

早稲田大学現代政治経済研究所

ダブルトラック・オークションの実験研究

宇都 伸之 早稲田大学

上條 良夫 高知工科大学

船木 由喜彦 早稲田大学

No. J1401

Working Paper Series

Institute for Research in
Contemporary Political and Economic Affairs

Waseda University

169-8050 Tokyo, Japan

ダブルトラック・オークションの実験研究

宇都 伸之*
早稲田大学

上條 良夫
高知工科大学

船木 由喜彦
早稲田大学

概要

ダブルトラック・オークションは、補完財を含む複数の財を適切に割り当てることを可能にするオークションメカニズムである。従来の複数財オークションメカニズムは、補完財を適切に割り当てるが出来ないという点で、ダブルトラック・オークションは画期的なオークションメカニズムである。しかし、先行研究によって、このオークションメカニズムは適切に機能しない可能性があるということが明らかになった。その原因としてピットフォールと呼ばれる価格の存在が示唆されている。本研究では、経済実験手法によりピットフォール価格の有無をコントロールして、ダブルトラック・オークションの性能を検証した。その結果、初期価格から理論的に予測される価格の調整過程において、ピットフォールが存在する場合、競争均衡の実現頻度が60%程度低くなることが明らかとなった。一方で、ピットフォール価格が存在しない場合、ダブルトラック・オークションは理論通りに優れた性能を発揮していた。

Double-track auction is a new auction mechanism for allocating multiple indivisible goods to buyers. Buyers do not only view items as substitutes but also as complements. This is a remarkable auction mechanism since existing auction mechanisms with multiple goods can only allocate substitutes. One experimental study with two goods and two buyers, however, suspects that double-track auction does not work as the theory indicates due to an existence of theoretically unnoticed price, which is called the "pitfall" price. This study investigates performances of double-track auction with controlling the pitfall price in experiment. In the experiment, two goods are for sale. Two buyers view these goods as complement and bid for them. The experiment consists of two conditions. One is with pitfall condition, and the other is without

*n-uto@akane.waseda.jp

pitfall condition. The main result is that the pitfall price negatively affects the performances. Achievement rate of competitive equilibrium in with pitfall condition is lower than that in without pitfall condition by 60%. On the other side, without pitfall condition, the auction works as the theory indicates. Therefore double-track auction allocates only when there is no pitfall price.

1 はじめに

本研究は Sun and Yang [5] が開発したダブルトラック・オークションと呼ばれる新しいオークションメカニズムの諸性能を実験によって検証するものである。

ダブルトラック・オークションとは, Sun and Yang [5] によって開発された非分割複数財オークションメカニズムである。このオークションメカニズムの新規性は, 代替財に加え, 補完財の適切な割り当てを可能にしたという点である。従来の非分割複数財オークションメカニズムは, 代替財の適切な割り当てが可能である。例えば, Gul and Stacchetti [2] が開発した複数財英国式オークションや, アメリカ連邦通信委員会 (Federal Communication Commission :FCC) が運営する周波数オークションは, 財が代替財であれば, 競争均衡を実現することが可能である。しかし, このような非分割複数財オークションメカニズムは, 補完財を含む代替財以外が存在するとき, 適切に機能せず競争均衡も一般に存在しない [1, 3]。また, FCC による周波数オークションにおいても, 代替財以外の財が存在するとき, 非効率な結果が生じることが知られている [4]。このように, 従来の非分割複数財オークションメカニズムは, 代替財の割り当てのみに機能していた。Sun and Yang [5] は, 代替財に加え, 補完財についても適切な割り当てを可能にするダブルトラック・オークションを開発した。具体的には, 売りに出される財の集合を S_1 と S_2 の2つのグループに分割する。グループ $S_1(S_2)$ 内の財は互いに代替財である。一方で S_1 内の任意の財と S_2 内の任意の財は補完財である。ダブルトラック・オークションは, このような関係にある代替財と補完財について, 適切な財の割り当てを可能にするオークションメカニズムである。従来の非分割複数財オークションは, 補完財の適切な割り当てが不可能であった。したがって, ダブルトラック・オークションは革新的なオークションメカニズムである。

オークションを実際に運用するためには, そのオークションメカニズ

ムが現実世界においても理論通りの性能を発揮するか検証する必要がある。近年、経済学において実験手法の重要性が高まっている。実験手法によって、コンピュータネットワーク上にオークション市場を再現し、実際に被験者がオークションに参加することで、オークションが理論通りの性能を発揮できるか確認することができる。宇都 [6] は、ダブルトラックオークションの予備的実験を行った。この実験によって、理論研究で発見することが出来なかった落とし穴と呼ぶべき価格ベクトルが発見されている。そして、この価格ベクトルの存在により、競争均衡が実現しないという結果が得られた。

本研究では、そのような価格ベクトルをピットフォール (pitfall) 価格と呼び、ピットフォール価格の存在がダブルトラック・オークションの性能にどのような影響を与えるか実験的に検証した。ピットフォール価格が存在する実験条件と、存在しない実験条件を設定し、実験を行った。その結果、ピットフォール価格が存在しない実験条件では、ダブルトラックオークションは理論通りの性能を発揮していることが分かった。しかし、ピットフォール価格が存在する実験条件では、理論通りの性能を発揮することが難しいということが分かった。したがって、ピットフォール価格の存在は、ダブルトラック・オークションの性能を低下させることが明らかになった。

本論文の構成は次の通りである。第2節では、Sun and Yang [5] によって示されたダブルトラック・オークションのモデルを示す。第3節では、宇都 [6] による予備的実験研究に基づき、Sun and Yang [5] で想定されていない新しい入札対応を定義する。そして、オークションの買い手が、その新しい入札対応に従う場合、ピットフォール価格の存在によって競争均衡が実現しないことを示す。第4節では、第3節までの議論に基づき、本実験研究の仮説を提示し、実験の概要を説明する。第5節では、提示した仮説から導かれる実験結果についての予測を説明する。第6節では、実験の結果を示す。第7節では、研究のまとめと今後の展望を議論する。

2 ダブルトラック・オークションモデル

本節では、ダブルトラック・オークションで想定される市場、買い手の選好に関する条件、アルゴリズムを説明する。

2.1 オークション市場

ある1人の売り手が、 b 人の買い手に n 個の非分割財を売ることを考えている．有限の買い手集合を $I = \{1, 2, \dots, b\}$ ， n 個の非分割財集合を $N = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ とする．財の価格はベクトル $p = (p_1, p_2, \dots, p_n) \in \mathbb{R}_+^n$ で与えられ，財 $\beta_h \in N$ の価格は p_h である．任意の財 $\beta_h \in N$ は必ず集合 S_1, S_2 のいずれかに属する．したがって， $S_1 \cup S_2 = N$ かつ $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ である．買い手 $i \in I$ の消費計画に対する評価は評価関数 $u^i : 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ によって表現され， $u^i(\emptyset) = 0$ である．ここで， 2^N は財集合 N の部分集合の全体である．評価関数 u^i は単調非減少関数である．

価格ベクトル p に対して，買い手 $i \in I$ の入札対応 $D^i(p)$ と効用関数 $v^i(A | p)$ を，

$$D^i(p) = \arg \max_{A \subseteq N} \{u^i(A) - \sum_{\beta_h \in A} p_h\} \quad (1)$$

$$v^i(A | p) = u^i(A) - \sum_{\beta_h \in A} p_h \quad (2)$$

により定義する．定義より，買い手 $i \in I$ の効用関数 v^i は金銭に対して線形である．

配分は集合 N の分割 $\pi = (\pi(i), i \in I)$ で定義し，任意の $i, j \in I, i \neq j$ に対して $\pi(i) \cap \pi(j) = \emptyset$ ，かつ $\bigcup_{i \in I} \pi(i) = N$ であるものとする．ここで， $\pi(i)$ とは買い手 $i \in I$ に対する財の割り当てである．ある配分 π が効率的であるとは，任意の配分 ρ に対して， $\sum_{i \in I} u^i(\pi(i)) \geq \sum_{i \in I} u^i(\rho(i))$ であるときをいう．

定義 2.1. 競争均衡 (p, π) は価格ベクトル $p \in \mathbb{R}_+^n$ と配分 π から構成され，任意の買い手 $i \in I$ に対して $\pi(i) \in D^i(p)$ である．とくに，競争均衡における価格ベクトル p を競争均衡価格と呼ぶ．

定義 2.2. 買い手 $i \in I$ の評価関数 u^i が粗代替補完性 (Gross Substitutes and Complements: GSC) 条件を満たすとは，任意の価格ベクトル $p \in \mathbb{R}_+^n$ ，集合 $S_j (j = 1, 2)$ 内の任意の財 $\beta_k \in S_j$ ，任意の数 $\delta \geq 0$ ，買い手 $i \in I$ の入札対応の任意の要素 $A \in D^i(p)$ に対して， $B \in D^i(p + \delta e(k))$ が存在し， $[A \cap S_j] \setminus \{\beta_k\} \subseteq B$ かつ $[A^c \cap S_j^c] \subseteq B^c$ であるときをいう．ここで，任意の整数 $k (1 \leq k \leq n)$ に対して， $e(k)$ は k 番目の要素が1で，それ以外が0であるような \mathbb{R}^n のベクトルである．

買い手 $i \in I$ の入札対応の要素 $A \in D^i(p)$ に対して，集合 S_1 内の財 $\beta_k \in S_1$ の価格が上昇したとする． $[A \cap S_1] \setminus \{\beta_k\} \subseteq B$ より，価格が上昇する前に需要されていた集合 S_1 に属する β_k 以外の財は， β_k の価格が上昇した後においても，需要されている．したがって， β_k と集合 S_1 に属する財は代替財である．一方で， $[A^c \cap S_2^c] \subseteq B^c$ より， β_k の価格が上昇する前に需要されていない集合 S_2 に属する財は， β_k の価格が上昇しても， $B \in D^i(p + \delta e(k))$ に含まれない．したがって， β_k と集合 S_2 に属する財は補完財である．以上より，GSC 条件は，同じ集合 S_j ($j = 1, 2$) 内の財同士は代替材で，集合 S_1 内の任意の財と集合 S_2 内の任意財は補完財である，という条件を買い手 $i \in I$ の評価関数 u^i に課すものである．

仮定 2.1. 任意の買い手 $i \in I$ の評価関数 u^i は 0 以上の整数値をとる．すなわち $u^i : 2^N \rightarrow \mathbb{Z}_+$ である．

仮定 2.2. 任意の買い手 $i \in I$ の評価関数 u^i は GSC 条件を満たす．

以上で，ダブルトラックオークションにおけるオークション市場と買い手の選好を定義した．次に，オークション市場市場において競争均衡を実現するためのアルゴリズムを示す．

2.2 ダブルトラック・オークションのアルゴリズム

まず，アルゴリズムを示すために必要な諸概念を定義する．

\mathbb{R}^n 上の順序関係 \preceq_g を定義する．任意の $p \in \mathbb{R}^n$ と任意の集合 $A \in 2^N$ に対して， $p(A) = \sum_{\beta_k \in A} p_k e(k)$ とする．ベクトル $p, q \in \mathbb{R}^n$ に対して， $p \preceq_g q$ であるとは， $p(S_1) \leq q(S_1)$ かつ $p(S_2) \geq q(S_2)$ であるときをいう．ある部分集合 $W \subseteq \mathbb{R}^n$ において，任意のベクトル $p \in W$ に対して $p^* \preceq_g p$ であるとき，ベクトル p^* は W において最小であるという．同様にして，ある部分集合 $W \subseteq \mathbb{R}^n$ において，任意のベクトル $p \in W$ に対して $p \preceq_g q^*$ であるとき，ベクトル q^* は W において最大であるという．

つぎに，価格調整のための n 次元立方体 \square を以下のように定義する．

$$\square = \{\delta \in \mathbb{R}^n \mid 0 \leq \delta_k \leq 1, \forall \beta_k \in S_1; -1 \leq \delta_l \leq 0, \forall \beta_l \in S_2\}$$

n 次元立方体 \square 内の要素 $\delta \in \square$ を価格調整ベクトルと呼ぶ． $p(t)$ を t 期における価格ベクトル， $\delta(t)$ を t 期における価格調整ベクトルとする．このとき $t+1$ 期の価格は $p(t+1) = p(t) + \delta(t)$ によって得られる． n 次元立

方体 \square の定義から，集合 S_1 内の財は価格が上昇し，集合 S_2 内の財は価格が下降するように調整が進むことが分かる．

価格調整ベクトル δ は，全ての買い手 $i \in I$ が表明する入札情報 $D^i(p)$ を基に，オークションの売り手が以下の最大化問題を解くことで導出する．

$$\max_{\delta \in \Delta} \left\{ \sum_{i \in I} \left(\min_{C \in D^i(p)} \sum_{\beta_h \in C} \delta_h \right) - \sum_{\beta_h \in N} \delta_h \right\} \quad (3)$$

ただし $\Delta = \square \cap \mathbb{Z}^n$ である．一般に最大化問題 (3) の解は複数あるが，順序関係 \preceq_g の意味で最小となる解を，価格調整ベクトル δ とする．

ダブルトラックオークションのアルゴリズムは，以下のようなものである．

- Step1: 売り手は $p(0) \preceq_g \underline{p}$ を満たす初期価格ベクトル $p(0) \in \mathbb{Z}^n$ を全ての買い手 $i \in I$ に知らせる．ただし，ベクトル \underline{p} は一般に複数存在する競争均衡価格において \preceq_g の意味で最小の競争均衡価格である．とくに， \underline{p} を理論価格と呼ぶ． $t = 0$ として Step2 へ進む．
- Step2: 買い手 $i \in I$ は， u^i と $p(t)$ を基に入札対応 $D^i(p(t))$ を表明する．売り手は，全ての買い手 $i \in I$ の入札対応 $D^i(p(t))$ を集計し，最大化問題 (3) を計算し，価格調整ベクトル $\delta(t)$ を求める．これによって次期の価格ベクトル $p(t+1) := p(t) + \delta(t)$ を得る． $p(t+1) = p(t)$ ならば，オークションは終了する．それ以外の場合は， $t := t+1$ として Step2 を繰り返す．

$p(0) \preceq_g \underline{p}$ より，売り手は集合 S_1 内の財の価格は超過需要が起こるに十分低い価格を初期価格とする．一方で，売り手は集合 S_2 内の財の価格は超過供給が起こるに十分高い価格を初期価格とする．

定理 2.1 (Sun and Yang [5]). 仮定 2.1，仮定 2.2 をオークション市場が満たすとき，ダブルトラックオークションはアルゴリズムによって，競争均衡価格 \underline{p} を有限回の調整によって実現することができる．

2.3 例

オークション市場における財集合を $N = \{A, B\}$ ， $S_1 = \{A\}$ ， $S_2 = \{B\}$ とする．この2つの財を買い手1と買い手2が競う．つまり， $I = \{1, 2\}$ である．

	\emptyset	A	B	AB
買い手 1	0	5	11	18
買い手 2	0	5	3	14

表 1: 買い手の評価

いま, 2人の買い手の評価関数の値が表1の通りであるとする¹. \emptyset は, 何も手に入れない状態を意味し, このときの評価値は0とする. それぞれの買い手にとって, A と B を同時に手に入れること(AB)に対する評価は, A と B それぞれに対する評価の和よりも大きい. このことより, A と B は補完財であることが分かる. このような評価プロファイルのもとで, ダブルトラック・オークションは, 表2のように価格を調整し, 需要と供給を一致させる. 2人の買い手は, 理論上の入札対応 $D^i(p)$ に従うものとする. つまり, 効用が最大になるような N の部分集合に入札する.

t 期	$p(t) = (p_A, p_B)$	$D^1(p(t))$	$D^2(p(t))$	$\delta(t)$
0	(3,15)	A	A	(1,-1)
1	(4,14)	A	A	(1,-1)
2	(5,13)	\emptyset, A, AB	\emptyset, A	(0,0)

表 2: 価格調整の例

- 第0期の価格ベクトルは, $p(0) = (3, 15)$ である. このとき, 買い手1と買い手2の効用を最大にするのは, それぞれ A に入札することである. したがって, $D^1(p(0)) = D^2(p(0)) = \{A\}$ である. この入札情報を基に, 売り手は最大化問題 (3) を解き, 第1期への価格調整ベクトル $\delta(0) = (1, -1)$ を得る. 第1期の価格ベクトルは $p(1) = p(0) + \delta(0) = (3, 15) + (1, -1) = (4, 14)$ である.
- 第1期の価格ベクトル $p(1) = (4, 14)$ においても, 買い手1と買い手2の効用を最大にするのは, それぞれ A に入札することである. したがって, $D^1(p(1)) = D^2(p(1)) = \{A\}$ である. 第0期と同様に, 売り手が最大化問題 (3) を解き, 第2期への価格調整ベクトル $\delta(1) = (1, -1)$ を得る. 第2期の価格ベクトルは $p(2) = p(1) + \delta(1) = (4, 14) + (1, -1) = (5, 13)$ である.

¹表1のような評価関数の値の組み合わせを評価プロファイルと呼ぶ.

- 第2期の価格ベクトル $p(2) = (5, 13)$ において、買い手1は A を単独で落札しても、 A と B を同時に落札しても効用は0である。しかし、 B を単独で落札すると、効用の値は負である。つまり、可能な効用の最大値は0である。効用の値が0になるのは、どの財も落札しない場合もある。したがって、 $D^1(p(2)) = \{\emptyset, A, AB\}$ である。買い手2は A を単独で落札しても、効用はゼロである。しかし、 B を単独で落札しても、 A と B を同時に落札しても効用の値は負である。買い手1と同様に、可能な効用の最大値は0であるから、 $D^2(p(2)) = \{\emptyset, A\}$ である。売り手が最大化問題(3)を解き、第3期への価格調整ベクトル $\delta(2) = (0, 0)$ を得る。 $p(3) = p(2)$ になるので、オークションが終了する。

オークションが終了すると、配分が決まる。配分は $\pi(1) = \{A, B\}$, $\pi(2) = \{\emptyset\}$ なる配分 π である。この時の効用和は $\sum_{i \in I} u^i(\pi(i)) = 18$ で、これは他のどのような配分よりも大きな効用和である。従って、配分 π は効率的である。

以上の例より、ダブルトラック・オークションは補完財の適切な割り当て可能としていることが分かる。

3 ピットフォール

宇都 [6] は、ダブルトラック・オークションの予備的実験を行い、実験において買い手の入札行動が、理論的な入札対応 $D^i(p)$ が指し示すものとは異なることを明らかにした。本節では、宇都 [6] で観察された入札行動を基に、新しい入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ を定義する。そして、全ての買い手が入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従う場合、ダブルトラック・オークションによって競争均衡が実現しない可能性があることを示す。

3.1 ピットフォールの定義

宇都 [6] は、前節の例と同様の2つの財を2人の買い手が競うダブルトラック・オークションの予備的実験を実施した。実験の被験者は、買い手としてオークションに参加した。実験終了後、どのような入札行動をとったかアンケートによる調査を行った。その結果、典型的な入札行動は、正の効用が得られるもの全てに入札するというものであった。理論

上は入札対応 $D^i(p)$ の定義より，最大の効用が得られるものだけに入札すると仮定されていた．しかし，最大ではないが正の効用が得られる選択肢が存在するならば，それについても入札するというのが，被験者がとった入札行動であった．

宇都 [6] の実験において典型的な入札行動から，新しい入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ を，

$$\tilde{D}^i(p) = \begin{cases} \{A \mid u(A) - \sum_{\beta_h \in A} p_h > 0\} & \text{if } \max\{u(A) - \sum_{\beta_h \in A} p_h\} > 0 \\ \{A \mid u(A) - \sum_{\beta_h \in A} p_h = 0\} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

により定義する．この入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従う買い手 $i \in I$ は，効用が正になるものもの全てに入札する．

次に，全ての買い手が入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従うとき，ダブルトラック・オークションのアルゴリズムによってもたらされる価格と配分の組をピットフォールとして定義する．

定義 3.1. ピットフォール $(\tilde{p}, \tilde{\pi})$ は，価格ベクトル $\tilde{p} \in \mathbb{Z}_+^n$ と配分 $\tilde{\pi}$ から構成され，任意の買い手 $i \in I$ に対して， $\tilde{\pi}(i) \in \tilde{D}^i(\tilde{p})$ である．とくに，ピットフォールにおける価格ベクトル \tilde{p} をピットフォール価格と呼ぶ．

オークションによって，価格が競争均衡価格に到達する前に，ピットフォール価格に到達したとする．このとき，すべての買い手 $i \in I$ が入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従うとき，ダブルトラック・オークションの価格調整はピットフォール価格において止まり，競争均衡価格には到達しない．実際にこのようなピットフォール価格が存在することを，例によって示す．

3.2 例

前節の例と同じように， $N = \{A, B\}$ ， $I = \{1, 2\}$ というオークション市場を想定する．評価プロファイルは表3の通りとする．いま，オークションは t 期で，価格ベクトルが $\tilde{p}(t) = (5, 10)$ であるとする．もし，2人の買い手が

	\emptyset	A	B	AB
買い手 1	0	12	4	17
買い手 2	0	3	7	14

表 3: 買い手の評価

理論上の入札対応 $D^i(p)$ に従っているならば, $D^1(\tilde{p}(t)) = \{A\}$, $D^2(\tilde{p}(t)) = \{\emptyset\}$ である. この入札情報を基に売り手が最大化問題 (3) を解くと, 価格調整ベクトル $\delta(t) = (0, -1)$ を得る. $\tilde{p}(t) \neq \tilde{p}(t+1) = \tilde{p}(t) + \delta(t)$ であるから, 価格ベクトル $\tilde{p}(t) = (5, 10)$ においてオークションが終了することはない. したがって, 価格ベクトル $\tilde{p}(t) = (5, 10)$ は競争均衡価格ではない.

しかし, 価格ベクトル $\tilde{p}(t) = (5, 10)$ において, 2人の買い手が入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従っているならば, $\tilde{D}^1(\tilde{p}(t)) = \{A, AB\}$, $\tilde{D}^2(\tilde{p}(t)) = \{\emptyset\}$ である. 買い手1は, A を落札すると7の効用が得られるが, A と B を同時に落札すると2の効用が得られる. 入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ は正の効用が得られるもの全てに入札することを意味するから, 買い手1は A に加え, AB にも入札する. これが入札対応 $D^i(p)$ との違いである. 以上の入札情報を基に売り手が最大化問題 (3) を解くと, 価格調整ベクトル $\delta(t) = (0, 0)$ を得る. $\tilde{p}(t) = \tilde{p}(t+1)$ であるから, 前節で定義したアルゴリズムより, オークションが終了し, 配分 $\tilde{\pi}$ が決まる. このときの配分 $\tilde{\pi}$ は, $\tilde{\pi}(1) = \{A, B\}$, $\tilde{\pi}(2) = \{\emptyset\}$ であり, 市場全体の効用和は17である. $\tilde{\pi}(1) \in \tilde{D}^1(\tilde{p}(t))$ かつ, $\tilde{\pi}(2) \in \tilde{D}^2(\tilde{p}(t))$ より, 価格ベクトル $\tilde{p}(t) = (5, 10)$ はピットフォール価格である.

この例における市場全体の効用和の最大値は19で, $\pi(1) = \{A\}$, $\pi(2) = \{B\}$ なる配分 π によって実現する. 一方で, ピットフォール価格 $\tilde{p}(t) = (5, 10)$ で実現した配分 $\tilde{\pi}$ は, 17の効用和しかもたらさない. したがって, ピットフォール $(\tilde{p}, \tilde{\pi})$ における配分 $\tilde{\pi}$ は効率的でない.

以上の例より, すべての買い手が入札対応 $D^i(p)$ に従っているとき, ダブルトラック・オークションによって競争均衡が実現するとは限らない. 次節では, 第2節と第3節の議論を基に, 実験における仮説を提示し, 実験の概要を説明する.

4 実験

4.1 仮説

本研究の目的は, 前節で定義したピットフォール価格の存在が, ダブルトラック・オークションの性能にどのような影響を与えるかを明らかにすることである.

初期価格から理論価格まで理論的に調整される価格の調整過程を, 価格の調整経路と呼ぶ. 価格の調整経路上にピットフォール価格が存在し,

全ての買い手 $i \in I$ が入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従うとき，ダブルトラック・オークションは財を適切に割り当てられない可能性があるということが，前節の議論により明らかになった．したがって，実験における仮説を以下のように設定する．

- 仮説 1：価格の調整経路上にピットフォール価格が存在しないとき，ダブルトラック・オークションは理論通りの性能を発揮する．つまり，競争均衡価格で補完財を買い手に割り当て，そのときの配分は効率的である．
- 仮説 2：価格の調整経路上にピットフォール価格が存在するとき，ピットフォール価格が存在するとき，ダブルトラック・オークションは理論通りの性能を発揮しない．つまり，ピットフォール価格で価格調整が止まり，競争均衡価格に到達しない．また，そのときの配分は必ずしも効率的でない．

4.2 実験におけるオークション市場

実験におけるオークション市場は，第 2 節における例と同じものである．すなわち，財集合は $N = \{A, B\}$ ， $S_1 = \{A\}$ ， $S_2 = \{B\}$ であり，買い手集合は $I = \{1, 2\}$ である．実験の被験者は 2 人で 1 つのグループとなり，買い手 1，買い手 2 としてオークションに参加する．オークションの売り手は実験者であり，コンピュータによって最大化問題 (3) を解き，価格調整と財の割り当てを行う．

4.3 評価プロファイルの設定

実験では，被験者が買い手としてオークションに参加するが， \emptyset, A, B, AB に対する評価関数の値は実験者が設定する．被験者はその値を基に，オークションに参加する．

本研究における仮説を検証するためには，価格の調整経路上にピットフォール価格が存在する実験条件と，存在しない実験条件を設定する必要がある．ピットフォール価格の有無は，評価プロファイルによって決まる．以下で説明する評価プロファイル 1, 2 は，価格の調整経路上にピットフォール価格が存在しない評価プロファイルである．評価プロファイル

3,4 は、価格の調整経路上にピットフォール価格が存在する評価プロファイルである。

4.3.1 価格の調整経路上にピットフォール価格が存在しない評価プロファイル

- 評価プロファイル1では、ピットフォール価格が全く存在しない。図1は、初期価格、理論的に到達する競争均衡価格(理論価格)、それ以外の競争均衡価格を表している。横軸はAの価格、縦軸はBの価格である、 $A \in S_1, B \in S_2$ であるから、価格調整はAの価格が上昇し、Bの価格が下降する。図中においては、初期価格から右下方向に価格調整が進む。初期価格から理論価格につながる太線は、価格の調整経路である。ピットフォール価格は印で示されるが、ピットフォール価格は存在しないので、印も存在しない。
- 評価プロファイル2では、ピットフォール価格が存在するが、それらは全て価格の調整経路から外れた場所に存在する。図2において印のピットフォールが複数存在するが、価格の調整経路よりも下の部分に存在する。つまり、Bの価格が極端に低い場所にピットフォール価格が存在する。

4.3.2 価格の調整経路上にピットフォール価格が存在する評価プロファイル

- 評価プロファイル3では、ピットフォール価格が価格の調整経路上に存在する。図3において、初期価格から競争均衡価格へ調整が行われる段階で、複数のピットフォール価格が存在している。評価プロファイル3の場合、全ての買い手がピットフォール価格 p において入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従い、オークションが終了すると、そのときの配分は効率的ではない。
- 評価プロファイル4でも、ピットフォール価格が価格の調整経路上に存在する。評価プロファイル3と同様に、初期価格から競争均衡価格へ調整が行われる段階で複数のピットフォール価格が存在する。評価プロファイル3との違いは、配分の効率性である。評価プロファイル4の場合、全ての買い手がピットフォール価格 p において入札

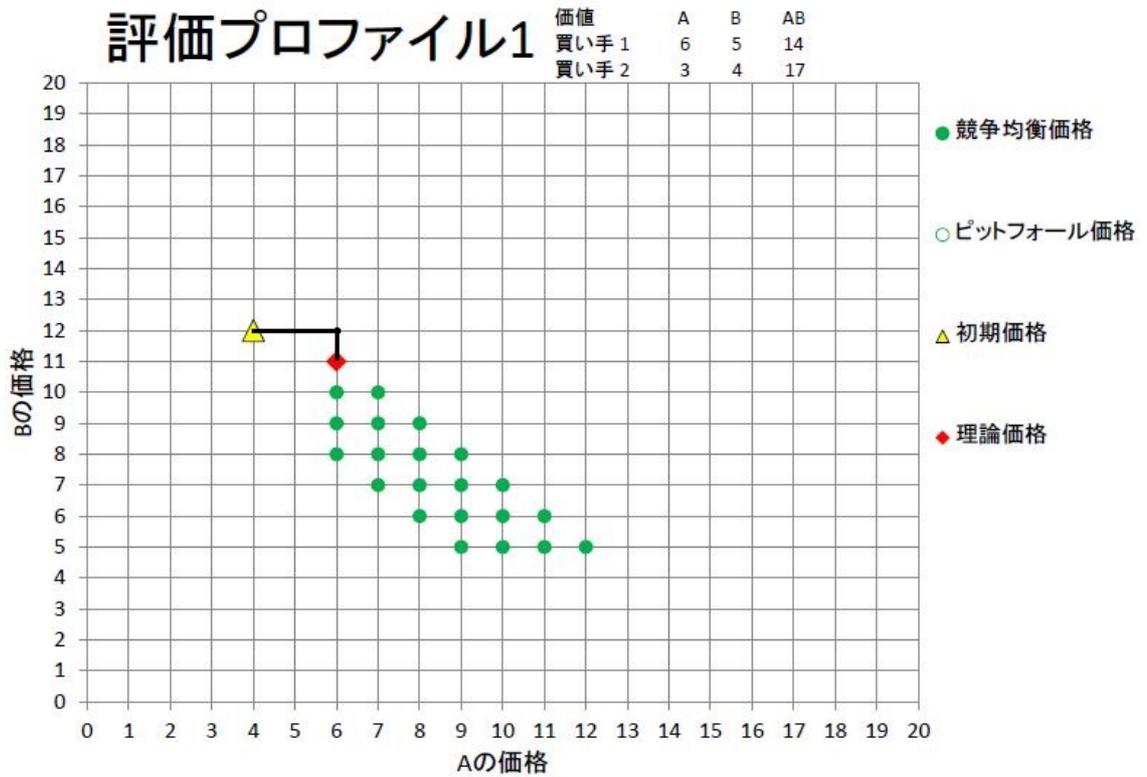


図 1: 評価プロフィール 1

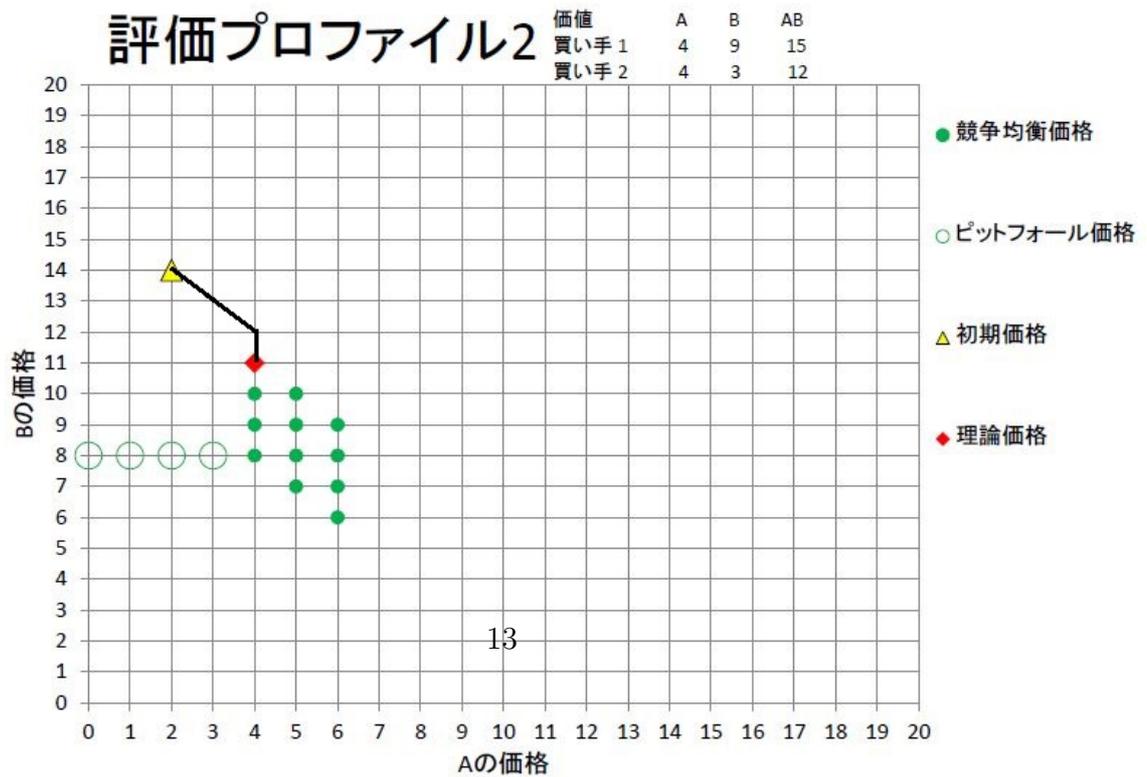


図 2: 評価プロフィール 2

評価プロファイル3,4

価値	A	B	AB
買い手1	1	5	9
買い手2	8	2	12

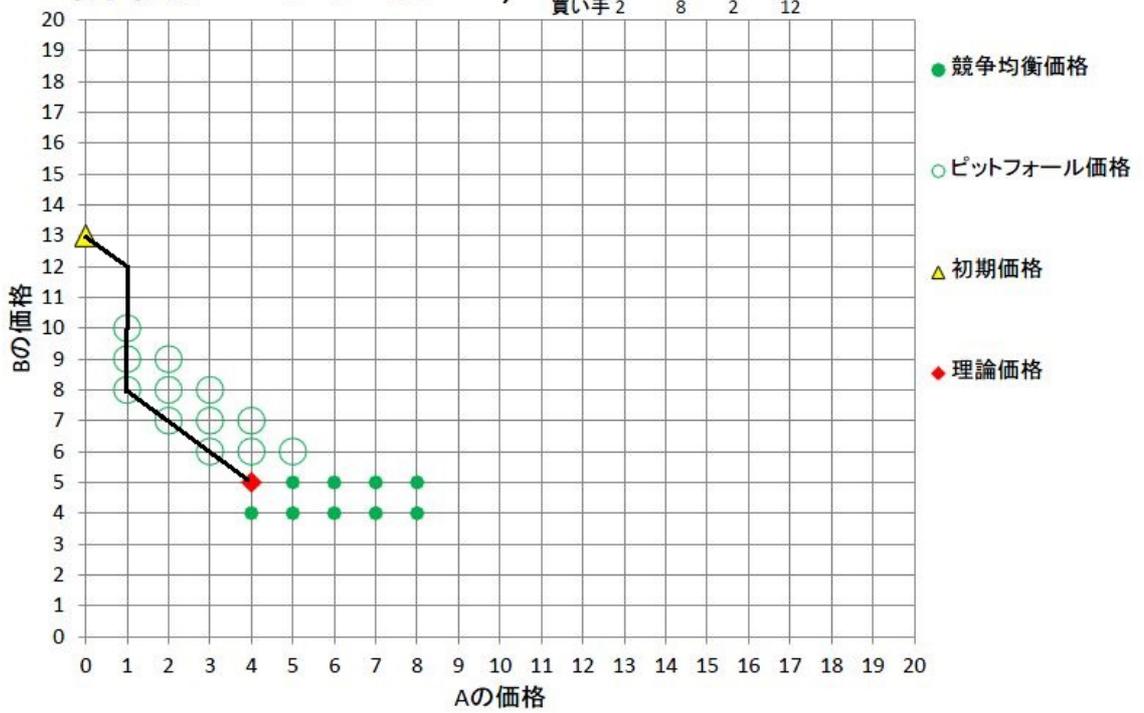


図 3: 評価プロファイル3,4

対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従い，オークションが終了しても，そのときの配分は競争均衡における配分と同じで効率的である．

4.4 実験の流れ

実験における 1 回のオークションは以下の Step1 から Step4 までの手続きをとる．

- Step1：オークションの売り手である実験者は A と B の初期価格 $p(0) \preceq_g \underline{p}$ を満たす初期価格 $p(0) \in \mathbb{Z}_+^2$ を買い手 1 と買い手 2 に知らせる．ベクトル \underline{p} は理論的に到達する競争均衡価格である． $t = 0$ として Step2 に進む．
- Step2：買い手 1 と買い手 2 は，実験者によって与えられた評価関数の値と， A と B の価格を基に入札を行う．それぞれの買い手に与えられた選択肢は，「何も入札しない」「 A に入札する」「 B に入札する」「 AB に入札する」の 4 つの項目から，望ましいと思う項目にチェックすることである．実際の実験画面は図 4 に示されている．チェックの組み合わせやチェックの数は，自由に決めることができる²．ここで，被験者が「何も入札しない」にチェックをすることは，財が 1 つも割り当てられないという結果を被験者自身が許容することを意味する．また「 AB に入札する」とは， A と B を同時に入札するという意味である．売り手は，2 人の買い手の入札情報を基に，最大化問題 (3) を解き次期の価格ベクトル $p(t+1)$ を導出する． $p(t) \neq p(t+1)$ ならば，Step2 に戻る．もし $p(t) = p(t+1)$ であれば，オークションが終了し，Step3 に進む．
- Step3：オークションが終了すると，配分が決まる．配分はオークションが終了した時点における 2 人の買い手の入札内容によって決まる．例えば，買い手 1 が「 A に入札する」だけを選択し，買い手 2 が「 B に入札する」と「 AB に入札する」を選択していた場合，買い手 1 に A が割り当てられ，買い手 2 に B が割り当てられる．ただし，買い手 1 には何も割り当てられず，買い手 2 に A と B が割り当てられるという配分は実現しない．これは，買い手 1 が「何も入札

²被験者がチェックを 1 つもしなかった場合は「何も入札しない」のみをチェックしたものと処理している．これは，実験の説明で被験者にも知らせている．

しない」を選択していないからである。つまり、配分は2人の買い手の入札内容を同時に満たすものでなくてはならない³。可能な配分が2種類以上存在する場合は、コンピュータが無作為にそのうちの1つを選択する。配分が決定すると Step4 に進む。

- Step4：オークションにおけるポイントを、割り当てによって与える。ポイントとは、実験終了後に被験者に支払う報酬を決めるためのものである。ポイントは落札した財に対する評価と、オークションが終了したときのその財の価格との差である。Step3 と Step4 についての情報は、図5のような画面で知らせる。

以上のようなオークションを、評価プロファイルごとに4回行い、全体で16回のオークションを行った。各回の評価プロファイルは表4の通りである。実験において買い手がもつ情報は、実験者によって与えられた自身の評価関数の値のみである。相手の評価関数の値について知ることはできない。したがって、各買い手は与えられた自身の評価関数の値と、 A と B の価値を基に意思決定を行う。

評価プロファイル	オークションの回
1	4, 8, 12, 16
2	3, 7, 11, 15
3	1, 5, 9, 13
4	2, 6, 10, 14

表 4: 各回の評価プロファイル

4.5 実験の概要

実験は2012年6月と7月に早稲田大学の実験室にて3回実施した。実験には合計で52人が被験者として参加した。被験者は早稲田大学の学部学生を、早稲田大学のアルバイト専用ホームページで募集した。

被験者は実験室に入室し、コンピュータ席に着席する。着席するコンピュータ席は無作為に決められている。全てのコンピュータ席には仕切

³2人の買い手の入札を同時に満たす配分が存在しない場合、Step3に入らずにStep2を繰り返す。実験において2人の買い手が極端に非合理的な入札行動をとった場合、Step2を繰り返しオークションが終了しない可能性がある。しかし、本実験研究においては、そのような非合理的な入札行動をとった被験者は確認されず、オークションが終了しない事態は起こらなかった。

残り時間: 19

オークションに参加してください。現在1回目のオークションです。

現在のAとBの **価格** は以下の通りです。

	A	B
価格	0	13

あなたのA, B, ABに対する **価値** は以下の通りです。

	A	B	AB
価値	1	5	9

入札しますか？

選択肢	希望する選択肢にチェックしてください。	選択肢ごとのポイント
何も入札しない。	<input type="checkbox"/> 何も入札しない	0
Aに入札する。	<input type="checkbox"/> Aに入札する	1
Bに入札する。	<input type="checkbox"/> Bに入札する	-8
ABに入札する。	<input type="checkbox"/> ABに入札する	-4

チェックが終わったらOKボタンを押してください。

OK

図 4: 実験画面

残り時間: 3

オークションが終了しました。
この回におけるオークションの結果は以下の通りです。

オークションの結果	今回の獲得ポイント	あなたの獲得ポイントの総額
あなたはオークションにおいてAとBを得られました。	1	2

よろしければ右のOKボタンを押してください。

OK

りが設置されているため、他のコンピュータの画面を見ることはできない。また、オークションの相手が誰であるかを知ることもできない。

それぞれの被験者は、買い手1か買い手2どちらかの役割が与えられる。そして、同一の買い手として16回のオークションに参加する。また、オークション市場における相手の買い手は、16回全てを通して同一の被験者である。

実験の仕組みに関する説明は、コンピュータによって行った。実験の仕組みについての理解を確認するために、説明終了後に確認テストを実施した。確認テストが終了し、全ての被験者が実験の仕組みを理解したことを確認し、練習として3回のオークションを実施した。これは、実験における選択の方法などに慣れることを目的としているので、練習で得られるポイントは報酬に影響を与えない。練習が終了し、質問が無いことを確認した上で実験を開始した。

実験終了後、16回のオークションで得られたポイントを基に、各被験者に報酬が支払われた。報酬の計算は、固定報酬800円と、獲得したポイント×50円の合計である。実験の所要時間は90分で、被験者が受け取った報酬は平均で約1500円であった。

5 実験結果の予測

本研究で設定した仮説が正しい場合、実験結果については次のような予測をすることができる。

- 予測1：評価プロファイル1においてはピットフォール価格が存在しない。したがって、仮に全ての買い手が入札対応 $\tilde{D}^i(p)$ に従っていたとしても、競争均衡価格に到達するまで価格の調整は止まらない。したがって、評価プロファイル1においては、競争均衡が実現しやすい。
- 予測2：評価プロファイル2においてはピットフォール価格が存在するが、それらは全て価格の調整経路から外れた場所に存在する。Bの価格だけが下降し続けられない限り、このようなピットフォール価格にはたどり着かない。通常はAの価格も同時に調整されるので、このようなピットフォール価格の存在は問題にならないはずである。したがって、評価プロファイル2においても、競争均衡が実現しやすい。

- 予測 3：評価プロファイル 3 においてはピットフォール価格が価格の調整経路上に存在する．したがって，ピットフォール価格で価格調整が止まり，競争均衡価格に到達しない．また，そのときの配分も効率的でない．
- 予測 4：評価プロファイル 4 においてもピットフォール価格が価格の調整経路上に存在する．したがって，評価プロファイル 3 と同じように，価格調整はピットフォール価格で止まり，競争均衡価格に到達しない．しかし，ピットフォール価格で価格の調整が止ったとしても，配分は効率的である．

6 実験の分析

6.1 仮説の検証

本研究における仮説を検証するために，実験結果が予測と整合的であるか検討する．評価プロファイル間における競争均衡の実現度合いを比較する．競争均衡は定義 2.1 より，価格ベクトル p と配分 ρ により構成されている．理論的には，競争均衡価格に到達すれば，その価格によってもたらされる配分は常に効率的である．しかし，配分を決定するのは買い手の入札の組み合わせである．つまり，競争均衡価格が取引価格となっていたとしても，買い手の入札の組み合わせによって，効率的でない配分が実現する可能性がある．したがって，実験において競争均衡が実現しているかを検証するためには，競争均衡価格への到達と配分の効率性を分けて検証する必要がある．

6.1.1 競争均衡価格の実現

競争均衡価格への到達割合は，評価プロファイル 1,2 では高い値を示し，評価プロファイル 3,4 では低い値を示した．表 5 の a 列は，各評価プロファイルにおける競争均衡価格への到達割合をまとめたものである．評価プロファイル 1,2 では，全サンプルのうち 80% 以上が競争均衡価格に到達している．一方で，評価プロファイル 3,4 では，20% 程度が競争均衡価格に到達している，評価プロファイル 1,2 と評価プロファイル 3,4 の間には，競争均衡価格への到達割合にして，約 60% の差が存在している．

この約 60% の差は，ピットフォール価格の存在によって説明することができる．表 5 の b 列には，ピットフォール価格で価格調整が止まる割合を示している．評価プロファイル 3,4 において，約 60% がピットフォール価格で価格調整が止まっている．

評価プロファイル	a	b	a+b
1	89.2%		89.2%
2	86.3%	0%	86.3%
3	18.4%	59.2%	77.6%
4	20.2%	63.5%	83.7%

表 5: 競争均衡価格とピットフォール価格の実現割合
a:競争均衡価格への到達割合 b:ピットフォール価格で価格調整が止まる割合

以上より，価格の調整経路上にピットフォール価格が存在しない場合，80% 以上が競争均衡価格に到達する．しかし，価格の調整経路上にピットフォール価格が存在する場合，約 60% がピットフォール価格で価格調整が止まり，その結果競争均衡価格への到達割合が約 60% 低下する．

6.1.2 配分の効率性

競争均衡価格に到達した場合，評価プロファイルにかかわらず，ほぼ全ての配分が効率的であった．表 6 の c 列は，競争均衡価格に到達したときの効率的な配分の割合が示されている．これより，競争均衡価格に到達すれば，効率的配分が実現しやすいということが分かる．

評価プロファイル	c
1	100%
2	100%
3	94.7%
4	95.2%

表 6: 効率的配分の割合
c:競争均衡価格における効率的配分

ピットフォール価格で価格調整が止まった場合の配分の効率性は表 6 の D 列に示されている．評価プロファイル 3 では全ての配分が効率的ではない．しかし，評価プロファイル 4 では，ピットフォール価格で価格調整が止まった場合でも，配分は全て効率的であった．

6.1.3 仮説の検証

以上より、評価プロファイル1,2では、80%以上の高い割合で競争均衡価格に到達し、そのときの配分は効率的であった。これは、予測1,2と整合的な結果である。一方で、評価プロファイル3,4では、競争均衡価格への到達割合が評価プロファイル1,2と比べ約60%低下した。そして、その約60%はピットフォール価格で価格調整が止まった。ピットフォール価格で価格調整が止まるとき、評価プロファイル3においては全ての配分が効率的でないが、評価プロファイル4では全ての配分が効率的であった。これは前節の予測3,4と整合的な結果である。

実験条件が競争均衡の実現率に与える影響を分析する。モデルは次の通りである。

$$y_i = \alpha + \beta_1 D1_i + \beta_2 D2_i + u_i \quad (5)$$

非説明変数 y_i は i 回目のオークションにおける競争均衡の実現率である。説明変数として、2種類のダミー変数を用いる。1つ目のダミー変数 $D1_i$ は、価格の調整経路上にピットフォール価格が存在するときに1を、それ以外のときに0をとるものとする。2つ目のダミー変数 $D2_i$ は、価格の調整経路から外れた場所にピットフォール価格が存在するときに1を、存在しないときに0をとるものとする。この2つ変数を用いて回帰分析を行った。表7はその結果をまとめたものである。まず、切片の値が0.89で、有意水準1%で有意である。ピットフォール価格が存在しないとき、約90%の割合で競争均衡が実現するということが分かる。次に、 $D1$ の係数が-0.70で、有意水準1%で有意である、ピットフォール価格が価格の調整経路上に存在するとき、競争均衡の実現率が約70%低下するということが分かる。しかし、 $D2$ の係数については、係数が0であるという帰無仮説を棄却することができない。したがって、競争均衡の実現率に影響を与えるという結論は得られない。

以上の議論より、本研究における仮説は正しいと判断することができる。つまり、価格の調整経路上にピットフォール価格が存在しない場合、競争均衡価格に到達し、そのときの配分は効率的である。一方で、価格の調整経路上にピットフォール価格が存在する場合、ピットフォール価格で価格調整が止まり、そのときの配分は効率的でないことがある。

Coefficients:	Estimate	Std.Error	t-value	Pr(> t)	
(Intercept)	0.89154	0.04458	19.999	3.80E-11	***
D1	-0.72788	0.0546	-13.332	5.86E-09	***
D2	-0.02885	0.06304	-0.458	0.655	

Signif.codes: 0 '***'

表 7: 実験条件が競争均衡の実現率に与える影響

6.2 評価プロファイルごとの分析

6.2.1 評価プロファイル 1

図 6 の左上は評価プロファイル 1 である 12 回目のオークションの結果を表している。×印は、その価格で価格調整が止まったことを意味し、右上の数字はその頻度である。実験結果の多くが競争均衡価格に到達し、12 回目のオークションでは、92% が競争均衡価格に到達している。このような傾向は、評価プロファイル 1 である全てのオークションで観察されている。

実験で実現した価格の平均 (平均価格) と、理論価格の比較を行う。図 7 の左上は、評価プロファイル 1 における A と B の平均価格と理論価格を表したものである。評価プロファイル 1 である全てのオークションにおいて、A の平均価格と理論価格の間に有意な差は観察されていない。一方で、B の平均価格は理論価格より低い値を実現する傾向がある。評価プロファイル 1 である全てのオークションにおいて、B の平均価格は理論価格よりも有意に低いという傾向が見られた。

6.2.2 評価プロファイル 2

図 6 の右上は評価プロファイル 2 である 7 回目のオークションの結果を表している。ピットフォール価格は存在するが、実験においてピットフォール価格で価格の調整が止まった結果は観察されていない。これはピットフォール価格が、価格の調整経路から離れているからである。一方で、実験結果の多くが競争均衡価格上に分布しており、7 回目のオークションでは、その割合は 92.3% である。このような傾向は、評価プロファイル 2 である全てのオークションで観察されている。

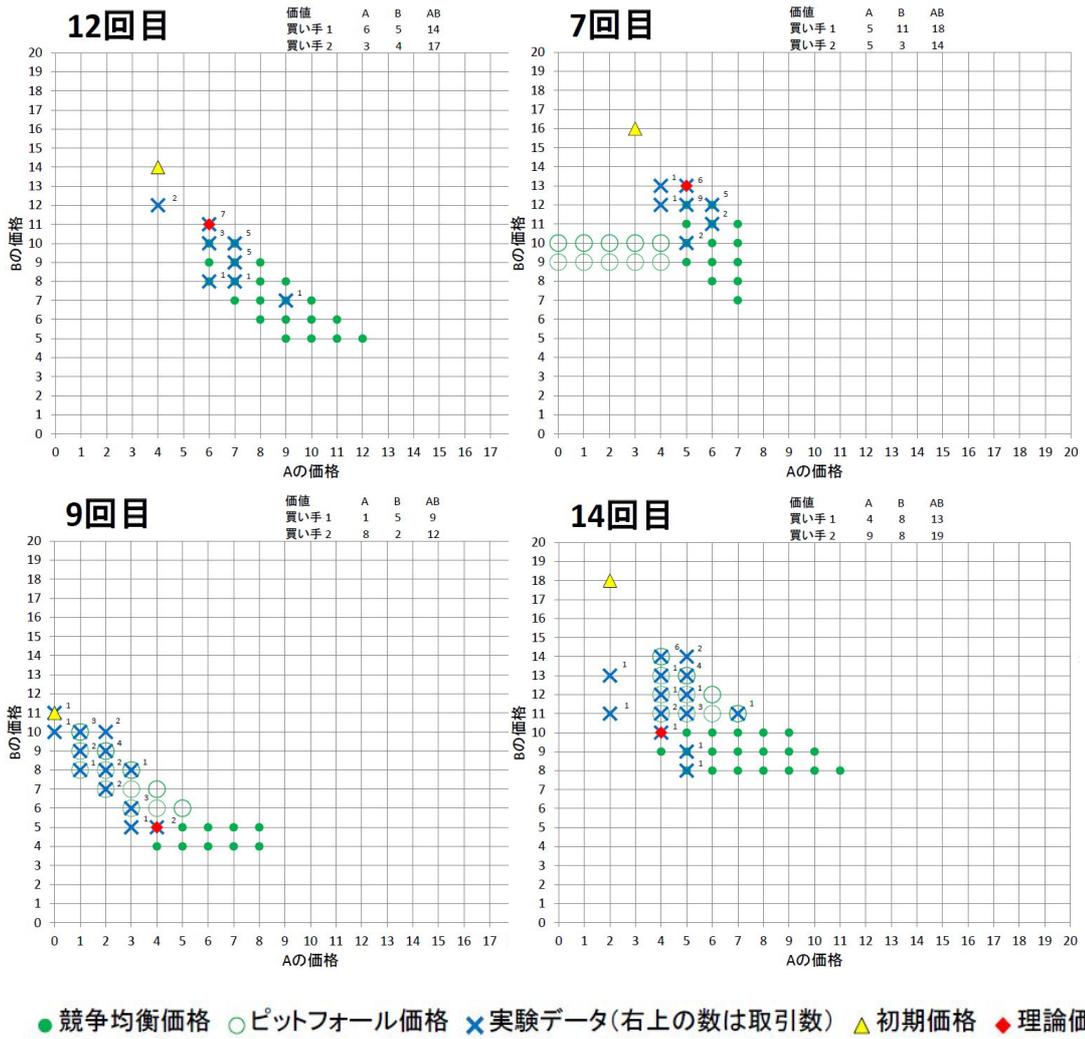


図 6: 各評価プロファイルにおける実現価格の分布

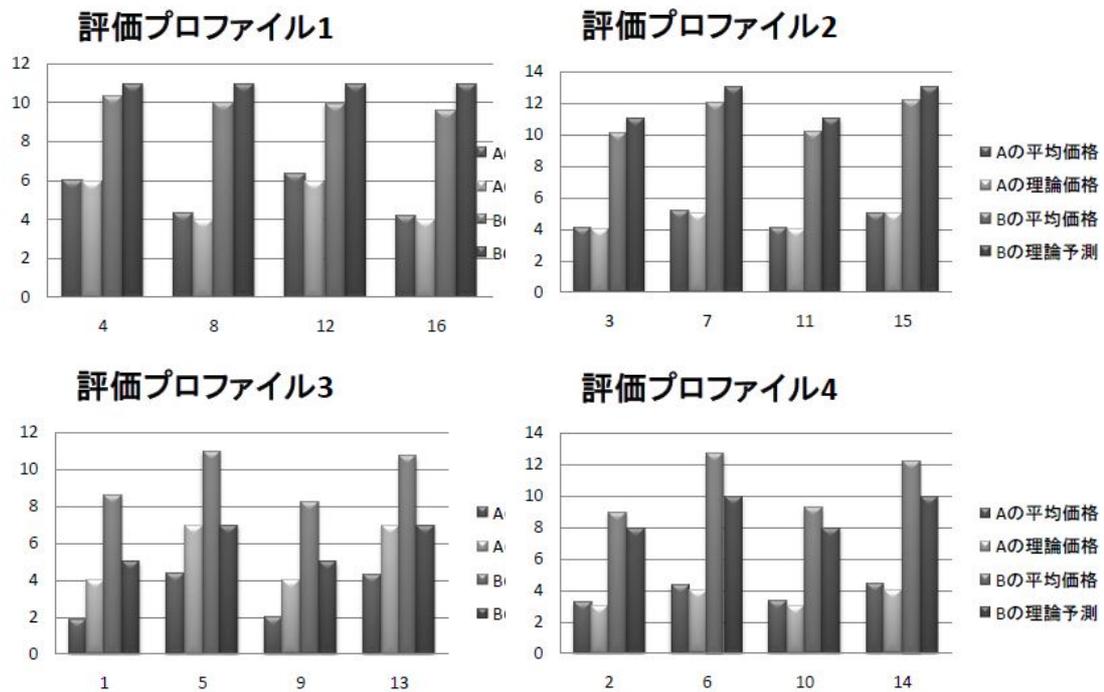


図 7: 各評価プロファイルにおける平均価格と理論価格

評価プロファイル 2 においても A の平均価格は理論価格に近く、B の平均価格は理論価格より低くなるという結果を得た。図 7 の右上は、評価プロファイル 2 における A と B の平均価格と理論価格を表したものである。4 回全てのオークションにおいて、A の平均価格と理論価格の間に有意な差は観察されていない。一方で、B の平均価格は理論価格より低い値を実現する傾向がある。4 回全てのオークションにおいて、B の平均価格は理論の価格よりも有意に低い。

6.2.3 評価プロファイル 3

図 6 の左下は評価プロファイル 3 である 9 回目のオークションの結果を表している。初期価格から競争均衡価格に価格が調整される段階で、複数のピットフォール価格が存在している。そして、実験結果の多くがピットフォール価格上に分布しており、9 回目のオークションでは、その割合は 80% である。一方で、ピットフォール価格において価格調整が続き、競争均衡価格に到達したものは、全体の 9% である。このような傾向は、評価プロファイル 3 である全てのオークションで観察された。

図6の左下から分かるように、多くの実験結果が競争均衡価格から離れている。つまり、Aの平均価格は理論価格より低い値を実現しやすく、Bの平均価格は理論価格より高い値を実現しやすい。図7の左下は、評価プロファイル3におけるAとBの平均価格と理論価格を表したものである。評価プロファイル1,2と違い、評価プロファイル3である全てのオークションで、Aの平均価格が理論価格よりも低くなっていることが分かる。この4回全てのオークションにおいて、Aの平均価格が理論価格よりも有意に低いという結果が得られた。Bの平均価格は理論価格よりも高い値を実現しやすいことがわかる。これは、評価プロファイル1,2と対称的な結果である。4回全てのオークションにおいて、Bの平均価格は理論価格よりも有意に高いという結果が得られた。

6.3 評価プロファイル4

図6の右下は評価プロファイル4である14回目のオークションの結果を表している。評価プロファイル3と同様に、実験結果の多くは、競争均衡価格ではなくピットフォール価格を実現している。14回目のオークションでは、競争均衡価格に到達したのは全体の11.5%であったが、ピットフォール価格で価格の調整が止まったのは全体の73.1%であった。このような傾向は、評価プロファイル4である全てのオークションで観察された。

図7の右下は、評価プロファイル4におけるAとBの平均価格と理論価格を表したものである。評価プロファイル3と異なり、Aの平均価格は理論価格に近い値を実現している。平均価格が理論価格のよりも有意に高くなったのは、14回目のオークションだけであり、残りの3回のオークションについては、有意差が存在しなかった。一方で、Bの平均価格は理論価格よりも高い値を実現しやすい。これは、評価プロファイル3と同じ結果である。4回全てのオークションにおいて、Bの平均価格は理論価格よりも有意に高いという傾向が得られた。

7 まとめ

本研究では、ピットフォール価格の存在がダブルトラックオークションの性能に与える影響を、実験的に検証した。その結果、ピットフォール価格が価格の調整経路上に存在すれば、競争均衡値への到達が難しくな

り、一般的に配分の効率性も成立しなくなることが明らかになった。逆にピットフォール価格が価格の調整経路上に存在しない場合、競争均衡が実現しやすいことが明らかになった。つまり、ダブルトラック・オークションが補完財の適切な割り当てを可能とするのは、ピットフォール価格が価格の調整経路上に存在しないときに限られる。したがって、ピットフォール価格が価格の調整経路上に存在するときにおいても、補完財の適切な割り当てを行うために改善を行う必要がある。

すべての評価プロファイルにおいて、実験における B の平均価格が理論価格から乖離する傾向が観察された。評価プロファイル 1,2 は、競争均衡の実現頻度が高いにもかかわらず、B の平均価格が理論価格よりも低くなる傾向がある。A の平均価格は理論価格と等しくなる傾向がある。B の価格調整はオランダ式オークションのように、競り下げ型の価格調整がされる。オランダ式オークションにおける最適な入札行動は、一般的に自身の評価値よりも低くなることが理論的に知られている。評価プロファイル 1,2 で B の価格が低くなるのは、被験者がオランダ式オークションにおける最適な入札行動に似た行動をとっているからであると推測できる。一方で、A の価格調整はイギリス式オークションのように、競り上げ型の価格調整がされる。イギリス式オークションにおける最適な入札行動は、自身の評価値を正直に表明することであることが理論的に知られている。従って、実験における A の平均価格が理論価格に等しくなったのは、被験者がイギリス式オークションにおける最適な入札行動に似た行動をとっているからであると推測できる。

評価プロファイル 3,4 では、B の平均価格が理論価格よりも高くなる傾向がある。一方で、A の平均価格は、14 回目のオークションを除き、理論価格と等しいか低くなる傾向がある。A の初期価格は理論価格よりも低い価格である。逆に、B の初期価格は理論価格よりも高い価格である。ダブルトラック・オークションは A の価格を上昇させ、B の価格を下落させ理論価格まで価格を調整する。評価プロファイル 3,4 では、価格の調整経路上にピットフォール価格が存在するため、理論価格に到達する前に価格調整がとまる。従って、A の平均価格は理論価格よりも低くなり、B の平均価格は理論価格よりも高くなる傾向が観察されたと推測できる。

本研究では、2 人の買い手が 2 つの財を競うという最も単純なオークション市場の実験を行った。これは非常に特殊なオークション市場であるが、このような最も単純な状況でさえ、ダブルトラック・オークションには以上のような問題が存在するということが明らかになった。

参考文献

- [1] F. Gul and E. Stacchetti: Walrasian equilibrium with gross substitutes, *Journal of Economic Theory*, Vol. 87 (1999), 95–124.
- [2] F. Gul and E. Stacchetti: The English auction with differentiated commodities, *Journal of Economic Theory*, Vol. 92 (2000), 66–95.
- [3] P. Milgrom: Putting auction theory to work: The simultaneous ascending auction, *Journal of Political Economy*, Vol. 108 (2000), 245–272.
- [4] P. Milgrom: *Putting Auction Theory to Work* (Cambridge University Press, New York, 2004).
- [5] N. Sun and Z. Yang: A Double-Track Adjustment Process for Discrete Markets With Substitutes and Complements, *Econometrica*, Vol. 77 (2009), 933–952.
- [6] 宇都伸之：複数財オークションの実験研究, 田中愛治監修, 永田良, 船木由喜彦(編), リーディングス政治経済学への数理的アプローチ, (勁草書房, 2013), 89–110.