_y} e^{(\beta_{tM} + \beta_t) t}}{a_M} \quad (6c)$$

これに対して、全ての投入が同割合で変化したときの規模効果を表す総規模弹性 (es) は以下に与えられる：

$$es = \left(1 + \frac{\partial \ln u_c}{\partial \ln y}\right)^{-1} \\ = [1 + \beta_y \frac{uc - \sum_{i \in I} P_i (\alpha_i + \gamma_i D)}{uc} + \frac{(\sum_{i \in I} P_i \beta_{yi} b_i y^{\beta_{yi}} e^{\beta_{ti} t}) y^{\beta_y} e^{\beta_t t}}{uc}]^{-1} \quad (7)$$

総生産性(TFP)成長率は

$$\frac{\partial \ln TFP}{\partial t} = - \frac{\partial \ln u_c}{\partial \ln t} \left(1 + \frac{\partial \ln u_c}{\partial \ln y}\right)^{-1} \quad (8)$$

ただし、ここに

$$\frac{\partial \ln u_c}{\partial t} = \beta_t \frac{uc - \sum_{i \in I} P_i (\alpha_i + \gamma_i D)}{uc} + \frac{(\sum_{i \in I} P_i \beta_{ti} b_i y^{\beta_{yi}} e^{\beta_{ti} t}) y^{\beta_y} e^{\beta_t t}}{uc}$$

総生産性成長率のかたよりは

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ln TFP}{\partial t \partial \ln P_i} &= - \frac{\partial [\frac{\partial \ln c}{\partial t} (1 + \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y})^{-1}]}{\partial \ln P_i} \\ &= - \frac{\partial^2 \ln c}{\partial t \partial \ln P_i} (1 + \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y})^{-1} + \frac{\partial \ln c}{\partial t} \frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln y \partial \ln P_i} (1 + \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y})^{-2} \\ &= [- \frac{\partial w_i}{\partial t} + \frac{\partial \ln c}{\partial t} \frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln y \partial \ln P_i} (1 + \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y})^{-1}] (1 + \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y})^{-1} \end{aligned}$$

ここで

$$\frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln y \partial \ln P_i} = \frac{\partial \left(\frac{\partial c}{\partial P_i} - \frac{P_i}{c} \right)}{\partial \ln y}$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\partial \left(\frac{a_i P_i}{c} \right)}{\partial y} \right) y \\ &= \frac{y}{c^2} \left(\frac{\partial a_i}{\partial y} P_i c - a_i P_i \frac{\partial c}{\partial y} \right) \\ &= \frac{y}{c} \frac{\partial a_i}{\partial y} - \frac{a_i P_i}{c} \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{y}{c} \\ &= \frac{a_i P_i}{c} - \left(\frac{\partial \ln a_i}{\partial \ln y} - \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y} \right) \end{aligned}$$

ゆえに

$$\frac{\partial^2 \ln TFP}{\partial t \partial \ln P_i} = \left[-\frac{\partial W_i}{\partial t} + \frac{\partial \ln c}{\partial t} W_i \left(\frac{\partial \ln a_i}{\partial \ln y} - \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y} \right) \left(1 + \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y} \right)^{-1} \right] \left(1 + \frac{\partial \ln c}{\partial \ln y} \right)^{-1} \quad (9)$$

ただし、 W_i は総費用に占める第*i*投入のシェア：

$$W_i = \frac{P_i a_i}{c}$$

一次同次の場合に どの*i*についても $\partial \ln a_i / \partial \ln y = \partial \ln c / \partial \ln y = 0$ が成立するから、右辺は $-\partial W_i / \partial t$ となり、Jorgenson(1986)の定義と一致する。

需要の価格弾力性は以下に与えられる：

$$\epsilon_{ij} = \frac{\partial \ln a_i}{\partial \ln p_j}$$

ここに

$$\frac{\partial a_i}{\partial P_i} = C_{ii} y^{\beta_y} e^{\beta_c t} P_M^{-1}, \quad i=K, L \quad (10a)$$

$$\frac{\partial a_M}{\partial P_M} = (C_{KK} P_K^2 + C_{LL} P_L^2 + 2C_{KL} P_K P_L) y^{\beta_y} e^{\beta_c t} P_M^{-3} \quad (10b)$$

$$\frac{\partial a_i}{\partial P_j} = C_{ij} y^{\beta_y} e^{\beta_c t} P_M^{-1}, \quad i, j=K, L; \quad i \neq j \quad (10c)$$

$$\frac{\partial a_i}{\partial P_M} = - (C_{KK} P_K + C_{KL} P_L) y^{\beta_y} e^{\beta_c t} P_M^{-2}, \quad i=K, L \quad (10d)$$

横断面において単位費用に規模間格差がある場合、それを(1)固定効果、(2)価格要因、(3)規模要因に要因分解することが出来る。今、任意の生産単位 r と s ($r \neq s$)について、単位費用格差は

$$\begin{aligned} \eta_{rs} &= uC_r - uC_s = \left\{ \frac{1}{2} (P_r + P_s)' (D_r - D_s) \right\} + \\ &\quad \left\{ \frac{1}{2} (P_r - P_s)' (D_r + D_s) + [g(P_r) - g(P_s)] (y_r^{\beta_y} + y_s^{\beta_y}) e^{\beta_c t} + \right. \\ &\quad \sum_{i \in I} b_i [(P_{ri} - P_{si}) (y_r^{\beta_y + \beta_{yi}} + y_s^{\beta_y + \beta_{yi}})] e^{(\beta_c + \beta_{ci}) t} + \\ &\quad \left. \frac{1}{2} [[g(P_r) + g(P_s)] (y_r^{\beta_y} - y_s^{\beta_y}) e^{\beta_c t} + \right. \\ &\quad \sum_{i \in I} b_i [(P_{ri} + P_{si}) (y_r^{\beta_y + \beta_{yi}} - y_s^{\beta_y + \beta_{yi}})] e^{(\beta_c + \beta_{ci}) t} + (\hat{U}_r - \hat{U}_s) \\ &= \{\text{固定効果}\} + \{\text{価格要因}\} + \{\text{規模要因}\} + \{\text{誤差}\} \\ &= \eta_{Frs} + \eta_{Prs} + \eta_{Yrs} + \eta_{Urs} \end{aligned} \quad (11)$$

上で定義された指標 η_{rs} , η_{irs} , $i=F, P, Y, U$, は分析対象となる空間単位 ('添字' r, s で表わされている) が、3つ以上の場合に、一般に循環性を満たさない、すなわち

$$\eta_{rs} \neq \eta_{rq} = \eta_{qs}, \quad q \neq r \neq s.$$

そこで、今 D_s , P_s , Y_s の平均を $D_0 = (D_{0K}, D_{0L}, D_{0M})'$, $P_0 = (P_{0K}, P_{0L}, P_{0M})'$, $Y_0 = (Y_{0K}, Y_{0L}, Y_{0M})'$ とし

$$D_{0i} = \frac{1}{6} \sum_s D_{si}, \quad P_{0i} = \frac{1}{6} \sum_s P_{si}, \quad Y_{0i} = \frac{1}{6} \sum_s Y_{si},$$

これで評価した $uc_0 = uc(D_0, P_0, Y_0)$ について

$$\mu_{r0} = uc_r - uc_0$$

とし、次を循環性を満たす空間指數として得る。

$$\mu_{rs} = \mu_{r0} - \mu_{s0} \quad (12)$$

同様の方法で μ_{Fr_s} , μ_{Pr_s} , μ_{Yr_s} , μ_{Ur_s} が求められる。

3 データ

1964-82年の工業統計表（産業編：従業者規模別統計表：化学）から得られる生産と資本労働及び原材料投入を主なデータ源として用いた。横断面として、同表の(1)50-99人,(2)100-199人,(3)200-299人,(4)300-499人,(5)500-999人,(6)1000人以上、の6従業員規模を用いる⁵。

原データは労働以外全て名目値なので、これを数量と価格に適当に分解しなくてはならない。生産物と原材料に関しては規模別の価格指數が得られないで、産業水準での集計時系列データを用いる（小川他(1992)の延長データを用いた）。結果として、横断面における生産物価格および原材料価格の同一性が仮定される。労働については、人数を単純に労働投入量とし、労務費をこれで除して労働単位価格を得た。労働投入の質の規模間における相異、及び時系列における変化は考慮しない。

実質資本ストックの推定に関連して原データから得られるのは、有形固定資産（土地を除く）簿価、減価償却額、及び投資総額である。統計表を同一事業所についてのパネルデータと見なす事が出来ないので、通常良く行なわれるよう初期値と実質純投資額の積み上げによって実質ストックを求めることができない。他に適当な方法が見つからないので、名目簿価それ自体を設備投資デフレーター P_t を用いて実質化する。もちろん、各年の設備投資デフレーターを直接用いたのでは、資本ストックの耐久性が全く考慮されないから適当でない。そこで、ストックの年令構成を考慮したデフレーターの荷重平均を用いる。産業水準での集計年次データから（小川他(1992)の延長データ）資本ストックの平均年令構成を求め、全規模についてこれを用いた。具体的には、 $XK(t)$ を産業集計データから得た t 期末資本ストックとして、次の

⁵49人以下の規模については、データが一部不備であること、及び生産物の異質性が著しいと考えられるために除いた。

P_I の荷重平均 q_I を簿価の価格指数とした：

$$q_I(t) = \frac{\sum_{j=0}^9 P_I(t-j) * [XK(t-j) - XK(t-j-1)]}{\sum_{j=0}^9 XK(t-j) - XK(t-j-1)}$$

資本サービス価格については、超過利潤がないと仮定し、生産額から人件費と原材料費を除いたもの資本に対する要素報酬と見なし、これを上で求めた実質資本ストックで除して求めた。既に、規模間で生産物価格差異がないと仮定されているので、結局、単位費用は規模間で同一と仮定される。従って、横断面での単位費用格差の要因分析(前節(11)式)を本データについて行なうことは余り意味がない。単位費用が横断面で同一と仮定されているから、規模効果が存在する場合、総生産性(TFP)は必然的に規模と負の相関を持つ。この点で意味のある横断面分析を行なうには、生産物価格の横断面データが必要である。

最後に、上で得られた6従業員規模別の数量価格時系列データを全て当該規模グループの事業所数で除して、規模別事業所平均値を求めた。この事業所平均値を、前節における生産単位の観察値とする。

上で得られたデータの概観を得るためにその散布図を表したのが図1, 2, 3である。先ず、図1は横断面での資本労働比率と産出量の時間的推移を示す。資本労働比率は、どの規模グループでも時間を通じて産出水準の増加と共に増加する傾向を持つ。更に、観察期間の前半では横断面で規模グループと資本労働比率の明白な正相関が見られたが、後半になってこの傾向は不明確になった。図2は、資本労働比率と資本と労働の相対価格の関係を示すが、一応右下がりの関係が見られる。すなわち、資本と労働についての非相似性と価格代替性の双方がデータにおいて存在すると思われる。最後に、図3は原材料投入係数と産出量の関係を示すが、規模との負の相関が見受けられる。

4 推定方法と結果

投入需要関数体系(5a)-(5c)を以下のようにベクトル表記する

$$a_s(t) = f(\alpha_s, P_s(t), y(t), t), \quad s=1, \dots, 6; \quad t=1964, \dots, 1982 \quad (13)$$

ただし

$$a_s(t) = (a_{sk}(t), a_{sl}(t), a_{sm}(t))'$$

$$P_s(t) = (P_{sk}(t), P_{sl}(t), P_{sm}(t))'$$

誤差項ベクトル $u_s(t) = (u_{sk}(t), u_{sl}(t), u_{sh}(t))'$ を右辺に加えて、推定式を得る。

ここで $\{u_s\}$ は2次定常、 $E[u_s(t)] = 0$ 、 $E[u_s(t)u_s(t)'] = \Omega_s$ とする。

規模別横断面データを用いているから、均一分散 $\Omega_s = \Omega$ 、 \forall_s 、を仮定するのは適當と思われない。更に、仮に個別事業所水準において均一分散が妥当するとしても、使用データは規模別事業所平均値であるから、不均一分散が生じる。そこで、パネルデータの分析でよく用いられるように、3本の要素需要関数を6規模グループについて並列させた18本の要素需要関数体形を時系列データから推定する。(13)を6規模グループについて並列させて

$$\begin{aligned} a_1(t) &= f(\alpha_1, P_1(t), y_1(t), t) + u_1(t) \\ &\vdots \quad \vdots \\ a_6(t) &= f(\alpha_6, P_6(t), y_6(t), t) + u_6(t), \end{aligned}$$

又は

$$a(t) = f(\alpha, P, y, t) + u(t) \quad (14)$$

ただし、

$$E[u(t)u(t)'] = \begin{vmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \cdots & \Omega_{16} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \\ \Omega_{61} & \cdots & \cdots & \Omega_{66} \end{vmatrix} = \Omega,$$

これを各投入間、規模間でのバラメータ制約の下で推定する。18×18の分散共分散行列Ωは時間について一定と仮定する。1974年以降と以前での構造変化を考慮するために資本と原材料需要関数にダミー変数を入れる⁶。

投入価格と産出量が内生的性質を持ち、その結果として誤差項と相関する可能性に配慮するため操作変数法を用いる。説明変数の主成分を求めてみると、1.トレンドを持つ因子、2.成長率、利子率と相関の高い因子、3.その他の因子、の3因子によって95%の変動が説明される。この3因子と相関が高い一方において相互間の相関が低くかつ外生性を持つ変数として、GNP、GNP成長率、民間住宅投資、消費者物価指数上昇率、全国銀行貸出約定平均金利、失業率、輸入物価指数（石油、石炭、LNG）、（ただし何れも前年値）、時間トレンド、構造変化ダミーと定数項の合わせて10変数を各需要関数について用いた。

先ず、得られた操作変数を用いて、(14)を3SLSにより1964-82について対称性のみを

⁶ ダミー変数を入れないと、資本と原材料についてのモデルのデータ説明力は74年以降著しく悪化したが、労働については同様のことは生じなかった。

課して推定した。次に、系列相関の有無を検定するために、推定されたを右辺に加え、今度は1964-82年について再び3SLSにより推定した。1期前の残差項が有意であることから、誤差項がMA(1)の帰無仮説を棄却できない。系列相関が存在することから、本来これを陽標的に考慮して変換を施したモデルを推定することが、特に有効性の観点から望ましい。しかし、本稿のモデルは高度に非線形性なので、モデルをこれ以上複雑にすることは避け、その代わりに推定量がMA(1)系列相関において一致性を持つようにGMM推定を行なう⁷。

GMM推定は、先ず凹性を課さずに行なった。推定値を表1の第2列に示す（第3,4列は標準誤差）。 C_{KK} と C_{LL} の推定値は一応負値をとるが、C行列の行列式も負値をとり、凹性が満たされない。そこで、(3)式の変換により(14)に凹性を課した上で再推定を行なった（第3列目）。推定されたパラメータは、原材料投入関数の固定効果の一部を除いて極めて有意である。特に、規模別固定効果を考慮しても、非相似パラメータ β_{yi} , $i=K, L, M$ が何れも高い有意性を持つことは注目に値する。

Hansen の J 統計量により過剰識別条件（直交条件）を検定する事が出来る。(14)の変数が何れも確率的トレンドを持たないとして、J 統計量は操作変数の数から未知パラメータの数を引いたものに等しい自由度を持つ χ^2 二乗分布をする。操作変数の数は、(14)の各式について10個だから、全部で180個、未知パラメータの数は31だから、結局、自由度は149である。過剰識別条件は何れの場合についても棄却されない（表1の上部にJ検定量とそのP値を示す）。

表1が示すように、固定効果は一部を除いて有意であり、又、非相似性、要素代替性、非中立的技術変化に関わるパラメータも極めて高い有意性をもつ。実際、GMMに於ける尤度比検定である D 検定 (Newey and West 1987) を行なうと相似性、要素制約性、中立的技術変化の仮説は何れも強く棄却される。すなわち、本稿の標本から推定された化学産業に於ける要素比率は産出規模と価格、及びこの2者以外のトレンド効果、の全てに依存している。構造変化パラメータ α_i , $i=K, M$ は有意な正値をとるが、これは特に原材料について著しく、第1次石油ショックを境に原材料投入が大きく増加したことを示す。

5 考察

表2は、2節の各弾力性を産出量、価格、及び固定効果の1982年についての規模平均で評価した物を示す。自己価格弾性は、労働において最大で .14, 次いで資本が .04, 原材料では .002といずれも小さく、非弾力的である。交差弾力性において相対的に大きいのは、0.14をとる資本価格の労働需要への効果である。資本と労働の間には要素代替性が存在するが、Allen-

⁷ しかし、標本数が小さいので偏りを生じる可能性はある (Andrews 1991)。

宇沢代替弹性値の推定値は0.4と小さく、有意に1を下回る。原材料は資本と極めて僅かながら代替性(.007)を持つが、労働とは補完性を持つ。

部分規模弾力性は資本について正值、労働及び原材料について負値をとる。労働の規模効果は-.2と極めて大きい。生産規模の増加と共に、資本労働比率及び資本原材料比率は増加するが、前者の増加の程度は後者のそれの2倍以上である。ちなみに、10%の産出規模増加により資本労働比率が2.3%増加するのにたいして、資本原材料比率は1%増加するだけである。原材料の部分規模弾性は、絶対値において資本のそれを上回り、原材料についても規模に関する中立性を仮定するのが適当でないことを示す。この結果は、通常の産業連関分析の有用性に関わるものである。3投入全てについての総規模弾性は1.048で有意に1より大きく、規模の経済性が存在することを示す。しかし、その程度は特に労働についての部分規模弾性から推測されるほど大きなものではない。

総生産性成長率約は6.3%。総生産性成長率は、資本価格と労働価格にほぼ等しく增加的で、原材料価格に減少的である。横断面では、資本価格は規模と正の相関を、労働価格は負の相関を持つから、これは生産性成長率の規模間格差を相殺する働きを持つ。

非相似性が存在するから、要素比率は産出規模により変化する。一方において、要素比率は（特に資本と労働について）価格変化を通じる代替効果にも依存している。推定された、モデルを用いて、要素比率の変化がどの程度これらの要因に起因するかを求めることが出来る。実際には、時間を通じる要素比率の変化の要因には、規模、価格のほかに、トレンド効果（いわゆる”非体化技術変化”）、および構造変化がある。要素需要モデルは非相似且つ非線形なので、要素比率の変化を直接各要因に分解することは出来ない。そこで、以下の1次テーラー近似を用いる。

今、 $K/L = f(\tilde{P}, Y, D, t) = f(Z)$ として、0期と1期の間の変化を次のようにテーラー近似する（ただし、 $\tilde{P} = (P_K/P_N, P_L/P_N)$ ）。

$$f(z_1) - f(z_0) \approx \frac{\partial f}{\partial y} (y_1 - y_0) + \sum_{K, L} \frac{\partial f}{\partial \tilde{P}_i} (\hat{P}_{i1} - \hat{P}_{i0}) + \frac{\partial f}{\partial t} (t_1 - t_0) + \frac{\partial f}{\partial D} (D_1 - D_0)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\left(\frac{\partial a_K}{\partial y} - a_L - a_K - \frac{\partial a_L}{\partial y} \right)}{a_L^2} =$$

$$[\beta_y(a_M - \alpha_M - \gamma_M D) + \beta_{yM} b_M y^{\beta_{yM} + \beta_y} e^{(\beta_{yM} + \beta_t) t}] a_L \\ - [\beta_y(a_L - \alpha_L - \gamma_L D) + \beta_{yL} b_L y^{\beta_{yL} + \beta_y} e^{(\beta_{yL} + \beta_t) t}] a_K] y^{-1} a_L^{-2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tilde{P}_k} = (C_{KK} a_L - C_{KL} a_K) y^{\beta_y} e^{\beta_t t} a_L^{-2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tilde{P}_L} = (C_{KL} a_L - C_{LL} a_K) y^{\beta_y} e^{\beta_t t} a_L^{-2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = ([\beta_t (a_M - \alpha_M - \gamma_M D) + \beta_{tM} b_M y^{\beta_{tM} + \beta_y} e^{(\beta_{tM} + \beta_t) t}] a_L \\ - [\beta_t (a_L - \alpha_L) + \beta_{tL} b_L y^{\beta_y + \beta_{tL}} e^{(\beta_{tL} + \beta_t) t}] a_M) a_L^{-2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial D} = \gamma_M a_L^{-1}$$

同様にM/LについてもM/L=f(P_K, P_L, P_M, Y, t, D)=f(z)として

$$f(z_1) - f(z_0) = \frac{\partial f}{\partial y} (y_1 - y_0) + \sum_{K,L,M} \frac{\partial f}{\partial P_i} (P_{i1} - P_{i0}) + \frac{\partial f}{\partial t} (t_1 - t_0) + \frac{\partial f}{\partial D} (D_1 - D_0)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\left(\frac{\partial a_M}{\partial y} - a_L - a_M - \frac{\partial a_L}{\partial y} \right)}{a_L^2} =$$

$$[\beta_y(a_K - \alpha_K - \gamma_K D) + \beta_{yK} b_K y^{\beta_{yK} + \beta_y} e^{(\beta_{yK} + \beta_t) t}] a_L \\ - [\beta_y(a_L - \alpha_L - \gamma_L D) + \beta_{yL} b_L y^{\beta_{yL} + \beta_y} e^{(\beta_{yL} + \beta_t) t}] a_K] y^{-1} a_L^{-2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial P_K} = [- (C_{KK}P_K + C_{KL}P_L) P_M^{-1} a_L - C_{KL}a_M] P_M^{-1} y^{\beta_y} e^{b_t t} a_L^{-2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial P_L} = [- (C_{LL}P_L + C_{KL}P_K) P_M^{-1} a_L - C_{LL}a_M] P_M^{-1} y^{\beta_y} e^{b_t t} a_L^{-2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial P_M} = & [(C_{KK}P_K^2 + C_{LL}P_L^2 + 2C_{KL}P_KP_L) P_M^{-2} a_L + \\ & (C_{KK}P_K + C_{KL}P_L) P_M^{-1} a_M] y^{\beta_y} e^{\beta_t t} P_M^{-1} a_L^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & \{ [\beta_t (a_K - \alpha_K - \gamma_K - D) + \beta_{tK} b_K y^{\beta_y + \beta_{yK}} e^{(\beta_{tK} + \beta_t) t}] a_L - \\ & [\beta_t (a_L - \alpha_L - \gamma_L - D) + \beta_{tL} b_L y^{\beta_y + \beta_{yL}} e^{(\beta_{tL} + \beta_t) t}] a_K \} a_L^{-2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial D} = (\gamma_K a_L - \gamma_L a_K) a_L^{-2}$$

実際の計算においては、上式右辺の偏微分として、期間0と1の平均を用いた。例えば、 $\partial f / \partial y$ については

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{2} (\frac{\partial f}{\partial y} | z_0 + \frac{\partial f}{\partial y} | z_1)$$

表3はK/LとM/Lの1965年から1980年にかけての変化を、上式を用いて規模、価格、トレンド、構造変化の各要因に分解したものである。K/Lはこの16年間に114%増加したが、この増加うち63%は価格効果によるものある。相対的貢献度を求めてみると、これら二つの経済的要因により実にその変化の83%が説明される。これにたいして、トレンド効果の貢献度は近似の残余項よりも小さく、重要でない。構造変化の貢献度は、近似の残余項とほぼ等しい。

M/Lは16年間に150%変化したが、価格と構造変化がそれぞれ38%、36%とほぼ等しい割合で合わせて変化の75%を説明し、トレンドが更に20%を説明する。これにたいして、規模効果の貢献はたかだか10%と小さい。以上から、何れの要素比率の変化においても価格効果が規模効果を凌駕するといえる。化学工業のような資本集約的な装置産業においても、要素比率の

変化は価格効果に起因する所が多く、規模効果はたかだか2次的な意味しか持たないのである。

6 結論

非相似型KLM費用関数（一般尾崎費用関数 Nakamura (1990)）を伸縮性を損なわずに価格について大局的に凹としたものを、工業統計表規模別横断面時系列データについてGMM推定した。推定において、異なる規模間での分散の不均一性、時系列における系列相関の存在に留意した。推定されたモデルにおいて、直交条件が棄却されない。相似性、技術変化の中立性、規模別固定効果の不在、要素制約性（代替効果の不在）は、いずれも強く棄却される。すなわち、相似性を仮定したモデル（吉岡(1989)）、及び、要素制約性を仮定したモデル（尾崎(1992)）は何れも棄却される。

非相似性のため、要素比率は産出規模と共に変化する。ちなみに、産出規模と共に資本労働比率、資本原材料比率、原材料労働比率は上昇する。部分規模弹性は、資本について正值をとるが、労働については $- .2$ と大きな負値をとり、原材料も有意な負値をとる。特に、原材料の規模効果が、絶対値において資本のそれより有意に大きいことから、中間投入においても、収穫不变の仮定が適切でないことになる。3要素の規模効果を統合した規模弹性は、有意に 1 を上回るが、1.048と著しく大きいものではない。労働についての部分規模弹性が大きな負値をとることは、全体として大きな規模効果が働くことを示すものではない。

代替効果は、資本と労働間で限られた範囲で存在するが（代替弹性0.4）、資本と原材料では事実上ゼロ、労働と原材料は補完性を持つ。顕著な非相似効果が存在する一方で、代替効果が極めて限られたものであることから、要素比率変化の主要な決定因は、一見して規模効果にありそうである。しかし、実際に1965年から1980年までの16年間における資本労働比率と原材料労働比率の変化を推定されたモデルによって要因分解してみると、何れにおいても価格効果は規模効果を大きく上回り、トレンド効果、構造変化よりも説明力が大きい。規模効果はたかだか2次的な意味を持つに留まる。非相似性は、有意に存在するが、要素比率の主たる決定因は価格である。この結論がどの程度一般性を持つかを吟味することは、今後の課題である。

引用文献

- Andrews, D. (1991): Heteroscedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation, *Econometrica* vol.59, no.3, pp. 817-58
- Diewert, W. E. and T. Wales (1987): Flexible functional forms and global curvature conditions, *Econometrica* vol.55, pp. 43-68
- Hansen, L. (1982): Large sample properties of generalized method of moments estimators, *Econometrica* vol.50, pp.1029-1054
- Jorgenson, D. (1986): Econometric methods for modelling producer behavior, in Z. Griliches and M. Intriligator(eds.), *Handbook of Econometrics* 3, pp.1841-1915
- Komiya, R.(1962): Technological progress and production function in the United States steam power industry, *The review of economics and statistics* vol.44, pp.156-166
- Lau, L. and S. Tamura (1972): Economies of scale, technical progress and the nonhomothetic Leontief production function, *Journal of political economy* 80, pp.1167-1187
- Nakamura, S. (1990): A nonhomothetic generalized Leontief cost function based on pooled data, *The Review of Economics & Statistics* vol. 72 no. 4, pp. 649-656
- Newey W. and K. West (1987): Hypothesis testing with efficient method of moments estimation, *International economic review* vol.28, pp. 777-787
- Ozaki, I. (1969): Economies of scale and input output coefficients, in A. Carter and A. Brody(eds.), *Applications of input output analysis*, pp. 280-302
- 尾崎巖 (1992)："経済発展模型の構築に向けて" 大石泰彦、福岡正男編 「経済理論と計量分析」 早稲田大学出版部 pp.203-226
- 小川一夫, 斎藤光雄, 二宮正司編 (1992)："多部門経済モデルの実証研究" 創文社
- 吉岡完治 (1989)："日本の製造業・金融業の生産性分析 規模の経済性・技術変化の実証研究" 東洋経済新報社

Table 1: Estimation results of the GOM model by GMM (continued)

	concavity not imposed		concavity imposed	
	J stat. 117.05, P val. 0.975		J stat. 128.2, P val. 0.890	
parameter	estimates	standard errors	estimates	standard errors
γ_K	0.036664	0.0035514	0.033345	0.0030422
b_K	0.562382	0.0082999	0.556445	0.0070024
β_{yK}	0.034514	0.0027569	0.029638	0.0029347
β_{uK}	0.130894	0.0008595	0.127771	0.0006679
C_{KK}	-0.302672	0.0012281	-0.293344	0.0007272
C_{KL}	0.280399	0.0013005	0.276904	0.0012462
β_y	0.003362	0.0024923	0.011138	0.0023497
β_i	-0.182284	0.0006778	-0.177578	0.0005441
α_{K2}	0.031196	0.0057018	0.031374	0.0056001
α_{K3}	0.032401	0.0071612	0.03199	0.0072057
α_{K4}	0.029446	0.0078681	0.029149	0.0079467
α_{K5}	0.064198	0.0077511	0.062532	0.0075897
α_{K6}	0.065705	0.0091594	0.063694	0.0092625
b_L	0.01322	0.0013316	0.017372	0.0015964
β_{yL}	-0.715722	0.029103	-0.686398	0.025413
β_{uL}	0.203116	0.0013115	0.198566	0.0012767
C_{LL}	-0.145116	0.0025908	-0.289302	0.0021817

Table 1: Estimation results of the GOM model by GMM (concluded)

	concavity not imposed		concavity imposed	
parameter	estimates	standard errors	estimates	standard errors
α_{L2}	0.034959	0.002294	0.041096	0.0023905
α_{L3}	043318	.00351946	.054130	.00348359
α_{L4}	.047021	.00429987	.060877	.00462072
α_{L5}	0.046149	0.0039981	0.063321	0.0035678
α_{L6}	0.07909	0.0055149	0.098936	0.0061054
γ_M	0.103264	0.0036278	0.102843	0.0026915
b_M	0.563084	0.01041	0.531763	0.011837
β_{yM}	-0.071864	0.0043199	-0.09424	0.0047864
β_{LM}	0.172931	0.0005865	0.169613	0.0004652
α_{M2}	-0.014863	0.012785	-0.010667	0.013342
α_{M3}	-0.038706	0.017112	-0.03068	0.018022
α_{M4}	-0.011631	0.017128	-0.000753	0.018181
α_{M5}	-0.000345	0.0083085	0.013642	0.0094681
α_{M6}	0.015618	0.0075279	0.033243	0.0082151

Table 2: Elasticities (continued)
 (evaluated at the sample mean of 1982)

elasticities	estimates	standard errors
ϵ_{KK}	-0.039293	0.0003738
ϵ_{KL}	0.035203	0.0003639
ϵ_{KM}	0.0040894	0.0001701
ϵ_{LK}	0.141053	0.001458
ϵ_{LL}	-0.13987	0.0015388
ϵ_{LM}	-0.001183	0.0005582
ϵ_{MK}	0.0023705	0.0000986
ϵ_{ML}	-0.171152	0.0000808
ϵ_{MM}	-0.21993	0.0001156
σ_{KL}	0.419594	0.0074992
σ_{KM}	0.0070514	0.0003073
σ_{LM}	-0.203998	0.0009617

ϵ_{ij} : elasticities of demand for i of price of j

σ_{ij} : Allen Uzawa elasticity of substitution

Table 2: Elasticities (concluded)
 (evaluated at the sample mean of 1982)

elasticities	estimates	standard errors
$\partial \ln a_K / \partial \ln y$	0.030967	0.0006696
$\partial \ln a_L / \partial \ln y$	-0.19905	0.0049464
$\partial \ln a_M / \partial \ln y$	-0.06741	0.0022936
ES	1.04755	0.0018222
$d \ln TFP / dt$	0.062863	0.0015838
$\partial \ln uc / \partial t$	-0.06018	0.0014697
$\partial^2 \ln TFP / \partial t \partial \ln P_K$	0.0054243	0.0002692
$\partial^2 \ln TFP / \partial t \partial \ln P_L$	0.0060241	0.0001936
$\partial^2 \ln TFP / \partial t \partial \ln P_M$	-0.014457	0.0003038

Table 3: Analysis of changes in factor ratios:

Original figures							
year	K/L	M/L	M/K	output	PK	PL	PM
1965	1.935	3.013	1.557	0.388	0.389	0.148	0.392
1980	4.143	7.544	1.821	1.156	1.002	1.023	1.000
The ratio of 1985 value to 1960 value							
	2.142	2.504	1.167	2.982	2.578	6.931	2.554

Factors of change in K/L				
output	price	trend	dummy	residual
0.321	0.631	-0.044	0.127	
Relative contribution of each factor				
0.281	0.553	-0.039	0.111	0.092

Factors of change in M/L				
output	price	trend	dummy	residual
0.144	0.569	0.295	0.541	
Relative contribution of each factor				
0.096	0.378	0.196	0.360	-0.031

Figure 1

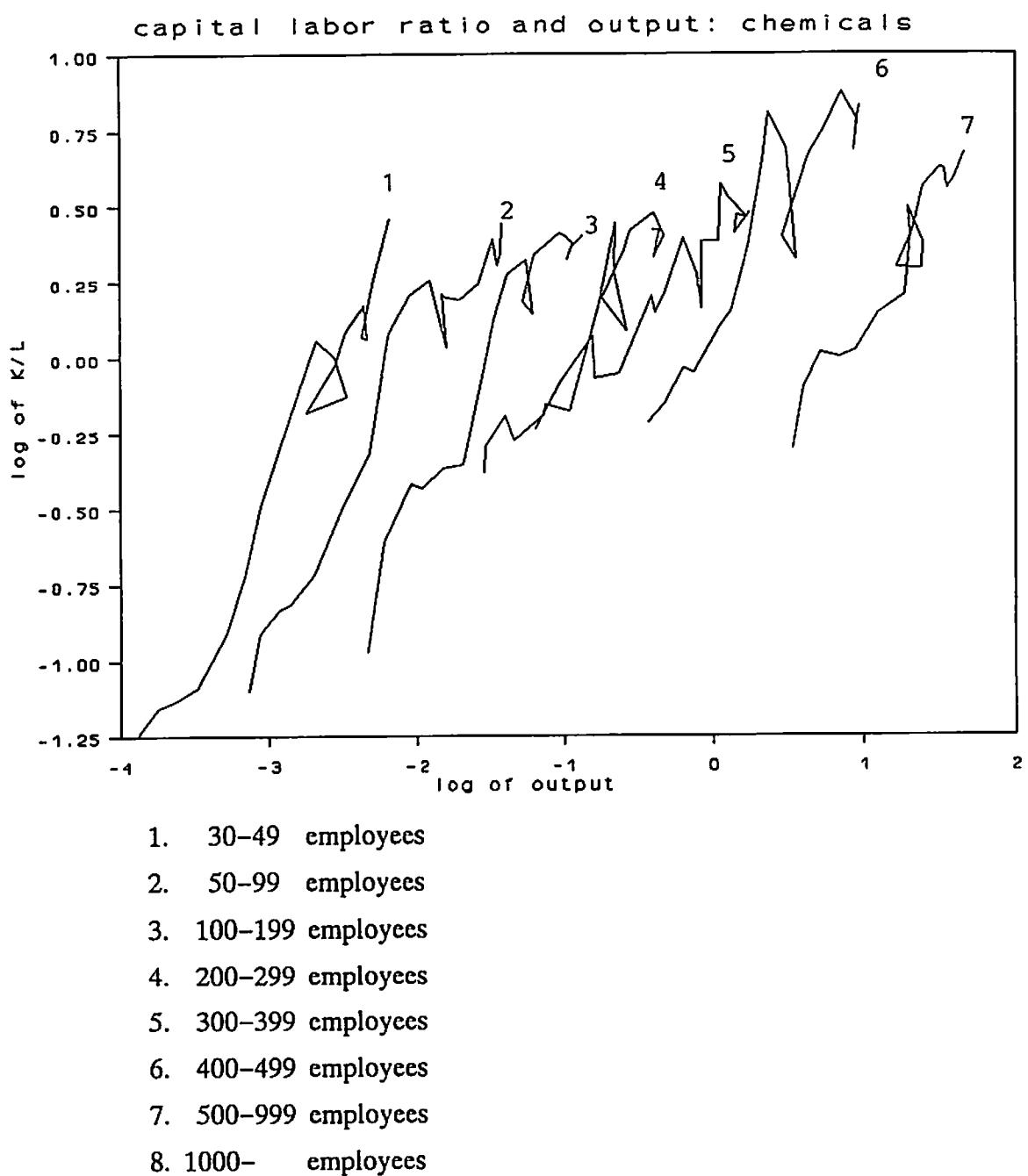


Figure 2

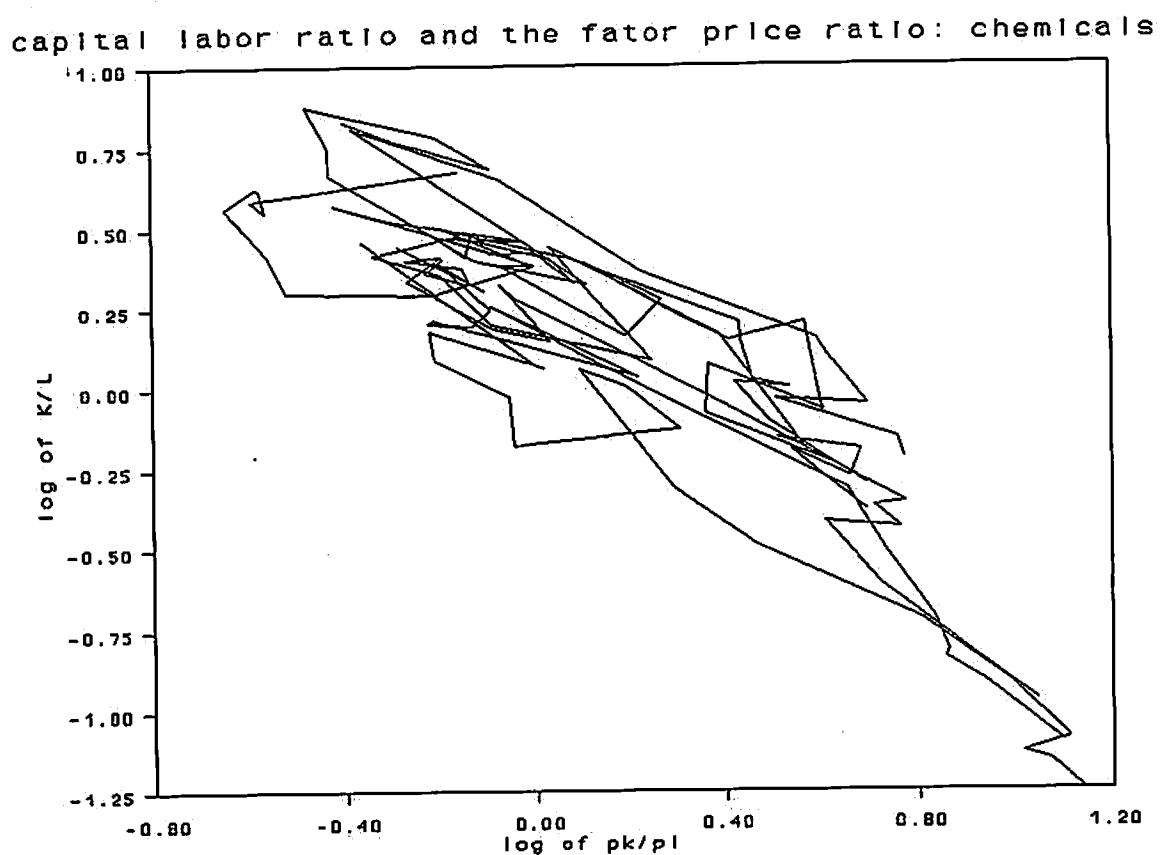
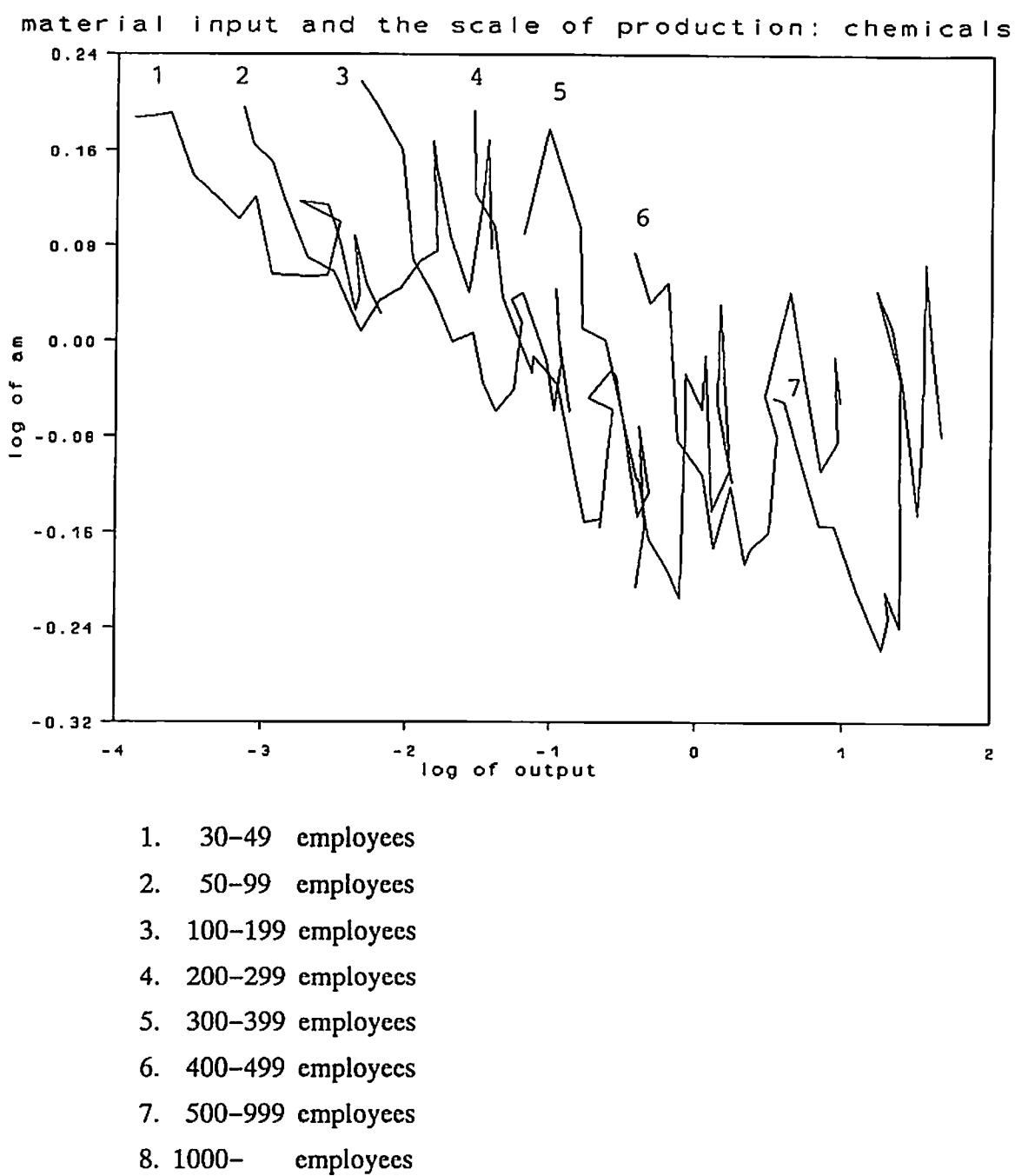


Figure 3



<u>Number</u>	<u>Author</u>	<u>Title</u>	<u>Date</u>
9201	Nakamura, Shinichiro	An Adjustment Cost Model of Long Term Employment in Japan	09/92
9202	Urata, Shujiro	Changing Patterns of Direct Investment and the Implications for Trade and Development	12/92
9203	片岡寛光	行政の責任と統制	12/92
9204	片岡寛光	「縦割り行政」と総合調整	12/92
9301	Agata, koichiro	Grundriss der Japanischen Tele-kommunikationspolitik	03/93
9302	Saigo, Hiroshi	A Gradual Switching Regression Model with Gradual Switching Autocorrelation among Errors	04/93
9303	Wakatabe, Masazumi	Studies on Adam Smith in Japan: From a Non-Marxian Point of View	07/93
9304	Saigo, Hiroshi	Bayesian Tests of Serial Correlation in Regression Analysis	10/93
9305	中村慎一郎	伸縮的且つ大局的に凹な非相似費用関数による規模効果と代替効果の分析	12/93