

Waseda University  
Institute of Finance



## Working Paper Series

WIF-05-003

取引システムが価格形成に与える影響の分析

人工株式市場アプローチ

山田悠, 石島博

早稲田大学  
ファイナンス総合研究所

<http://www.waseda.jp/wnfs/nif/index.html>

# 取引システムが価格形成に与える影響の分析 人工株式市場アプローチ

山田 悠\*

石島 博†

2005年9月19日

## 概要

本論文では、人工株式市場アプローチを用いて、不完全・非対称な情報しか持たないトレーダーのみが存在する市場において、取引システムとしてオークションシステムとマーケットメーカーシステムのそれぞれを採用した場合に、トレーダーの合理的期待形成によって市場効率性が達成されるか否かを分析した。

その結果、効率性は市場環境に依るところが大きく、一概にどちらの効率性が高いとは言えないとした上で、市場の不確実性が高い状況では、オークションシステムの方が効率性は高く、株式の流通量が低下した状況では、マーケットメーカーシステムの方が効率性が高くなることを示した。

*Keywords:* マーケットメーカーシステム, オークションシステム, 情報の非対称性, 合理的期待形成, 人工株式市場.

---

\*慶應義塾大学 政策・メディア研究科 修了. E-mail: gkyy@sfc.keio.ac.jp

†早稲田大学 ファイナンス研究センター. 連絡先住所: 〒103-0027 東京都中央区日本橋 1-4-1, 日本橋一丁目ビル 5階. E-mail: ishijima@waseda.jp

# 1 緒論

## 研究背景

NYSE, 東京証券取引所, ロンドン証券取引所を始めとして, 現在, 証券取引所は世界中に数多く存在する. さらに, 米国や日本, イギリスなどの先進国では一国に複数の証券取引所が存在する. 特に, 米国では近年, ECN (電子証券取引ネットワーク) の拡大など, 株式・証券取引の多様化が進んでいる. また, 日本においても, 1998年12月に取引所集中義務が撤廃され, 店頭市場と取引所市場とを並列, 競合する関係に位置づけるなどの措置が取られている.

個々の証券取引所は, 独立して存在しているのではなく, 互いに影響しあう関係にある. 特に, 1990年代に情報技術が飛躍的に発展すると, 取引に必要な情報が国境を越えて簡単に行き来するようになり, その結果, 証券市場間の競争の激化をもたらすことになった. そして, こうした市場間競争が展開されているにも関わらず, 先に述べたように取引所が多様化するのには, 証券取引所を利用するユーザーサイドに多様なニーズが存在しているために他ならない [5]. 単一の取引システムですべての市場参加者を満足させることは困難であるので, ユーザーのニーズの多様化に対して, 多様な取引システムが構築されるのである.

株式市場で用いられている取引システムには, 大きく分けて以下の2つがある<sup>1</sup>.

- ・オークションシステム: 投資家から出された売り・買いの注文を集めて, 一定の基準に従って条件が成立した注文同士を約定していく方法
- ・マーケットメーカーシステム: マーケットメーカーと呼ばれる売買仲介人が投資家との取引に応じる方法

両者では, 投資家に対して流動性を供給するメカニズムが異なっている. マーケットメーカーシステムでは, マーケットメーカーが流動性供給の責任を負っており, 注文はマーケットメーカーの気配で即時に執行されることが保証されている. これに対して, オークションシステムでは, 投資家の出す指値注文に依存するために, 十分な取引参加者がいなければ, 注文を即時に約定するための流動性が得られないこともあり得る. そのため, 新興市場のような流動性がまだ低い市場においては, マーケットメーカーシステムを利用している市場が多い.

他方で, 東京証券取引所のように, 取引高の大きい取引所ではマーケットメーカーのような売買仲介人が存在しない, 純粋なオークションシステムを採用している. これには次の2点の理由があると言われている [8]. (1) 値付け競争を促すと同時に, 様々なリスク回避度や取引態度を持つ投資家に値付けさせることで, マーケット・メーカーの不当な値付けを回避する. (2) 多くの指値注文を公開することで, 市場に当該銘柄の価格情報を広く浸透させて, 情報の非対称性を解消する.

---

<sup>1</sup>ニューヨーク証券取引所では, スペシャルリストシステムと呼ばれる, オークションシステムとマーケットメーカーシステムの折衷的な方式を取っているが, 基本的には, 双方のシステムが混在していると捉えることができるので, 本稿では特に取り挙げることはしなかった.

そもそも資本市場の目的は資金余剰部門から資金不足部門への資金の融通を促すことであり、資金不足部門の中でも有効に資金を使える人に資金が集まるような仕組みが必要となる。この仕組みが有効に機能するためには、市場の情報効率性が達成されている必要がある。そのため、ユーザーニーズを満足させつつも、情報効率性を達成する取引システムを構築していく必要があり、それにはより多くの研究が必要となる。

## マーケットマイクロストラクチャー

市場制度と情報効率性に関する研究は、マーケットマイクロストラクチャーの分野において行われている。マーケットマイクロストラクチャー研究とは、取引システムや制度などを含めた市場システムと価格形成の関係を明らかにしつつ、価格形成にとってより適切な市場システムを構築し、より適切な制度を提案しようとするものである [6]。

マイクロストラクチャー研究を行うには、大きく3つのアプローチが考えられる。第1に数理モデルを用いたアプローチ、第2に市場データを用いた実証分析アプローチ、第3に人工株式市場アプローチを用いたものである。

第1の数理モデルを用いたアプローチの基礎的なモデルである Kyle [20] では、完全情報を持つトレーダーと情報を持たないトレーダーが存在する市場における分析を行っている。このモデルでは、前者の保有する情報が市場における約定・市場価格を通じて全てのトレーダーに行き渡り、市場価格は情報を反映した価格に収束していくということが結論付けられている。すなわち、情報は取引価格を通じて市場全体に伝播し、最終的に情報の格差が是正されるということが言われている。

Madhavan [23] では、資産に関する情報を保有するトレーダーと情報を持たずに流動性を供給するトレーダーがいる市場において、取引システムとしてオークションシステムを採用した場合と、マーケットメーカーシステムを採用した場合とで、市場の効率性にどのような差異があるかを分析している。その結果、オークションシステムを採用した場合は効率性が達成されないが、マーケットメーカーシステムを採用した場合は効率性が達成されるという結論付けられている。Bennouri [13] ではさらに、トレーダーが市場価格からどれだけ情報を獲得することができるか、という観点から効率性を評価し、オークションシステムの方が効率的であると結論付けている。

しかし、数理モデルを用いたアプローチでは、オークションシステムの場合においても、トレーダーが価格付けを行っていないなどモデル上の問題が残る。また、情報の非対称性などの設定において、より現実に近い複雑な設定を行えば、解析的な均衡解を求めることが困難になるため分析には限界があると考えられる。

## 人工株式市場アプローチ

そこで、本研究ではより現実の状況に即した情報の設定のもとで、取引システムと市場効率性の関係を分析するために、人工株式市場アプローチによる分析を行う。

人工株式市場アプローチとは、コンピュータ上にプログラムを用いて仮想的な市場を構築し、取引のシミュレーションを行うことによって、株式市場のダイナミクスを分析する手法である。

特に、エージェントベースアプローチに基づいて作成されたモデルに適用される例が多い<sup>2</sup>。そのため、一般的に人工株式市場とは「エージェントベースアプローチに基づく、シミュレーションを通じた株式市場分析」を指し、このアプローチを利用したモデルを構築している。

ここで、エージェントベースアプローチとは、システムの構成要素に自律的な機能を持たせるようにモデル化し、それらのミクロ的な相互作用からなるシステムとして構成する方法である [4]。このとき、自律的な機能を持った構成要素をエージェントという。エージェントベースアプローチによって構築されたモデルの多くは、解析的な解を得るには複雑なものになるため、シミュレーションを通じてモデルの分析を行うという手法が取られる。そのため、エージェントベースアプローチによる株式市場の分析は、人工株式市場を構築した上で分析を行うこととなる。

エージェントベースアプローチによって株式市場を捉えると、市場参加者（トレーダー、マーケットメーカーなど）をエージェントとし、市場参加者間の相互作用の結果として市場価格が決定されていくシステムである、と言えよう。

### 1.1 人工株式市場の意義

従来の経済学による市場分析では、均質な代表的経済主体を仮定した上で、どのような均衡が得られるかが分析の主題の1つであると言えよう。一方、人工株式市場では以下のような点に着目し、モデル化・分析を行う。

1. 市場参加者の多様性
2. 市場参加者間の相互作用

ここで、市場参加者の多様性とは、市場参加者間で選好や情報、保有資産などにおいて差異が存在することを指す。市場参加者間の相互作用とは、市場参加者が互いの取引行動に影響しあうことを意味する。では、市場参加者の多様性や相互作用がそれぞれ、株式市場の分析においてどのような意味を持つかを以下に述べる。

---

<sup>2</sup>エージェントベースアプローチ以外の人工株式市場も存在する。副島 [7] はその1例である。

## 1. 市場参加者の多様性

まず、市場参加者の多様性について考察する。そもそも株式市場において取引が発生するのは、(1) 投資家の選好、(2) 保有する資産、(3) 証券(株式)の将来価値に関する期待、などにおいて投資家間で差異が存在するからである [6]。これらはすべて、市場参加者の多様性を意味している。すなわち、多様性は市場成立のための条件の1つであり、それを分析モデルに組み込むことは意義深いことであると考えられる。また、現実問題としても市場参加者間において選好、資産、期待に差異が存在すると考えるのが自然である。

すなわち、市場参加者の多様性を考慮することによって、より現実に近い、具体的なモデルを構築、分析することができる。

## 2. 相互作用

株式市場において、価格は市場参加者の取引の結果として決定され、そして市場参加者の取引は決定された価格から影響を受ける。そのため、個々の市場参加者の取引行動は、少なからず他の市場参加者に影響を与えることとなる。そのため、市場参加者間の相互作用が市場価格に少なからぬ影響を与えていることが考えられる。実際に、バブルにおける群衆行動など、市場参加者間の相互作用が市場に大きなインパクトを与えることが言われている。従って、多様性と同様に相互作用を考慮することで、より現実に近いモデルを構築、分析することができる。

こうした、市場参加者の多様性や相互作用を含んだモデルは、数理モデルを用いた分析などにおいても論じられてきた。しかし、多様性や相互作用を強く意識したモデルは過度に複雑になるため、数理的な方法を用いて分析するには限界がある。その点において、人工株式市場を用いることの意義があると考えられる。

まとめると、人工株式市場の意義とは、これまでの経済学では分析に困難を伴った、多様性や相互作用という要素に着目し、それらをモデルに取り込むことで、より現実に近い形の分析を行うことができるという点にある。

## 人工株式市場の先行研究

人工株式市場を用いた研究は、和泉 [2] に従えば以下のように分けることができる。

1. 現実の市場の創発現象の分析を目指したもの
2. 既存の経済理論の検証を目指したもの
3. 実験ツールとしての利用を目指したもの

具体的には、1. については株式市場における自己創発現象の研究を行っている Arthur et al [11] の研究、2. については合理的市場仮説や効率的市場仮説などの経済理論の検証を行っている Chen/Yeh/Laio [15] の研究、3. についてはネットワーク上にマシンエージェントと人間のト

レーダーの混在する仮想先物市場を構築し、研究・教育の二つの目的から活動を行っている U-Mart Project [10] などが挙げられる。さらに、和泉 [2], [3], Lebaron [21] [22] では、為替市場なども含めた金融市場全般に関する、人工市場研究についてまとめている。

上記の先行研究の分類に従えば、本研究は分類 2 に属する。そこで、次に分類 2 に属する先行研究について詳述する。

まず、取引システムについて扱ったものとして、Gode and Sunder [19] のモデルが挙げられる。このモデルでは、ランダムな資産取引を行うエージェントしかいない市場においても、予算制約さえあれば市場価格は合理的期待価格に収束することを示し、市場自体が効率性をもたらす大きな要因であることを示した。

また、現実の株式市場で用いられている取引システムについて考察したモデルとして、Das [16], Audet et al [12] のモデルが挙げられる。前者は、Glosten and Milgrom [18] を利用して、マーケットメーカーシステムによる人工市場を構築し、在庫問題など様々な問題から分析を行っている。後者は、オークションシステムとマーケットメーカーシステムの比較分析を行っている。

次に、非対称情報と市場の情報効率性について扱った研究として、Chan et al [14] のモデルが挙げられる。このモデルでは、トレーダーが配当構造について共通の知識があり、不完全・非対称な情報を持っているという市場について分析している。結果として、トレーダーの情報を統合した時に、それが完全情報となるならば、市場価格は完全情報を反映した価格に収束することを示し、情報が取引を通じて効率的に市場に普及するとしている。さらに、若林 [9] は Chan et al [14] を基礎に、収益・費用といったより複雑、かつ現実的な情報を扱ったモデルを分析している。

## 本論文の分析対象および構成

本研究では、若林 [9] や Chan et al [14] の非対称情報に関する設定、すなわち不完全・非対称な情報しか持たないトレーダーのみが市場に存在するという設定において、取引システムとしてマーケットメーカーシステムとオークションシステムのそれぞれを採用した場合において、市場効率性にどのような違いが生じるかを分析する。

本論文は次のような構成になっている。第 2 節においては、本論文で用いたモデルについて詳細に述べる。第 3 節においては、シミュレーション結果の分析方法について述べる。第 4 節においては、人工株式市場におけるシミュレーションの具体的な設定、及びその結果について述べる。第 5 節においては、本論文の結論を示す。

## 2 モデル

本節では、本研究におけるモデルの概要について説明する。モデルの作成にあたっては、トレーダーの意思決定および情報構造については、Chan et al [14]、取引システムについては、

Glosten and Milgrom [18], Das [16] を参考にした。

本論文では、単一の株式が取引されている市場を考える。トレーダーは情報に基づいて注文を作成し、取引所に提出する。ただし、売買注文は一度に1単位のみとする。これは、流動性需要を考慮しないことでトレーダーの注文決定要因を情報だけに絞り、市場における非対称情報と取引システムの純粋な関係を調べることを目的としているからである。取引所は注文を集め注文の執行を行う。このとき、取引システムとして、オークションシステムとマーケットメーカーシステムを採用し、それぞれにおいてシミュレーションを行う。

## 2.1 取引システムの類型

取引所は、トレーダーからの注文を集めて取引の執行、取引価格の決定を行う。本論文では、取引システムとしてオークションシステムとマーケットメーカーシステムを考える。

### オークションシステム

市場参加者から出された注文を、一定の基準に従って、条件が成立した注文同士を約定していく方法をオークションシステムと呼ぶ。市場参加者の注文によって、取引が進められていくことから注文駆動型（オーダードリブン）の市場とも呼ばれる。

市場参加者の注文形態には大きく分けて、取引価格を指定する指値注文と、取引価格を指定しない成行注文がある。成行注文は、取引価格を指定しない分、指値よりも優先して執行される。

具体的なアルゴリズムを以下で例を用いて示す。まず、すでに発注されている注文が図 2.1 のようになっているとする。次に、98 円 10,000 株の売り注文が発注されたとする（図 2.2 上

図 2.1: 取引の例（オークションシステム）

売数量	値段	買数量
8,000	102	
20,000	101	
	100	6,000
	99	8,000
	98	30,000

段左）。ここでまず、一番高い買い注文である 100 円 6,000 株の買い注文と約定して、100 円で売買が成立する（図 2.2 上段右）。次に、残った 4,000 株が 99 円の 8,000 株の買い注文と約定して、99 円で売買が成立する。最終的には、図 2.2 下段の通りになり次の注文を待つことになる。



図 2.2: 取引の例 (オークションシステム)

売数量	値段	買数量
8,000	102	
20,000	101	
	100	6,000
	99	8,000
10,000	98	30,000

→

売数量	値段	買数量
8,000	102	
20,000	101	
	100	
	99	8,000
4,000	98	30,000

→

売数量	値段	買数量
8,000	102	
20,000	101	
	100	
	99	4,000
	98	30,000

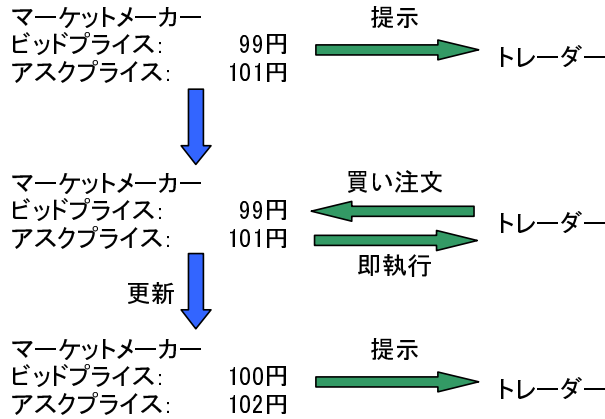
このように、すでに発注されている売り注文（または買い注文）の値段と、あらたに発注された買い注文（また売り注文）の値段が合致したときに売買が成立する。合致する反対注文が無い場合には、ストックされ条件が合致する注文が来るのを待つことになる。その際に、同じ価格の注文がある場合は、先に発注された注文から約定される。

### マーケットメーカーシステム

マーケットメーカーシステムとは、マーケットメーカーと呼ばれる売買仲介人が市場参加者との取引に応じるシステムである。マーケットメーカーが売り買い双方に対して、取引に応じる価格（気配値）を出し、参加者が気配値に応じるか否かで取引が進められていく。マーケットメーカーの気配値によって、取引が進められていくことから気配駆動型（クオートドリブン）の市場とも呼ばれる。

具体的には以下のように取引が行われる。まず、マーケットメーカーが買いに応じて良い価格（ビッドクオート）と売りに応じて良い価格（アスククオート）をトレーダーに提示する。トレーダーは提示された価格に対して、応じて良い場合は注文を発注する。この注文は即時に執行されることになる。さらに、マーケットメーカーは注文フローに応じて、取引時間中にビッドクオート・アスククオートを変更することで、需給バランスの調整、最適価格の発見を行うことになる。

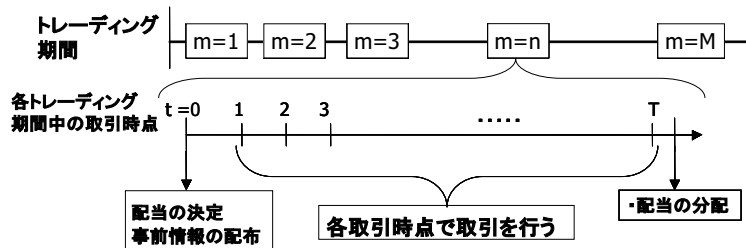
図 2.3: 取引の例：マーケットメーカーシステム



## 2.2 取引環境

全取引期間は、複数の「トレーディング期間 ( $m = 1, \dots, M$ )」から構成される。さらに、各トレーディング期間は、複数の「取引時点 ( $t = 1, \dots, T$ )」から構成される。また、各トレーディング期間の期末において株式は清算され、保有者に対して配当が配られる。トレーダーは配当をインセンティブとして、株式の取引を行う。これらを踏まえて、トレーディングの「取引環境」を以下に詳述する。

図 2.4: シミュレーションの設定



### トレーディング期間の期首に行われるイベント

トレーディング期間の期首ごとに、以下のイベントが行われる。

- 期末に実現する配当が、ランダムかつ外性的に決定される。具体的には、4個の離散的な状態がそれぞれ等しく  $1/4$  の確率で生起する。それぞれの状態において  $\{D_1 = 1, D_2 = 2, D_3 = 3, D_4 = 4\}$  の配当がトレーディング期間の期末に支払われる。但し、決定された配当は期末になるまで公開されない。

- その代わりに、各トレーダーには配当に関する事前情報が配られる。事前情報については種類を変えていくつかのシミュレーションを行った。詳細は4章の各節に示す。
- 各トレーダーに、取引に必要な株式と資金が配布される。

#### トレーディング期間内の各取引時点に行われるイベント

トレーディング期間内の各取引時点に、以下のイベントが行われる。

- トレーダーはマーケットに注文を提出する (詳細は2.4節)。ただし、注文の提出は1人ずつ行われ、その順番はランダムとする。
- マーケットはトレーダーの注文が来る都度処理を行う (詳細は2.5節)。

#### トレーディング期間の期末に行われるイベント

トレーディング期間の期末ごとに、以下のイベントが行われる。

- 配当が実現し「公開情報」となる
- 株式の清算が行われ、保有しているトレーダーに対して株式と交換で配当が配られる。
- 手持ちの資産をリセットする。これは、トレーディング期間内における取引を円滑に行わせるためである。
- 各トレーダーは、実現した配当と期末の取引価格を情報として記憶する。
- マーケットメーカーの配当に関する期待を初期状態 (等確率) に戻す。

最後の3つのイベントは、学習効果のみを次のトレーディング期間に持ち越すことを目的としている。すなわち、各トレーディング期間のシミュレーションを学習効果を除いて同条件で行うことで、分析の焦点を本研究の主題の一つである情報効率性が達成されるか否かに絞ることを意図している。

### 2.3 価格とその源泉、及び非対称な情報

各トレーディング期間の期末において、配当  $D$  が実現する。その配当の状態空間を  $\{D_1 = 1, D_2 = 2, D_3 = 3, D_4 = 4\}$  とする。

ここで、各トレーディング期間の期首において、トレーダーには非対称な、配当に関する事前情報が配られるものとし、これを以下のように定義する。

### 定義 2.1 (非対称な事前情報)

- どの状態が実現するか全く分からない, 「全くの不完全な事前情報」. つまり, どのトレーダーも, 期末において 4 つの状態から配当が実現することだけは知っている (例: 図 2.5).
- いくつかの状態が実現しないことが分かっている, 「不完全な事前情報 (例: 図 2.6)」.
- どの状態が実現するか分かっている, 「完全な事前情報 (例: 図 2.7)」.

さらに, この非対称な配当に関する事前情報を含めて, トレーダーが利用可能な情報を次のように定義する.

### 定義 2.2 (トレーダーが利用可能な 3 つの私的情報)

- 定義 2.1 に記したトレーディング期間  $m$  の期末に実現する配当に関する事前情報. トレーダー毎に異なる情報が配布される. これにより, 情報の非対称性が生じる.
- 過去のトレーディング期間の期末に実現した株価と配当に関する情報. ここで株価を  $p$  と表記し, 過去の株価と配当を  $\{p(m'), D(m') : m' = 1, \dots, m - 1\}$  と書く.
- 取引時点  $t$  の株価情報  $p_t(m)$ .

完全な事前情報下, つまり期末にどの状態が実現するかが分かっている状況下では, トレーダーは市場の株価がその実現配当に一致するまで取引を行なうはずである. この状況下では, 市場の株価  $p$  は実現配当  $P$  と一致する.

一方で, 不完全な情報下にあっては, 合理的なトレーダーは現時点で利用可能な全ての情報 (ここでは, 上記の 3 つの情報) を効率的に用いて, 実現配当に関する合理的期待を形成し, これを基に取引を行なう. さらに, Fama [17] の言うセミストロング型の効率性が成立する市場においては, 不完全な情報から市場取引を通じて完全な情報が反映される. この完全な情報を利用した価格  $p$  は実現配当  $P$  と一致し, これを「合理的期待価格 (REE)」と呼ぶこととする.

## 2.4 トレーダーのデザイン

本論文では, トレーダーの行動は, 「情報の知覚」, 「期待形成」, 「注文の作成」の 3 つのフェーズから構成されると考える.

D1	D2	D3	D4

図 2.5: 全くの不完全な事前情報

D1	D2	D3	D4

この中のどれかが実現する

図 2.6: 不完全な事前情報

D1	D2	D3	D4

この状態が実現する

図 2.7: 完全な事前情報

### 情報の知覚

各トレーダーは各トレーディング期間の期首において、株式の配当に関する事前情報を知覚することができる。ただし、トレーダーが知覚する情報は非対称であり、また不完全な情報のみしか知覚できない状況も想定する。

また、取引期末においてトレーダーは、実現した配当の値と取引価格を記憶することができる。これらはトレーダーの期待形成において、情報として用いられる。

### 期待形成

期待形成に関して2種類のトレーダーを想定する。ひとつはファンダメンタルトレーダー、もうひとつはノイズトレーダーである。

ファンダメンタルトレーダー： ファンダメンタルトレーダーは「情報の知覚」において得られた情報からの学習を通して、配当に関する期待を形成していく。トレーダーが得た情報である市場価格を所与とし、配当に関する期待値  $V$  は Bayes の定理より、

$$\begin{aligned}
 V = E[D|p] &= \sum_{i=1}^n D_i \Pr(D_i|p) \\
 &= \sum_{i=1}^n D_i \frac{\Pr(D_i)\Pr(p|D_i)}{\sum_{j=1}^n \Pr(D_j)\Pr(p|D_j)} \quad , \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

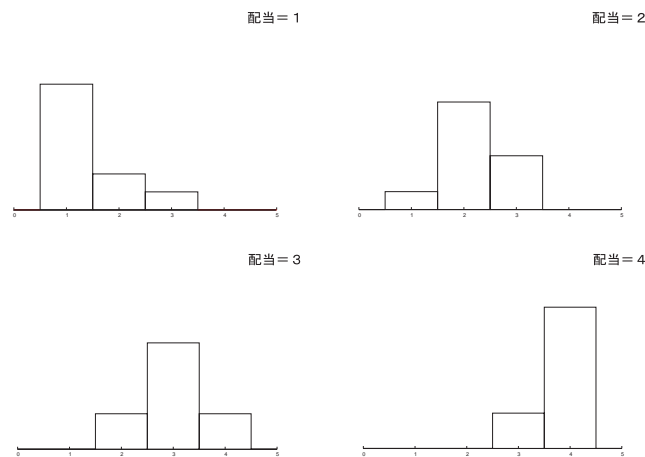
となる。ただし、 $p$  は株式の現時点の市場価格、 $n$  は配当の状態数である。(2.1) 式における  $\Pr(D_i)$  は事前情報を表し、 $\Pr(p|D_i)$  は学習効果を表す。

トレーダーの学習はより具体的には以下ようになる。トレーディング期間を経て配当の実現状態とその時の株価情報が明らかになっていくと、トレーダーは図

2.8のように実現状態ごとに、そのときの株価のヒストグラムを作成する。そして、市場価格  $p_t$  を観察すると、式 (2.1) における  $Pr(p = p_t | D_i)$  をヒストグラムから読み取り、さらに  $Pr(D_i)$  で表されるトレーダーごとの事前情報を用いて、配当の期待値を計算する。

このように、シミュレーションを通じて実現配当を条件とする市場価格に関するヒストグラムの更新を積み重ねていくことにより、トレーディング期間を重ねるごとに学習が行われていく。

図 2.8: 学習のアルゴリズム詳細



ノイズトレーダー： ノイズトレーダーは、配当に関する期待値を、情報を用いずにランダムに形成する。これは、流動性需要による取引などといった、情報に依らない取引を行うトレーダーを表現しており、市場にとっては攪乱要素として捉えられる。

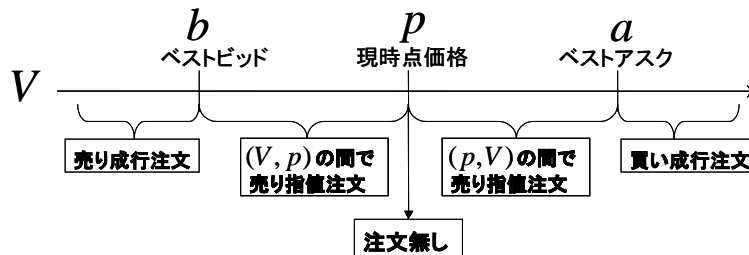
### 注文の作成

トレーダーは、「期待形成」において算出した配当に関する期待を元に注文を作成する。ただし、1度の注文で取引できる取引量は1単位に固定する。

オークションシステムの場合： 配当に関する期待値を  $V$  とすれば、オークションシステムにおけるトレーダーの注文作成アルゴリズムは、図 2.9、表 1 のようになる。まず、現時点における市場価格と配当に関する期待値を比較し、期待値が大きければ買い、小さければ売り、同じならば取引をしないとする。次に、ベストビッド（板

上にある買い注文の中で最も注文価格が高いもの)やベストアスク(板上にある売り注文の中で最も注文価格が低いもの)が存在する場合は、ベストビッドより配当に関する期待値が低ければトレーダーにとって条件が良いので、即時に執行するために売りの成行注文を出す。同様に、ベストアスクより期待値が大きければ買いの成行注文を出す。この条件以外、もしくはベストビッドやベストアスクが無い場合は、 $(p, V)$  もしくは  $(V, p)$  の間で指値で注文を行う。このとき、 $(p, V)$  や  $(V, p)$  の間のいずれの値になるかは、ランダムで決定することとする。

図 2.9: オークションにおけるトレーダーの注文決定方法



マーケットメーカーシステムの場合： マーケットメーカーシステムにおけるトレーダーの注文作成は、トレーダーの配当に関する期待値  $V$ 、マーケットメーカーの提示するアスククォート  $A$ 、ビッドクォート  $B$  によって決定される。

- 買い注文：  $V > A$  のとき
- 売り注文：  $V < B$  のとき
- 注文無し：  $A \leq V \leq B$  のとき

## 2.5 取引システムのモデル化

### オークションシステムのモデル化

本論文では、2.1 節で述べたオークションシステムをそのままコンピュータ上に実装し、シミュレーションを行う。また、トレーディング期間の期末において、板上にある注文はすべてクリアすることとする。

### マーケットメーカーシステムのモデル化

次にマーケットメーカーシステムのモデル化について説明する。まず、マーケットメーカーの各時点における行動は以下ようになる。

表 1: オークションにおけるトレーダーの注文決定方法 ( $a$  はベストアスク,  $b$  はベストビッド,  $p$  は株式の現時点の市場価格,  $V$  はトレーダーの配当に関する期待値.)

板の状況	注文	
ビッドとアスクの 両方がある	$V \geq a$	買いの成行注文
	$p < V < a$	$(p, V)$ の間で買い指値注文
	$V = p$	注文無し
	$b < V < p$	$(V, p)$ の間で売り指値注文
	$V \leq b$	売りの成行注文
アスクのみがある	$V \geq a$	買いの成行注文
	$p < V < a$	$(p, V)$ の間で買い指値注文
	$V = p$	注文無し
	$V < p$	$(V, p)$ の間で売り指値注文
ビッドのみがある	$V \leq b$	売りの成行注文
	$p > V > b$	$(V, p)$ の間で売り指値注文
	$V = p$	注文無し
	$V > p$	$(p, V)$ の間で買い指値注文
ビッドとアスクの 両方とも無い	$p > V$	$(V, p)$ の間で売り指値注文
	$V = p$	注文無し
	$p < V$	$(p, V)$ の間で買い指値注文

- 各トレーディング期間の取引時点:

1. アスククォート・ビッドクォートを決定し, 注文を待つ.
2. 注文が来たら執行する. さらに, 注文に基づいて配当の推定を行う (2.5 節「2. 配当の実現確率の推定」).

- トレーディング期末:

3. 実現した配当の値と, トレーディング期間中の注文を用いて, 配当とトレーダーの行動の関係を推定する.

ここで, マーケットメーカーシステムにおいては決定されたビッドクォート・アスククォートに対して注文が来て, これが執行されたときに市場価格となることに注意する. 上記のマー



ケットメーカーの行う行動に伴い、その利用可能な情報を以下のように定義する。

定義 2.3 (マーケットメーカーが利用可能な2つの情報)

- 各取引時点における各トレーダーの注文内容が買い注文か売り注文かという情報。
- 過去のトレーディング期間の期末に実現した株価と配当に関する情報。

先に定義したトレーダーが利用可能な3つの私的情報と異なり、マーケットメーカーが利用可能な2つの情報は、配当に関する事前情報を含まない。従って、トレーダーはマーケットメーカーに対して情報優位者である。数理モデルを用いたマーケットマイクロストラクチャーに関する、Kyle [20], Madhavan [23] の研究においても同様に、トレーダーがマーケットメーカーに対して情報優位者であるという設定がなされている。

以下では定義した情報に留意しつつ、マーケットメーカーが行う行動を詳細に述べる。

## 1. ビッドクォート・アスククォートの決定

ビッドクォート・アスククォートの決定に関しては、Glosten and Milgrom [18] 及び Das [16] を参考にモデル化する。

- $B_{t_k}$  : 取引時点  $t$  に  $k$  番目に来たトレーダーに提示したビッドクォート
- $A_{t_k}$  : 取引時点  $t$  に  $k$  番目に来たトレーダーに提示したアスククォート
- $V_{t_k}$  : 取引時点  $t$  に  $k$  番目に来たトレーダーの配当に関する期待値

と表記する。マーケットメーカーはリスクニュートラルとし、期待利潤を最大化するようにビッドクォート・アスククォートを設定するものとする。さらに、マーケットメーカー間で競争があるため、価格競争にさらされているとする。また、取引コストは考慮しないものとする。

トレーダーがリスクニュートラルであるならば、マーケットメーカーが提示した価格に対して、

買い注文 :  $V_{t_k} > A_{t_k}$  のとき

売り注文 :  $V_{t_k} < B_{t_k}$  のとき

という行動をとる。そのため、マーケットメーカーの期待利潤は、

$$E[(A_{t_k} - D)I_{\{V_{t_k} > A_{t_k}\}} + (D - B_{t_k})I_{\{V_{t_k} < B_{t_k}\}}] , \quad (2.2)$$

となる。ただし、 $D$  は配当価格であり、

$$I_{\{V_{t_k} > A_{t_k}\}} \triangleq \begin{cases} 1 & (\text{if } V_{t_k} > A_{t_k}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases},$$

$$I_{\{V_{t_k} < B_{t_k}\}} \triangleq \begin{cases} 1 & (\text{if } V_{t_k} < B_{t_k}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases},$$

なる定義関数である。このとき、マーケットメーカーの利潤は、トレーダーの損失となる。

ここでマーケットメーカーの価格競争について説明する。同一の情報、同一の取引相手（トレーダー）を持つ 2 人<sup>3</sup>のリスクニュートラルなマーケットメーカーが市場で取引を行っているとする。一方のマーケットメーカー M1 が、

$$A_{t_k}^1 > E[D|V_{t_k} > A_{t_k}^1] ,$$

というアスククォートを付けたとしよう。ここで右辺は、取引時点  $t$  で  $k$  番目に来たトレーダーが買い注文を行う、とマーケットメーカー M1 が考えたときに、その M1 が予想する期待配当額を意味する。そのとき、もう 1 人のマーケットメーカー M2 は、

$$A_{t_k}^1 > A_{t_k}^2 \geq E[D|V_{t_k} > A_{t_k}^2] ,$$

というアスククォートを付けると考えられる。トレーダーにとっては  $A^1$  よりも  $A^2$  の方が条件が良いため、すべての取引をマーケットメーカー M2 と行うことを選択するからである。そのため、マーケットメーカー M2 は取引による利益を独占でき、他方でマーケットメーカー M1 は取引を行うことができず利益をあげることができない。そのため、今度はマーケットメーカー M1 も次式のようにアスククォートを下げること考える。

$$A_{t_k}^2 > A_{t_k}^1 \geq E[D|V_{t_k} > A_{t_k}^1] .$$

これが繰り返され、最終的にマーケットメーカーの行動は、

$$A_{t_k} = E[D|V_{t_k} > A_{t_k}] , \tag{2.3}$$

となる。ビッドクォートについても同様に、

$$B_{t_k} = E[D|V_{t_k} < B_{t_k}] , \tag{2.4}$$

となる。

---

<sup>3</sup>2 人以上でもかまわないが、説明の簡単化のため 2 人としておく。

さて、マーケットメーカーが提示する、(2.3) 式で表されるアスククォートは Bayes の定理より、

$$A_{t_k} = E[D|V_{t_k} > A_{t_k}] = \sum_{i=1}^n D_i Pr(D_i|V_{t_k} > A_{t_k}) \quad (2.5)$$

$$= \sum_{i=1}^n D_i \frac{Pr(V_{t_k} > A_{t_k}|D_i)Pr(D_i)}{\sum_j Pr(V_{t_k} > A_{t_k}|D_j)Pr(D_j)} \quad , \quad (2.6)$$

として与えられる。同様にして、(2.4) 式で表されるビッドクォートは、

$$B_{t_k} = E[D|V_{t_k} < B_{t_k}] = \sum_{i=1}^n D_i Pr(D_i|V_{t_k} < B_{t_k}) \quad (2.7)$$

$$= \sum_{i=1}^n D_i \frac{Pr(V_{t_k} < B_{t_k}|D_i)Pr(D_i)}{\sum_j Pr(V_{t_k} < B_{t_k}|D_j)Pr(D_j)} \quad , \quad (2.8)$$

となる。以上より、マーケットメーカーの価格付け、つまり取引時点  $t$  に  $k$  番目に来たトレーダーに提示するアスククォートとビッドクォートはそれぞれ (2.6)(2.8) 式で与えられる。

アスククォートとビッドクォートを決定するためには、配当に関する条件付確率、つまり (2.5) 式に示される  $Pr(D_i|V_{t_k} > A_{t_k})$  と (2.7) 式に示される  $Pr(D_i|V_{t_k} < B_{t_k})$  をそれぞれマーケットメーカーが知る必要がある。これらをマーケットメーカーが学習すべき、「配当に関する事後確率」とみなせば、Bayes の定理により、二つの確率に分けて捉えることができる。

一つ目の確率は「配当に関する事前確率」、 $Pr(D_i)$ 、であり (2.6)(2.8) 式の分子の第 2 項目に示される。

二つ目の確率は「トレーダーが買い/売り注文を行う条件付確率」であり、アスククォートの決定に際しては (2.6) 式の分子の第 2 項に示される  $Pr(V_{t_k} > A_{t_k}|D_i)$  と、ビッドクォートの決定に際しては (2.8) 式の第 2 項に示される  $Pr(V_{t_k} < B_{t_k}|D_i)$  である。

## 2. 配当の実現確率の推定

前節に述べたように、マーケットメーカーが最適なアスククォートとビッドクォートを決定するためには、注文をシグナルとして配当の実現確率を推定する必要がある。私的情報を持たないマーケットメーカーにとって、私的情報を持つトレーダーは情報優位者であり、情報優位者との取引は不利益となるからである。そのため、注文から情報を引き出して情報格差を埋めることで、不利益を回避しようとする。

具体的にマーケットメーカーは以下のように情報を更新していく。各トレーディング期間  $m(m = 1, \dots, M)$  の期首において、マーケットメーカーは配当に関する事前確率  $Pr(D_i)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) を等確率、つまり  $Pr(D_i) = \frac{1}{n}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) とする。そして、買い注文が来た際の

配当価格に関する事後確率は,

$$\Pr(D_i | V_{t_k} > A_{t_k}) = \frac{\Pr(V_{t_k} > A_{t_k} | D_i) \Pr(D_i)}{\sum_j \Pr(V_{t_k} > A_{t_k} | D_j) \Pr(D_j)} ,$$

となる. 他方, 売り注文が来た際には,

$$\Pr(D_i | V_{t_k} < B_{t_k}) = \frac{\Pr(V_{t_k} < B_{t_k} | D_i) \Pr(D_i)}{\sum_j \Pr(V_{t_k} < B_{t_k} | D_j) \Pr(D_j)} ,$$

となる. この事後確率  $\Pr(D_i | V_{t_k} > A_{t_k})$  もしくは  $\Pr(D_i | V_{t_k} < B_{t_k})$  を, 次のトレーダーに提示するアスククォートとビッドクォートのペア  $(A_{t_{k+1}}, B_{t_{k+1}})$  を決定する際の事前分布  $\Pr(D_i)$  とする. これを繰り返すことで配当の実現値を推定していき, より最適な価格付けを目指すこととする.

ただし, 株式が清算され配当が配られた時点で,  $\Pr(D_i)$  の確率はリセットされ等確率に戻すこととする.

### 3. トレーダーが買い / 売り注文を行う条件付確率の推定

前々節に述べたように, マーケットメーカーはアスククォートとビッドクォートを決定するために, 前節で述べた配当の実現確率に加え, トレーダーが買い / 売り注文を行う条件付確率を推定する必要がある. つまり, 実現した配当とトレーダーの行動から, 配当価格とトレーダーの行動の関係を推定することで, トレーダーの注文から引き出せる情報をより正確なものとする.

まず, 取引期間中にトレーダーの注文およびそのときのビッド・アスククォートを記憶しておく. さらに, トレーダーが行う2つの行動,

トレーダーが買い注文を行う :  $V_{t_k} > A_{t_k}$  のとき

トレーダーが売り注文を行う :  $V_{t_k} < B_{t_k}$  のとき

の回数をそれぞれ記憶しておく. このとき, 各トレーディング期間の期末に実現する配当ごとに, トレーダーが行う買い / 売り注文の条件付確率に関するヒストグラム (経験分布) を構成することができる. つまり, この経験分布から, トレーダーが買い注文を行う条件付確率  $\Pr(V_{t_k} > A_{t_k} | D_i)$ , トレーダーが売り注文を行う条件付確率  $\Pr(V_{t_k} < B_{t_k} | D_i)$  を読み取ることができる.

この経験分布はシミュレーションを通してリセットされることはなく, 学習は継続的に積み重ねられていくこととする.

### 3 分析方法

#### 3.1 分析に用いる指標

セミストロングフォームの市場効率性が成立している場合には、市場価格はすべての情報を完全に反映した価格になっていると考えられる。そこで、各トレーディング期間  $m(m = 1, \dots, M)$  を経るごとに、市場が効率的になる過程を、以下の式で表される市場価格と完全情報に基づく価格（合理的期待価格）との乖離度（以下、「価格 - REE スプレッド」）により計測する。

$$\Delta_m^p = \frac{1}{L} \sum_{t=T-L+1}^T |p_t - REE| \quad (m = 1, \dots, M) \quad (3.9)$$

但し、 $REE$  は合理的期待価格、 $p_t$  は市場価格、 $T$  はトレーディング期末時点、 $L$  はその期末取引時点から数時点分の平均を取るための定数である。

また、セミストロングフォームの市場効率性が成立していたとしても、それがトレーダーレベルにおいて情報の流通がなされ、情報の格差が是正されたためであるという保証はない。よって、各トレーディング期間  $m(m = 1, \dots, M)$  を経るごとに、各トレーダーの期待が完全情報を反映させたものに近づいていく過程を、以下の式で表される指標（以下、「期待 - REE スプレッド」）により計測する。

$$\Delta_m^E = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |E_n[D|p] - REE| \quad (m = 1, \dots, M) \quad (3.10)$$

但し、 $E_n[\cdot]$  は  $n$  番目のトレーダーの期待を表す。 $\Delta_m^p$  が市場全体の効率性を測るのに対して、この指標はトレーダーの期待も合理的期待に近づいていることを計測するためのものである。

マーケットメーカーシステムを採用した市場においては、トレーディング期末におけるマーケットメーカーの配当に関する主観確率 ( $Pr(D_i)$ ) を計測する。これは、2.5 節の「2. 配当の推定」に述べたようにマーケットメーカーがトレーディング期間中に、取引を通して十分に学習を行い、情報を反映した価格付けを行えているか否かを分析するためである。計測は、トレーディング期間の 20 回ごとに Kallback-Leibler 情報量（以下、「KL 情報量」）を用いて、初期分布（一様分布）からの距離を測ることで行う。KL 情報量 ( $I_m$ ) は、以下の式で算出される。

$$I_m = \sum_{i=1}^4 \Pr(D_i) \cdot \log(4 \cdot \Pr(D_i)) \quad (m = 1, \dots, M) \quad (3.11)$$

以上の値の変化を調べることで、市場価格が情報を反映したものとなっているか、すなわち市場が効率的になっているかについて検証する。

## 3.2 既存研究との繋がり

### マイクロストラクチャーモデルにおける効率性の評価

Madhavan [23] は、セミストロング型の市場効率性を次のように定義している。時点  $t$  でトレーダーが利用可能なすべての情報  $\Phi_d^t$  が与えられたときに、時点  $t+1$  での証券の清算価格の条件付き期待値が、時点  $t$  での市場価格に等しいとき、つまり、

$$E[\tilde{v}_{t+1}|\Phi_d^t] = p_t \quad , \quad (3.12)$$

であるときに、セミストロング型の市場効率性が成立するという。

### 人工株式市場における効率性の評価

他方で Chan et al [14] では、人工株式市場分析において、時間の経過とともに市場価格が効率的になる過程を評価する指標を提案している。まず (3.12) 式から、

$$\Delta^* \triangleq p_t - E[\tilde{v}_{t+1}|\Phi_d^t] \quad ,$$

と定義する。さらに、人工株式市場分析においては、各トレーディング期間の期首において配当が決定される（但し、期末に公開情報となる）。したがって、すべての情報が与えられたときの清算価格の条件付き期待値は、その配当額であるので、

$$v = E[\tilde{v}_{t+1}|\Phi_d^t] \quad ,$$

として評価可能である。以上より、単純な差分である  $\Delta^*$  に絶対値を取り、

$$\Delta \triangleq |p_t - v| \quad , \quad (3.13)$$

を定義する。これは時間経過に伴う市場効率性の変化を評価する指標である。この値が 0 に近いほど効率的となる。

### マイクロストラクチャーモデルにおけるトレーダーの合理的期待形成の評価

Bennouri [13] では、マイクロストラクチャーモデルの数理分析において、以下のような指標  $e$  を提案している。

$$e \triangleq 1 - \frac{\text{var}(\tilde{v}|p)}{\text{var}(\tilde{v})} \quad . \quad (3.14)$$

但し、 $\tilde{v}$  は証券の清算価格、 $p$  は市場価格である。この指標は、市場価格  $p$  を知ることによって、清算価格  $\tilde{v}$  の分布のばらつきをどの程度まで抑えられるかを表している。市場価格から証券

の清算価格を完全に導き出せる, すなわち価格から清算価格を完全に読み取れるとき (価格が完全に情報を繰り込んでいるとき),  $var(\tilde{v}|p) = 0$  となるため  $e = 1$  となる. 他方, 市場価格から証券の清算価格の情報を全く引き出せないとき, すなわち市場価格が情報を全く反映していない場合,  $var(\tilde{v}|p) = var(\tilde{v})$  となるため  $e = 0$  となる. また,  $e$  は  $[0, 1]$  の値を取り, さらにこの区間において単調増加である.

## 人工株式市場におけるトレーダーの合理的期待形成の評価

若林 [9] では, トレーダーの合理的期待形成を評価するために以下の指標を導入している.

$$\Delta^E \triangleq |E[\tilde{v}|p] - v| \quad (3.15)$$

この指標は, 値が小さいほど合理的期待形成がなされていることを表す.

Bennouri [13] と若林 [9] の 2 つの指標は, ほぼ同一の意味合いを持つことを以下に示す.

人工株式市場分析において, 配当は一様分布に従う確率変数として表されるが, 各トレーディング期間の期首において配当が決定され実現値を取る (但し, 期末に公開情報となる). 一方で, マイクロストラクチャーモデルの数理分析では, 清算価格 (配当) は正規分布に従う確率変数 ( $\tilde{v}$ ) で表現されるのみであり, 実現値を用いることはできない. したがって, 配当がわからない状態で期待値を取ることで, 測定することとなる. 例えば,  $\Delta^E$  ならば,

$$\Delta^{E*} = E[|E[\tilde{v}|p] - \tilde{v}|p]$$

となる.

ここで, 次のことが言える.

### 定理 3.1

市場価格 ( $p$ ) が与えられたもとで証券の清算価格 ( $\tilde{v}$ ) が正規分布に従うならば, 2 つの指標  $e$  と  $\Delta^{E*}$  は効率性の大小を比較する指標としての意味は同一である.

証明は付録に示す.

以上のことより, Bennouri [13] で提案された指標  $e$  と若林 [9] で提案された指標  $\Delta^E$  は, ほぼ同様の観点から見ていけると言える. ただ,  $e$  が非線形となるのに対して  $\Delta^E$  は線形となり扱い易いため, 人工株式市場では  $\Delta^E$  の方が扱い易い.

## 4 シミュレーション

1 回のシミュレーションは 200 回のトレーディング期間から構成されるものとし, 1 トレーディング期間は 25 の取引時点から構成されるものとする. また, 情報の種類に応じていくつかのシミュレーションを行ったが, それぞれのシミュレーションは同一の条件のもとで 100 回行った. 以下ではそれぞれのシミュレーションごとの設定について述べる.

## 4.1 シミュレーション 1

### 4.1.1 設定

完全情報を保有するトレーダーと全く情報を持たないトレーダーのみが存在する設定下でのシミュレーションを行う。こうした設定は, Madhavan [23] など, マーケットマイクロストラクチャーにおいて研究されており, 本研究では確認的なシミュレーションであると位置づけられる。

このシミュレーションでは, あるグループのトレーダー (グループ 1-1) は, 配当の実現値の完全情報を事前情報として得ることができる。他方, 残りのトレーダー (グループ 1-2) は事前情報を得ることができず, 配当の各状態が同確率で起こると想定して取引を行う。例えば, 図 4.1 および図 4.2 で黒塗りされた状態 (配当=2) が実現する例を考える。グループ 1-1 のトレーダーは期末の配当が 2 であるという情報を得る。グループ 1-2 は情報を得ることができず, 図 4.2 の各状態がそれぞれ同確率に起こると考える。

各グループは 20 人のトレーダーで構成され, さらに 5 人のノイズトレーダーが存在する市場においてシミュレーションを行う。

図 4.1: グループ 1-1

D1	D2	D3	D4

図 4.2: グループ 1-2

D1	D2	D3	D4

### 4.1.2 シミュレーション結果

シミュレーション 1 において計測した  $\Delta^p, \Delta^E$  について 100 回のシミュレーションの平均を図 4.3 に示す。また図 4.4, 図 4.5 は実現した配当状態ごとの市場価格の平均頻度を表している。

図 4.3 を見るに,  $\Delta^p, \Delta^E$  はオークションシステム, マーケットメーカーシステムいずれを採用した場合においても, かなり低いレベルまで減少していることがわかる。これは, 事前情報を持たないトレーダーが取引を通じて, 学習を行った結果であると言える。また, マーケットメーカーシステムを採用した場合の  $\Delta^p, \Delta^E$  の方が, オークションシステムを採用した場合のそれよりも低い値を示しており, マーケットメーカーシステムを採用した方がより効率的になることがわかる。

図 4.4 と図 4.5 を比較すると, マーケットメーカーシステムを採用した場合の方が, 市場価格がより実現配当の周辺に集中している。ここからも, マーケットメーカーシステムを採



用した場合の方が、トレーダーの学習効果が高く、市場がより効率的になっていくことがわかる。

図 4.3: シミュレーション1の結果. 取引システムとして「オークションシステム」と「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に、トレーディング期間を経て、市場が効率的になっていくかを、「価格 - REE スプレッド ( $\Delta_m^P$ )」と「期待 - REE スプレッド ( $\Delta_m^E$ )」により示したもの (100 回の平均).

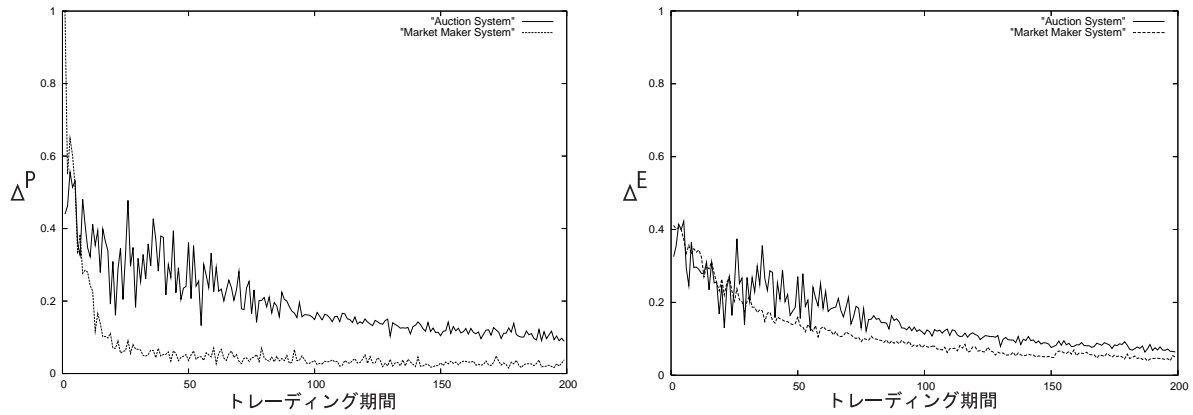


図 4.4: シミュレーション 1 において、「オークションシステム」を採用した場合に実現した  
 配当ごとの市場価格の頻度を示したもの ( 100 回の平均).

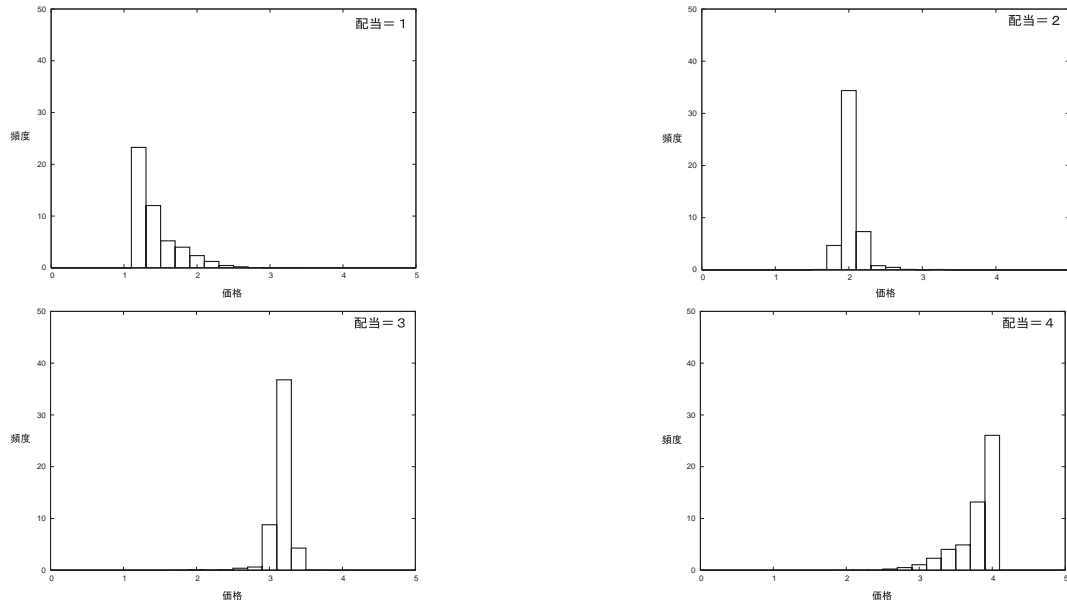


図 4.5: シミュレーション 1 において、「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に実  
 現した配当ごとの市場価格の頻度を示したもの ( 100 回の平均).

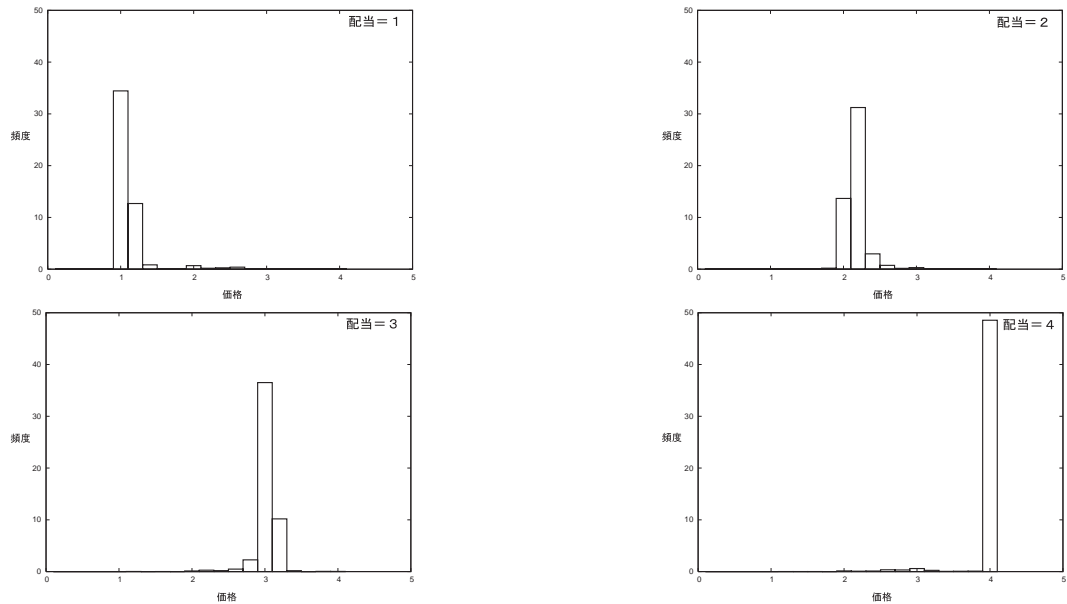


図 4.6: シミュレーション 1 において、「マーケットメーカーシステム」を採用した場合のマーケットメーカーの学習効果を「KL 情報量」により示したもの

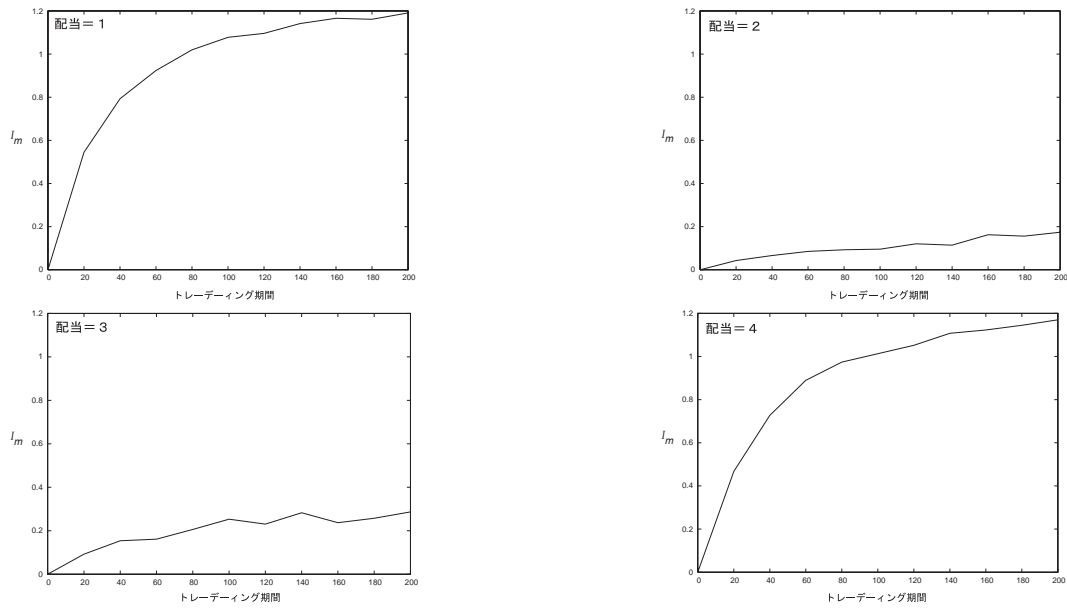
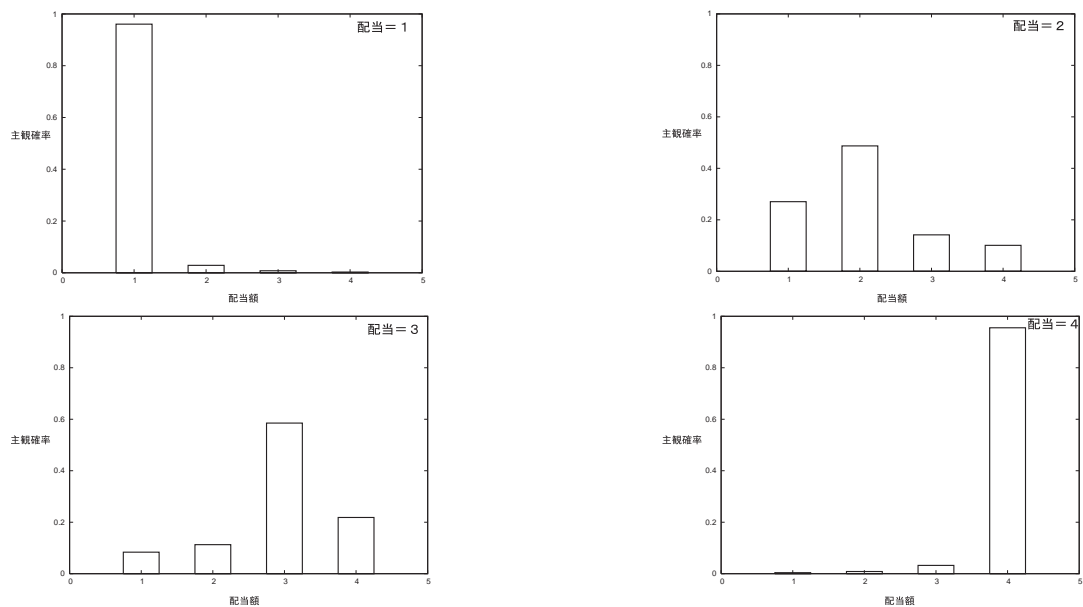


図 4.7: シミュレーション 1 において、「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に、マーケットメーカーが学習した配当に関する主観確率を実現した配当ごとに示したもの (100 回の平均). 学習は 2.5 節の「2. 配当の推定」に基づいて行った.



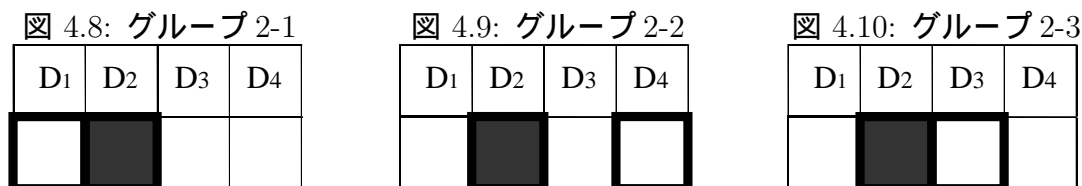
## 4.2 シミュレーション 2

### 4.2.1 設定

シミュレーション 2 では完全情報が存在しない市場について考察する。具体的には各トレーダーは、実際に実現する状態を含んだ 2 つの状態が 50 % ずつの確率で生じる、という情報を得る。例えば、図 4.8、図 4.9 および図 4.10 で黒塗りされた状態 (配当=2) が実現する例を考える。あるグループ (グループ 2-1) は図 4.8 において、黒塗りを含め太線で囲まれた状態が 50 % ずつで生じるという情報を得る。同様に、グループ 2-2、グループ 2-3 はそれぞれ図 4.9 および図 4.10 において黒塗りを含め太線で囲まれた状態が 50 % ずつで生じるという情報を得る。

このシミュレーションにおいては、市場に完全情報が存在しない状況において、取引価格がどれだけ情報に基づいたものとなるか、すなわち分散された情報から市場が適正な価格を発見できるか否かを検証する。

各グループは 15 人のトレーダーで構成され、さらに 5 人のノイズトレーダーが存在する市場においてシミュレーションを行う。



### 4.2.2 シミュレーション結果

シミュレーション 2 において計測した  $\Delta^p, \Delta^E$  について 100 回のシミュレーションの平均を図 4.11 に示す。また図 4.12, 図 4.13 は実現した配当状態ごとの市場価格の平均頻度を表している。

図 4.11 を見るにシミュレーション 1 と同様に、 $\Delta^p, \Delta^E$  はオークションシステム、マーケットメーカーシステムいずれを採用した場合においても、かなり低いレベルまで減少しており、市場価格が合理的期待価格に収束していることがわかる。若干ではあるが、オークションシステムを採用した場合の  $\Delta^p, \Delta^E$  の方が、マーケットメーカーシステムを採用した場合のそれよりも低い値を示しており、オークションシステムを採用した方がより効率的になることがわかる。また、シミュレーション 1 の結果と比較した場合、オークションシステムが大きな違いが無いのに比べ、マーケットメーカーシステムの場合は効率性が明らかに落ちていることがわかる。このことから、マーケットメーカーシステムは市場における情報量の低下に影響され易いということが言える。

図 4.12 と図 4.13 を比較すると、特に配当が 2, 3 のときにオークションシステムを採用した市場の方が、取引価格が実現配当の辺りに集中している。他方で、図 4.14, 図 4.15 を見ると、シミュレーション 1 に比べると、マーケットメーカーが期中に十分な学習を行えていないことがわかる。特に配当が 2, 3 のときには、学習が途中で止まってしまっていることがわかる。

図 4.11: シミュレーション 2 の結果。取引システムとして「オークションシステム」と「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に、トレーディング期間を経て、市場が効率的になっていくかを、「価格 - REE スプレッド ( $\Delta_m^P$ )」と「期待 - REE スプレッド ( $\Delta_m^E$ )」により示したもの (100 回の平均)。

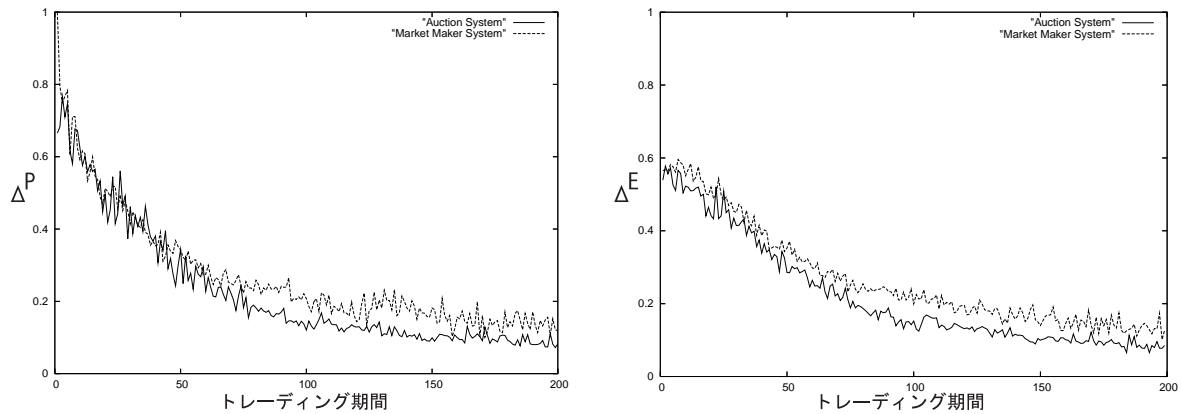


図 4.12: シミュレーション 2 において、「オークションシステム」を採用した場合に実現した配当ごとの市場価格の頻度を示したもの ( 100 回の平均).

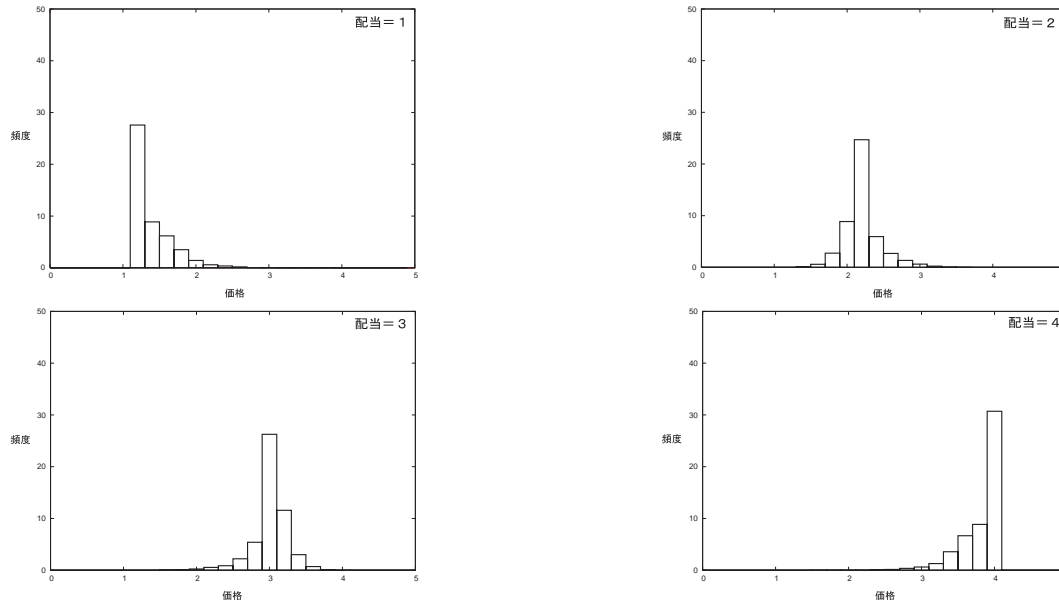


図 4.13: シミュレーション 2 において、「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に実現した配当ごとの市場価格の頻度を示したもの ( 100 回の平均).

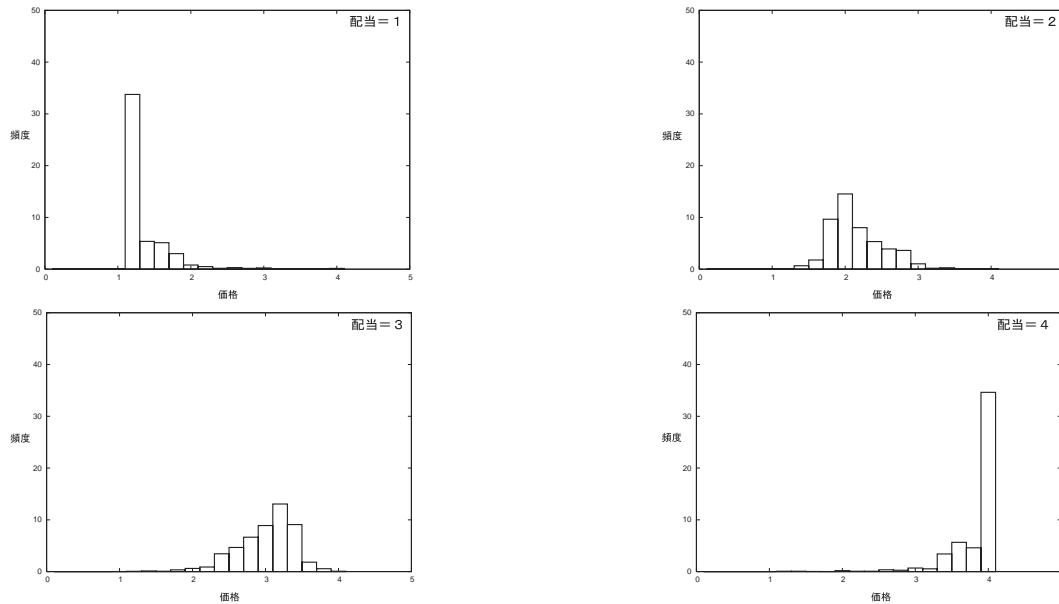


図 4.14: シミュレーション 2 において, 「マーケットメーカーシステム」を採用した場合のマーケットメーカーの学習効果を「KL 情報量」により示したもの

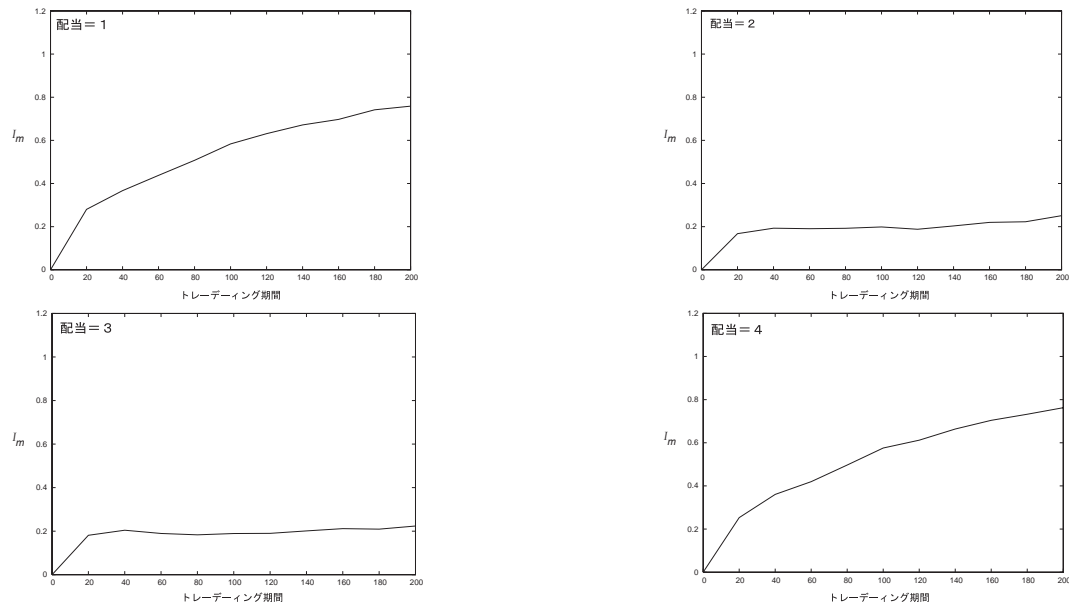
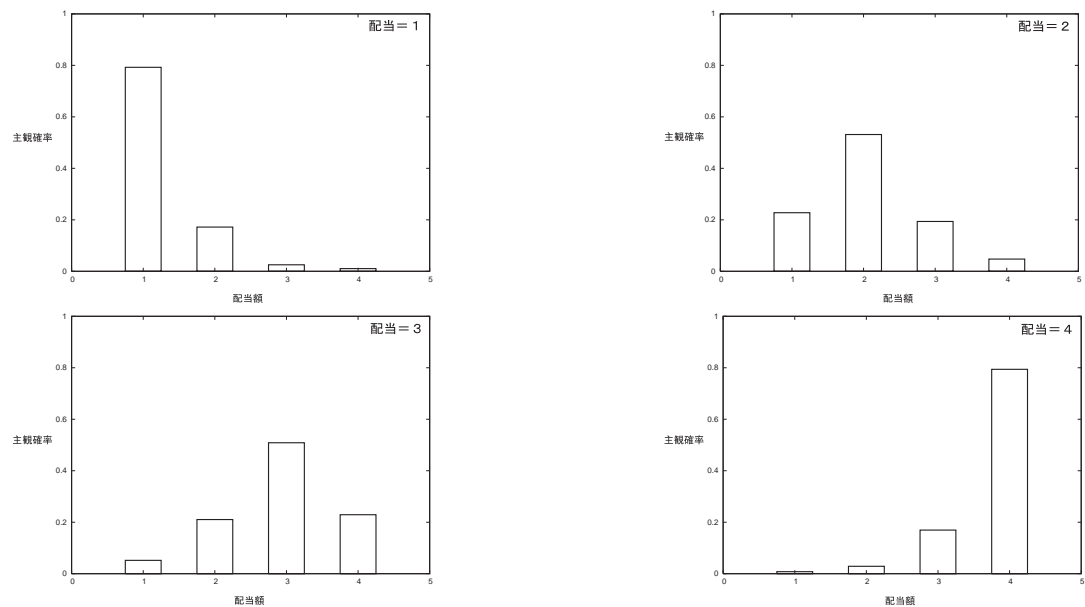


図 4.15: シミュレーション 2 において, 「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に, マーケットメーカーが学習した配当に関する主観確率を実現した配当ごとに示したもの (100 回の平均). 学習は 2.5 節の「2. 配当の推定」に基づいて行った.



## 4.3 シミュレーション 3

### 4.3.1 設定

シミュレーション 3 ではシミュレーション 2 と同様、完全情報が存在しない市場について考察する。具体的には各トレーダーは、実現しない 1 つの状態がわかる、という情報を得る。例えば、図 4.16、図 4.17 および図 4.18 で黒塗りされた状態 (配当=2) が実現する例を考える。あるグループ (グループ 3-1) は図 4.16 において、黒塗りを含め太線で囲まれた状態が  $1/3$  の確率で生じるという情報を得る。同様にして、グループ 3-2、グループ 3-3 はそれぞれ図 4.17 および図 4.18 において黒塗りを含め太線で囲まれた状態が  $1/3$  の確率で生じるという情報を得る。

このシミュレーションにおいてはシミュレーション 2 と同様に、市場が適正な価格を発見できるか否かを検証するものである。シミュレーション 2 よりも、市場全体の情報が少ない状況を想定する。

各グループは 15 人のトレーダーで構成され、さらに 5 人のノイズトレーダーが存在する市場においてシミュレーションを行う。

図 4.16: グループ 3-1

D1	D2	D3	D4
	■		

図 4.17: グループ 3-2

D1	D2	D3	D4
	■		

図 4.18: グループ 3-3

D1	D2	D3	D4
	■		

### 4.3.2 シミュレーション結果

シミュレーション 3 において計測した  $\Delta^p, \Delta^E$  について 100 回のシミュレーションの平均を図 4.19 に示す。

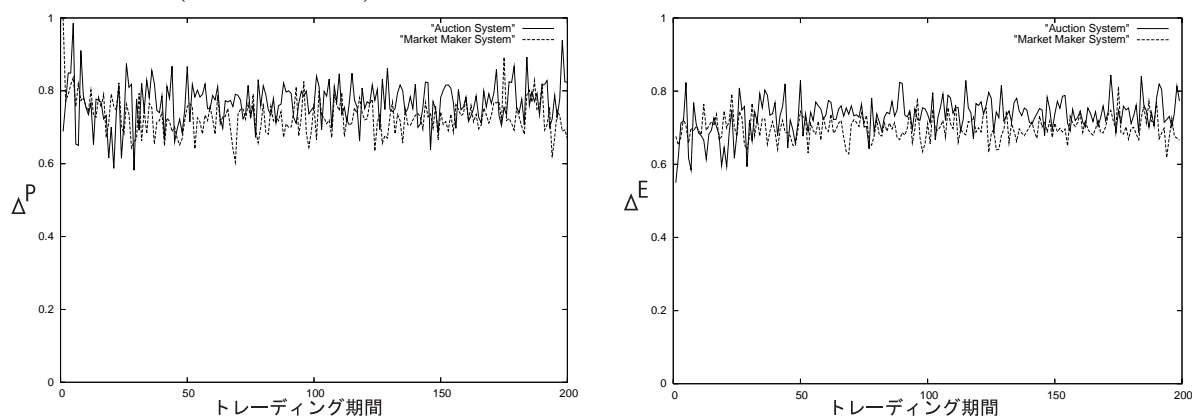
図 4.19 では、オークションシステムとマーケットメーカーシステムのいずれの場合においても、 $\Delta^p, \Delta^E$  とともに減少・増加等の傾向はまったく見られなかった。

これは、市場全体における情報量が不十分なため、取引を繰り返してもトレーダーもマーケットメーカーも十分な学習が行うことができなかつたためと考えられる。結果として、オークションシステムとマーケットメーカーシステムのいずれにおいても、 $\Delta^p, \Delta^E$  が減少、すなわち市場が効率的にならなかつたと考えられる。

これは、市場に十分な情報が存在しなければ市場が効率的になることはなく、取引システムのみでそれを改善することは困難であることを示している。



図 4.19: シミュレーション 3 の結果. 取引システムとして「オークションシステム」と「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に, トレーディング期間を経て, 市場が効率的になっていくかを, 「価格 - REE スプレッド ( $\Delta_m^p$ )」と「期待 - REE スプレッド ( $\Delta_m^E$ )」により示したものの (100 回の平均).



## 4.4 シミュレーション 4

### 4.4.1 設定

シミュレーション 4 では, シミュレーション 2 と同様の設定の下で, ノイズトレーダーの人数を変えてシミュレーションを行う. 具体的にはシミュレーション 2 において 5 人としたノイズトレーダーを, 10 人, 20 人, 30 人とした場合においてシミュレーションを行う.

このシミュレーションでは, ノイズトレーダーという市場の攪乱要因が, 市場の価格発見にどのような影響をもたらすかを検証する.

### 4.4.2 シミュレーション結果

シミュレーション 4 において計測した  $\Delta^p, \Delta^E$  について 100 回のシミュレーションの平均をそれぞれ図 4.20, 図 4.21 に示す.

まずオークションシステムを採用した場合を見ると, ノイズトレーダーの増加に伴って合理的期待価格と取引価格の乖離の程度は大きくなっていくものの, 取引を通じて市場が効率的になっていると見ることができる. 他方マーケットメーカーシステムを採用した場合は, ノイズトレーダーの増加に伴い減少傾向が薄くなっている. 特に, ノイズトレーダーを 30 人導入したときには, トレーディング期間が 20 を越えた辺りから減少傾向が無くなってしまっている. 以上から, マーケットメーカーシステムの方がノイズトレーダーによる攪乱の影響を受けやすいということが言える.

これは, 価格決定がマーケットメーカーに依存しているため, ノイズトレーダーの取引によって適切な価格形成が阻害され易く, また, それがトレーダーの誤学習を招き, 最終的に合

理的期待価格と取引価格の乖離を生んでしまったためと考えられる。オークションシステムにおいては、十分な情報を持ったトレーダーの価格決定によって、価格が情報を反映する方向へと是正されていったと考えられる。

図 4.20: シミュレーション 4 の結果. 取引システムとして「オークションシステム」と「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に、トレーディング期間を経て、市場が効率的になっていくかを、「価格 - REE スプレッド ( $\Delta^P_m$ )」により示したもの (100 回の平均. 左からノイズトレーダーが 10 人, 20 人, 30 人の場合.).

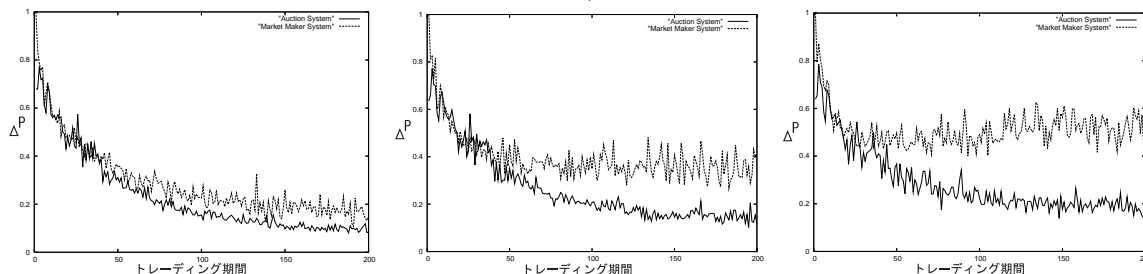
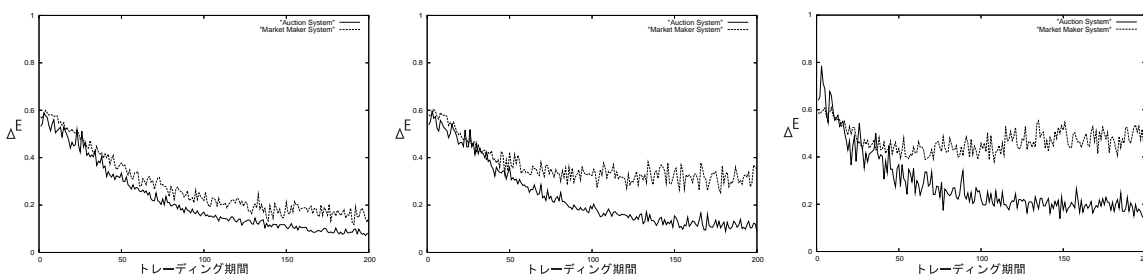


図 4.21: シミュレーション 4 の結果. 取引システムとして「オークションシステム」と「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に、トレーディング期間を経て、市場が効率的になっていくかを、「期待 - REE スプレッド ( $\Delta^E_m$ )」により示したもの (100 回の平均. 左からノイズトレーダーが 10 人, 20 人, 30 人の場合.).



## 4.5 シミュレーション 5

### 4.5.1 設定

シミュレーション 5 では、シミュレーション 2 と同様の設定の下で、トレーダーが期首に所有している株式数に制約を課し、1 人のトレーダーが 1 トレーディング期間で出せる売り注文に制限をかける。具体的には、トレーダーが期首に所有している株式数を 20, 15, 10 とした場合においてシミュレーションを行う。

このシミュレーションでは、市場に流通している株式数が少ない場合において、市場の価格発見機能がどのような影響を受けるかについて検証している。

#### 4.5.2 シミュレーション結果

シミュレーション5において計測した  $\Delta^p, \Delta^E$  について100回のシミュレーションの平均をそれぞれ図4.22, 図4.23に示す。

まず図4.22を見ると、マーケットメーカーシステムを採用した場合においては、トレーダーの期首保有株式数に制限をかけても、 $\Delta^p$ の値は取引を通して順調に低下し、影響をあまり受けていないことがわかる。他方で、オークションシステムを採用した場合においては、株式数の制限によって $\Delta^p$ の値の減少が小さくなり、その影響を強く受けていることがわかる。次に、図4.23を見ると、株式数の制限によって、オークションシステムを採用した場合の方が、マーケットメーカーシステムを採用した場合よりも影響を受けてはいるが、 $\Delta^p$ ほどには影響を受けていないことがわかる。

これには次のようなことが考えられる。オークションシステムにおいては、売り買い双方の注文が市場に来て初めて取引が成立するため、トレーダーの期首保有株式数に制約がかかることで取引の成立量が著しく低下してしまう。結果として、トレーダーが情報を持っているとしても、その情報が十分に市場価格に反映されなくなってしまう。他方で、マーケットメーカーシステムにおいては、マーケットメーカーが取引を仲介し価格付けを行うため、取引の成立量の低下がオークションよりも緩やかとなる。結果として取引を介して、その量は多少は低くなるものの、トレーダーの情報が市場価格に反映されるようになると考えられる。

図4.22: シミュレーション5の結果。取引システムとして「オークションシステム」と「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に、トレーディング期間を経て、市場が効率的になっていくかを、「価格 - REE スプレッド ( $\Delta_m^p$ )」により示したもの(100回の平均。左から初期保有株数が20枚, 15枚, 10枚の場合)。

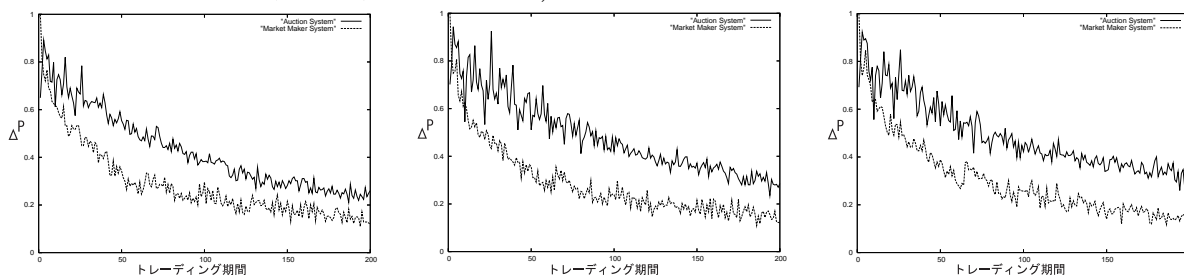
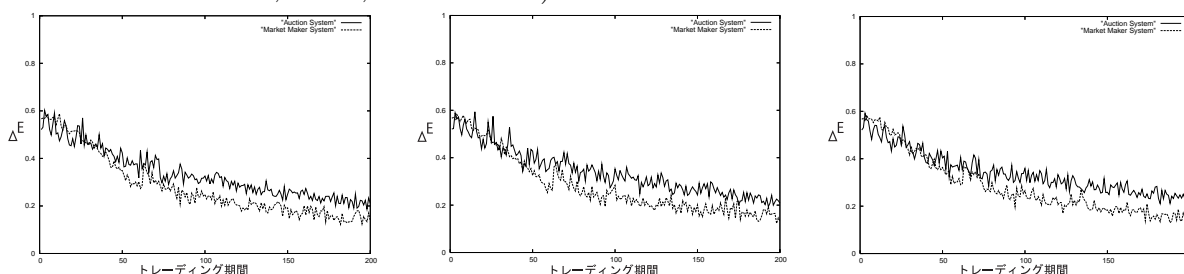


図 4.23: シミュレーション5の結果. 取引システムとして「オークションシステム」と「マーケットメーカーシステム」を採用した場合に, トレーディング期間を経て, 市場が効率的になっていくかを, 「期待 - REE スプレッド ( $\Delta_m^E$ )」により示したもの (100 回の平均, 左から初期保有株式が 20 枚, 15 枚, 10 枚の場合).



## 5 結論

本論文では, 取引システムが取引価格に与える影響を, 人工株式市場アプローチを用いて分析した.

マーケットマイクロストラクチャーに関する数理モデルの分析に依れば, Madhavan [23] においてはマーケットメーカーシステムの方が, Bennouri [13] においてはオークションシステムの方が効率性が高いと結論付けられていた. これに対して本研究では, 効率性は市場環境に依るところが大きく, 一概にどちらの効率性が高いとは言えないとした上で, 市場の不確実性が高い状況では, オークションシステムの方が効率性が高く, 株式の流通量が低下した状況では, マーケットメーカーシステムの方が効率性が高くなるということを示した.

また一般に, 流動性が低い市場ではそれを補うためにマーケットメーカーシステムを, 流動性が高い市場では指値注文を公開することで, 市場に価格情報を浸透させ情報の非対称性を解消するためにオークションシステムを採用すると言われている. 本研究の結果はこうした定性的な議論とも整合的である.

本研究の結果として, 以下の点が示唆される. 第一に, マーケットメーカーシステムはオークションシステムと比較して, 情報の不確実性の増加や攪乱要因に大きな影響を受けてしまうという点である. オークションシステムがトレーダーに価格付けを行わせることで, トレーダーからより多くの情報を市場に出させるのに対して, マーケットメーカーシステムにおいては, トレーダーから出されるのは買いか売りかという少ない情報のみであり, さらに取引価格はマーケットメーカーが得ることのできる情報のみに依っているからであると考えられる.

第二に, オークションシステムはマーケットメーカーシステムと比較して, 株式の流通量の低下に大きな影響を受けてしまうという点である. マーケットメーカーシステムではマー

ネットメーカーが市場の流動性を供給しているため、市場全体の流動性が低下したとしてもある程度の取引量が保たれる。それに対してオークションシステムでは、株式の流通量の低下によって取引量が著しく低下するため、取引を通じた情報伝播が少なくなり、結果市場効率性が損なわれてしまうのである。以上のことから、システム設計においては、株式の流通量や市場環境、上場銘柄の特性などを包括的に検討する必要があると言える。ただ、株式流通量と市場環境のいずれを重視すべきかという議論は、本研究の結果からは明確な答えを出せなかった。この問題は、今後の研究課題としたい。

最後に、効率的な市場を得るためには、市場に十分な情報が存在することが必要である。シミュレーション3で示された通り、市場に十分な情報が存在しなければいずれの取引システムにおいても効率的な市場が達成されることは無かった。すなわち、ある程度の情報が市場に流通している場合においては、取引システムを改良することで市場効率性が高められる反面、市場に流通する情報が不十分であれば取引システムの改良だけでは不十分であると言える。

本研究では、一定期間ののちに株式を清算してしまうことや、トレーダーの取引量は1単位に限定するなどの仮定を置いているため、結果の適用は限定的なものとならざるを得ない。しかし、それを踏まえたうえでも取引システムの決定に関する有意義な知見を示すものであると考える。

## 参考文献

- [1] 和泉潔, 1999, “コンピュータの中の市場：認知機構をもつエージェントからなる人工市場の構築とその評価”, 情報処理学会研究報告 99-ICS-115, pp.47-54.
- [2] 和泉潔, 植田一博, 2000, “人工市場入門”, 人工知能学会誌, Vol.15, No.6, pp941-950.
- [3] 和泉潔, 2003, 人工市場入門 市場分析の複雑系アプローチ, 森北出版.
- [4] 井庭崇, 2001, “エージェントベース経済シミュレーションのためのエージェント設計論”, オペレーションズ・リサーチ 経営の科学 vol46 no10, 日本オペレーションズ・リサーチ学会.
- [5] 宇野淳, 大村敬一, 1998, “マーケットマイクロストラクチャーによる実証的分析 - 第1回 -”, 証券アナリストジャーナル 1998年9月号, pp80-97
- [6] 大村敬一・宇野淳・川北英隆・俊野雅司, 1998, 株式市場のマイクロストラクチャー, 日本経済新聞社.
- [7] 副島豊, 2001, “J G B 先物市場における即時執行制度とボラティリティ”, 現代ファイナンス No10.
- [8] 西出勝正, 2004, “証券取引所における売買形態について”, ニッセイ基礎研究所 REPORT 2004年6月号 REPORT 2.
- [9] 若林義人, 2003, “情報が非対称である人工株式市場における株式価格形成の研究”, 修士論文：慶應義塾大学(政策・メディア研究科).
- [10] U-Mart Project Web Site, “<http://www.u-mart.org/>”.
- [11] Arthur, W.B., J. H. Holland, B. LeBaron, R.G. Palmer, and P. Tayler, 1997, “Asset Pricing Under Endogenous Expectations in an Artificial Stock Market”, *The Economy as an Evolving Complex System 2*, 27, 15-44, Addison-Wesley.
- [12] Audet M., T. Gravelle and J. Yang, 2002, “Alternative Trading Systems : Does One Shoe Fit All”, Bank of Canada Working Paper.
- [13] Bennouri Moez, 2003, “Auction versus Dealership Markets”, Les Cahiers du CREF Working Paper No.03-07.
- [14] Chan N. T., B. LeBaron, A. W. Lo and T. Poggio, 1999, “Agent-Based Models of Financial Markets : A Comparison with Experimental Markets”, *MIT Sloan Working Paper 4195-01*, Social Science Research Network Electronic Library.

- [15] Chen .S.C, C.-H. Yeh, and C.-C. Liao, 1999, “Testing the rational expectations hypothesis with the agent-based model of stock markets”, *In Proceedings of ICAI99*, pp.381-387, CSREA.
- [16] Das Sanmay, 2003, “Intelligent market-making in artificial financial markets”, Technical Report 2003-005, MIT Artificial Intelligence Laboratory.
- [17] Fama, E. F, 1970, “Efficient capital markets : A review of theory and empirical work”, *Journal of Finance*, pp.383-417.
- [18] Glosten L. R., and P. R. Milgrom, 1985, “Bid, Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders”, *Journal of Financial Economics*, Vol.14 pp71-100.
- [19] Gode D. K. and S. Sunder, 1993, “Allocative Efficiency of Markets with Zero-Intelligence Traders: Market as a Partial Substitute for Individual Rationality”, *Journal of Political Economy*, 101(1), pp119-137.
- [20] Kyle, A.S, 1985, “Continuous Auction and Insider Trading”, *Econometrica* Vol53, pp.1315-1336.
- [21] LeBaron Blake, 2000, “Agent-based computational finance: Suggested readings and early research”, *Journal of Economic Dynamics and Control* Vol.24 pp679-702.
- [22] LeBaron Blake, 2001, “A Builder’s Guide to Agent Based Financial Markets”, *Quantitative Finance*, pp.254-261.
- [23] Madhavan Ananth, 1992, “Trading Mechanisms in Securities Markets”, *Journal of Finance* Vol.47 No.2 pp.607-642.

## 6 付録 A : 定理 3.1 の証明

$p$  が所与の下で  $\tilde{v}$  が正規分布  $N(\mu, \sigma^2)$  に従うならば,

$$\Delta^{E*} = E[|\mu - \tilde{v}|] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} |\mu - \tilde{v}| \exp \frac{-(\mu - \tilde{v})^2}{2\sigma^2} (d\tilde{v}|p) \quad .$$

ここで、 $z = |\mu - \tilde{v}|$  と置いた変数変換を行えば、 $|\frac{d\tilde{v}}{dz}| = 1$ ,  $z \in [0, \infty)$  より,

$$\Delta^{E*} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\infty} z \exp \frac{-z^2}{2\sigma^2} \left| \frac{d\tilde{v}}{dz} \right| dz = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \quad .$$

ここで、(3.14) 式より、

$$\sigma^2 = \text{var}(\tilde{v}|p) = (1 - e)\text{var}(\tilde{v}) \quad ,$$

より、

$$\Delta^{E*} = \sqrt{\frac{2}{\pi}(1 - e)\text{var}(\tilde{v})} \quad ,$$

となる。ここで、

$$e = 1(\text{完全効率}) \Rightarrow \Delta^{E*} = 0 \quad ,$$

$$e = 0(\text{完全非効率}) \Rightarrow \Delta^{E*} = \sqrt{\frac{2}{\pi}\text{var}(\tilde{v})} > 0 \quad .$$

さらに、 $\Delta^{E*}(e) \triangleq \Delta^{E*} = \sqrt{\frac{2}{\pi}(1 - e)\text{var}(\tilde{v})}$  とおくと、 $e \in [0, 1]$  であるから、

$$\frac{d\Delta^{E*}(e)}{de} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\text{var}(\tilde{v})}{\pi(1 - e)}} < 0 \quad ,$$

となり、 $\Delta^{E*}$  は  $e$  に関して単調減少する。よって、 $e$  は値が大きければ大きいほど効率性が高く、 $\Delta^{E*}$  は値が小さければ小さいほど効率性が高い。したがって、両者は効率性の大小関係を比較する指標として等価な意味合いを有する。

□