

Waseda University
Institute of Financial Studies



Working Paper Series

WIF-09-004 : May 2009

マクロ経済効果を考慮した
デフォルト確率の期間構造推定

森平 爽一郎 岡崎 貫治

早稲田大学
ファイナンス総合研究所
<http://www.waseda.jp/wnfs/labo/labo5.html>

マクロ経済効果を考慮したデフォルト確率の期間構造推定

2009年5月16日

森平 爽一郎¹、 岡崎 貫治²

1. はじめに

もし、信用リスクが非組織的危険であるならば、言い換えるなら、デフォルトが互いに独立事象であれば、広く分散した投資や貸し出しを行うことにより個々の信用リスクを完全に排除できる。つまり、ポートフォリオのデフォルト率は非確率的に成り、一定値に収束する。事実、大規模な生命保険ポートフォリオにおけるデフォルト率（保険金支払額対保険料収入比）は、時間にかかわらず一定である。なぜならば、死亡率は、国民生命表に見られるように、互いに独立である上に、地震や戦争の様な共通リスクによる死亡事由の場合には、保険金支払いが免責されているからである。

しかし、これに比較して、債券や融資ポートフォリオのデフォルト率は、十分に分散した投資や貸し出しを行っていても、時間と共に確率的な変動を見せる。とりわけ、2008年中央からの世界的な金融危機に伴う信用リスクの高まりは、大規模な融資ポートフォリオの実績デフォルト率でさえ、不確実かつ顕著な増加傾向を示した。明らかにマクロ経済の影響を受けて、デフォルト率が上昇したのである。言い換えるならば、信用リスクは非組織的危険から組織的危険(システムリスク)へと転換したのである。

この結果、これまでの個別の融資先のデフォルト確率を推計するための1期間モデルは、個別企業に特有な変数(非組織的危険)のみを用いて推計しているため、組織的危険を示すマクロ経済効果を取り込めない。それ故、大きく上昇した実績デフォルト率を過小推計することになった。

本論文は、こうした問題に対して、1) 離散型の生存解析モデルを用いてデフォルト確率の期間構造を推定し、2) 個別企業の財務変数のみならず、組織的危険の代理変数としてのマクロ経済変数を考慮し、3) これらの変数では説明しきれないデフォルト確率の「観察されない異質性」の推定とそのデフォルト確率への影響度を測定し、4) 推定デフォルト確率そのものが不確実である可能性の検証とその大きさの推定、と言った点を試みた。また、マクロ経済効果を考慮したデフォルト確率の期間構造モデルに基づく、信用リスク VaR(Value at Risk)を推定し、マクロ経済効果を考慮しない場合には、信用リスク VaR の過小推定が成されることを明らかにした。また、観察されない異質性を考慮しない場合、

¹ 早稲田大学大学院ファイナンス研究科、ファイナンス総合研究所。

² 有限責任中間法人 CRD 協会 CRD 研究所 アナリスト

この論文は、2009年度日本ファイナンス学会、第17回大会での発表論文を更に改訂したものである。

信用リスク VaR が過小推定されることを明らかにしている。

この論文の構成は以下の通りである。第 2 章で、デフォルト確率の「期間構造」とマクロ変数を考慮したモデルの基本的な考え方と推定方法について明らかにする。また、われわれが提唱するモデルは、従来の 1 期間ロジット回帰分析が、その特殊な場合に含まれることを明らかにする。第 3 章では、モデルを日本の上場企業について当てはめた場合の実証結果を示す。特に、財務比率の負の対数変換(neglog 変換)の有効性と、確率的な観察されない異質性が推定デフォルト確率に影響を与えていることを示す。第 4 章では、推定結果に基づき、上場企業から成る信用ポートフォリオについて、その信用リスク VaR と Tail-VaR の計算結果を示し、所要自己資本が、今回の経済危機下にあり、過小であったことを示す。最後に要約と結論を述べる。

2. 離散的生存分析に関する文献展望

この論文で用いられている離散型の生存分析は、Allison[1982]によって初めて明らかにされ、時間的な離散データを主に扱う計量社会学(Yamaguchi[1991])、政治学(Box-Steffensmeier and Bradford[2004]第 5 章)や教育学(Singer and Willet[1993])、経済学(Jenkins[1995])などにおけるさまざまな理論と応用研究が成されてきた。デフォルト分析では、Shumway[2001]が、これらの研究とは全く別に同じ統計モデルを用いた分析を行っているが、マクロ経済変数を取り込んだ分析は行われていない。主に連続型の生存分析(Cox の連続型比例ハザード分析)を用いたデフォルト分析に関する展望論文としては大日向 隆[2005]や森平[2000]が詳しいが、離散型生存分析によるデフォルト確率推定の試みに関しては、欧州や米国企業を対象にした多くの分析が行われている。その中でマクロ経済変数を考慮したものに、Bhattacharjee 他[2004]、Bonfim[2009]、Carling 他[2007]、Castro[2008]などがある。Bhattacharjee 他[2004]は英米の企業のデフォルトと吸収の競合リスク問題を取り扱い、Cox の連続型の比例ハザードモデルを用いデフォルト確率と吸収確率の期間構造を推定した。いずれの場合もマクロ経済の状態とリスクを表す変数が有意であった。Bonfim[2009]は 1996 から 2002 年までのポルトガルの特定銀行の融資データを用い、離散型の比例ハザードモデルを推定している。1 から 4 個のマクロ経済変数を取り入れることにより疑似 R² が有意に増加した。Carling 他[2007]は 1994 年から 2000 年までの 58 万社のスウェーデン企業向け融資に対し四半期財務とマクロ経済データを用いた推定を行っている。2 期ラグ付きの産出ギャップ、2 期ラグ付きの家計支出の一階差、超短期のイーロドカーブ差を取り込むことにより疑似決定係数の増加を見た。これらのマクロ変数と基底ハザード確率がともに有意であることは、Bonfim[2009] と異なる。Castro[2008]は 94 年から 05 年までのスペインの非上場企業 13 万社を対象にした分析を行っている。実質の GDP 成長率、産出ギャップ、短期の預金金利などのマクロ変数が有意であった。マクロ変数とともに 2 次の基底デフォルト確率期間構造を当てはめ有意な結果を得ている。

3. デフォルト確率の期間構造推定モデル

デフォルト確率を推定するためのさまざまなモデルを、1 期間と多期間のロジット回帰モデルの枠組みで、以下のように整理する。

1 期間モデル： 従来のデフォルト確率推定モデルは、ロジット回帰を用いた場合、 N 企業について次のような形をとる。

$$PD_i(1) = \frac{1}{1 + \exp\{-\bar{z}_i(1)\}} \quad \bar{z}_i(1) \equiv \alpha_0 + \mathbf{x}'_i(0)\boldsymbol{\beta} \quad \text{for } i=0,1,\dots,N \quad (3.1)$$

ここで、 $PD_i(1)$ は現在時点($t=0$)から見て、 i 番目の企業の 1 期(通常は 1 年)先の推定デフォルト確率、 $\mathbf{x}'_i(0) = (x_{i,1}(0), x_{i,2}(0), \dots, x_{i,K}(0))'$ は i 番目の企業の現在時点における属性を示す行ベクトル、 $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K)$ は推定係数の列ベクトル、 α_0 は推定された定数項(スカラー)を示す。従って、 $\bar{z}_i(0)$ は観察可能な企業属性の線形結合としての当該企業の「信用リスク度」と解釈できる。このモデルは現在と将来の 1 時点を結ぶ 1 期間モデルである。

期間構造モデル： これに対し、任意の時点($t \geq 1$)におけるデフォルト確率、デフォルト確率の期間構造推定モデルは、次のように成る。

$$\left. \begin{aligned} PD_i(t+1) &= \frac{1}{1 + \exp\{-\bar{z}_i(t+1)\}} \\ \bar{z}_i(t+1) &\equiv \alpha_0(t) + \mathbf{x}'_i(t)\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \right\} \quad \text{for } \begin{aligned} &t=0,1,\dots,T, \text{ and} \\ &i=0,1,\dots,N \end{aligned} \quad (3.2)$$

説明変数ベクトル $\mathbf{x}'_i(t)$ がと定数項 $\alpha_0(t)$ が時間依存に成ったことに注意する必要がある。

リスクファクター $\mathbf{x}'_i(t)$ としては、個々の企業に特有な変数のみを用いている。

マクロ経済効果を考慮した期間構造モデル： 現在ならびに将来の説明変数を与えることにより、将来期間にわたるデフォルト確率の推定、つまり「デフォルト確率の期間構造」推定が可能に成る。式(3.2)において $T=1$ とした場合、式(3.2)は式(3.1)に等しくなる。この意味で、われわれのモデルは、従来の 1 期間デフォルト確率推定モデルの一般化に成っている。さらに、多期間を取り扱うことができるように成ったため、時間と共に変わりうる L 個のマクロ経済変数から成る列ベクトル $\mathbf{f}(t) = (f_1(t), f_2(t), \dots, f_L(t))$ を考慮した次のようなモデルも考えることができる。

$$\left. \begin{aligned} PD_i(t+1) &= \frac{1}{1 + \exp\{-\bar{z}_i(t+1)\}} \\ \bar{z}_i(t+1) &\equiv \boldsymbol{\alpha}_0(t) + \mathbf{x}'_i(t)\boldsymbol{\beta} + \mathbf{f}'(t)\boldsymbol{\beta}_f \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{for } t=0,1,\dots,T, \text{ and} \\ i=0,1,\dots,N \end{array} \quad (3.3)$$

ここで、 $\boldsymbol{\beta}_f = (\beta_{f,1}, \beta_{f,2}, \dots, \beta_{f,K})$ はマクロ経済変数の感応度(列)ベクトルを示している。式(3.3)のマクロ変数は時間と共に変わりうるが、その性質上、企業を示す添字 i には依存しない。従って、マクロ経済変数は、すべての企業に対し $\boldsymbol{\beta}_f$ の感応度で等しく影響を与える組織的危険を表すと解釈できる。

観察されない(確実な)異質性を考慮したデフォルト確率期間構造モデル： 式(3.1)から式(3.3)までにおいて、時間に依存しないケース、時間依存の企業属性を取り込んだケース、マクロ経済変数などを取り込んだケースを考えたが、依然として、観察できない多くの変数が、個別企業レベルで存在する。例えば、経営者の質、企業文化、内部統制(コンプライアンス意識やオペレーショナル・リスク)といったものである。また、観察者であるわれわれが、そもそも気がつくことができない、もしくは、関心を持たない変数は多いと考えられる。これらの要因は、デフォルトに影響を与えると考えられるが、そのすべてを観察することは難しく、かつ観察対象と成っていない要因をモデルに取り込むことは、非常に困難である。しかし、そうした観察することが困難な個別企業要因(異質性)を排除したデフォルト確率の期間構造推定は、その推定結果に偏りをもたらす。そこで、この観察できない N 企業の異質性を $c_i : i=0,1,\dots,N$ として、これを用いたデフォルト確率の期間構造推定モデルは次のように成る。

$$\left. \begin{aligned} PD_i(t+1) &= \frac{1}{1 + \exp\{-\bar{z}_i(t+1)\}} \\ \bar{z}_i(t+1) &\equiv \boldsymbol{\alpha}_0(t) + c_i + \mathbf{x}'_i(t)\boldsymbol{\beta} + \mathbf{f}'(t)\boldsymbol{\beta}_f \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{for } t=0,1,\dots,T, \text{ and} \\ i=0,1,\dots,N \end{array} \quad (3.4)$$

観察されない(不確実な)異質性を考慮したデフォルト確率期間構造推定モデル： 式(3.4)で示されたモデルでは、個別企業に独自の要因は、直接観察できないが、定数として推定できる。これに対し、個別企業における観察されない異質性が、不確実である場合も考えることができる。個別企業要因(異質性) $\tilde{\varepsilon}_i$ が平均ゼロ、分散 σ^2 すると仮定すると、 i 番目の企業のデフォルト確率の期間構造は、次のようにして推定できる。 σ は推定すべきパラメータである。もし、推定された $\hat{\sigma}$ が統計的に有意でなければ、デフォルト確率の期間構造に

不確実性は存在しないと結論づけることができる。

$$\left. \begin{aligned} PD_i(t+1) &= \frac{1}{1 + \exp\{-\tilde{z}_i(t+1)\}} \\ \tilde{z}_i(t+1) &\equiv \boldsymbol{\alpha}_0(t) + \mathbf{x}'_i(t)\boldsymbol{\beta} + \mathbf{f}'(t)\boldsymbol{\beta}_f + \sigma\tilde{\varepsilon}_i \\ \tilde{\varepsilon}_i &\sim N(0,1) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{for } t = 0, 1, \dots, T, \text{ and} \\ i = t = 0, 1, \dots, N \end{array} \quad (3.5)$$

異質性が不確実であるため、企業の信用度を表す指数 $\tilde{z}_i(t)$ も不確実であり、その結果、デフォルト確率の期間構造も不確実な振る舞いをする。

4. データと推定結果

これまでに示したデフォルト確率の期間構造モデルについて、実際の企業の財務比率とマクロ経済変数データを用いた推定結果を示す。

4.1 利用データ

日経 NEEDS 企業財務データファイルに収録された、2000 年から 2008 年³までの日本の上場企業(東証・大証・名証 1/2 部、ジャスダック、ヘラクレス、セントレクス)の倒産・非倒産年次決算書データを用いたデフォルト確率の期間構造推定を試みた。従ってデータは最長 9 年×企業数のパネルデータの形をとる。また、組織的危険を表す変数としてこの期間に対応する月次あるいは四半期のマクロ経済変数を用いた。財務諸表データは、規模を表す変数をのぞき、すべてが財務比率であり、マクロ変数は対前年同期比の形をとっている。なお、独立変数として用いた財務変数は、デフォルト 1 年前の決算書から計算されたものを用いている。

利用データの概要として、非デフォルト企業とデフォルト企業について、財務比率と規模を図表 1 に示した。すべての財務比率について、その平均値で見て、非デフォルト企業とデフォルト企業の間で顕著な違いがあることがわかる。

		非デフォルト企業	デフォルト企業
ROA	(%)	0.48	-33.73
ROE	(%)	-0.74	-375.86
流動比率	(%)	298.04	95.00
自己資本比率	(%)	40.28	-0.50
負債比率	(%)	325.90	3,551.67
固定長期適合率	(%)	86.09	191.72
インタレスト・カバレッジ・レシオ	(倍)	117.58	-0.68
総資産規模	(百万円)	116,933	56,673
自己資本規模	(百万円)	42,394	1,922
データ数		41,984	116

図表 1 利用データ概要：財務比率と規模は平均値を記載。

³ 2008 年 5 月決算期の企業までを含む。

4.2 デフォルト確率の期間構造推定結果

約 40 の財務比率と規模変数、そして 104 のマクロ経済変数をもとにして、期間構造モデルの推定を試みた。財務比率に関しては、財務諸表分析でよく用いられている、収益性、流動性、資本構成、支払い能力、効率性、成長性などから、相互に相関の低い代表的な比率を選んだ。

これらの変数の内で、マイナスの値をとるものについては、負の対数変換 (neglog 変換 : negative logarithmic transformation)を試みることによって、説明力の顕著な増加を見ることができた⁴。neglog 変換(ngl)は、正負いずれの値を取り得る説明変数、とりわけ収益性を表す比率 x に関して次のような変換を意味する。

$$ngl(x) = \begin{cases} -\log(1-x) & \text{if } x \leq 0 \\ +\log(1+x) & \text{if } x > 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

われわれの用いた個別企業の財務比率はすべて、簿価表示の会計情報を用いている。須田他[2008]において理論的かつ実証的に示されているように、「財政状態が悪化した企業は、・・・会計数値を意図的に操作するケースが顕著に表れると考えられる」。しかし、逆に考えると、そうしたインセンティブがあるにもかかわらず赤字決算をする企業の信用リスクは相当高いと言わざるを得ない。neglog 変換は、報告利益水準がゼロを境にして、デフォルト確率に与える影響をより顕著に測定しようとする。

組織的危険の尺度としてのマクロ経済指標にどのようなものを用いるべきかについて、市場リスクに関しては、Chen, Roll, and Ross[1986]などがあるが、信用リスクについては確たる理論があるわけではない。われわれは、104 のマクロ変数から、符号条件や有意性を考慮して、最終的に、1) 日経平均株価指数の対前年同月比、2) WTI 原油先物価格指

数対前年度同月比、3) 6ヶ月ラグを有する景気動向指数(一致指数)の対前年同四半期比、4) 日経平均株価指数変化率のボラティリティ(標準偏差)を採用した。なお、日経平均株価指数変化率のボラティリティは、過去 20 営業日の日経平均株価指数変化率から算出しており、さらにルート t 倍法を用いて期間 20 日の標準偏差とした後に対前年同月比をとっている。

株価指数変化率は金融市場の景気に対する期待を示す変数であり、株価指数変化率のボラティリティは資本市場全体にわたる組織的危険を表す変数と考えた。石油先物価格指数は、企業の収益構造に影響を与える組織的危険を表すものと解釈できる。6ヶ月ラグをとった景気動向指数(一致指数)はマクロの実物経済の好・不況度合い、市場期待を表す変数であると考えた。

図表 2 と図表 3 に、これらのリスクファクター対してロジット回帰モデルを用いて推定

⁴ 負の対数変換については、Whittaker, Whitehead and Somers[2005]を参照。また、その 1 期間デフォルト確率推定への適用例については、Altman and Sabato[2007]。

されたデフォルト確率の期間構造モデルの推定結果が、モデルの適合度を示す疑似決定係数、AUC、AR 値などと共に示されている。AR(Accuracy Ratio)値は、高い(低い)デフォルト確率推定値を有する企業の多くがデフォルトしている(しない)かどうかを示す順序性を示す尺度である。AR 値が1に近いほど順序性が保たれていると言える。疑似決定係数は、1からリスクファクターを全く用いなかったときの対数尤度とリスクファクターを用いたときの対数尤度の比を差し引いたもので、1に近いほど「説明力」が高いと判断することができる。

モデル1は、式(3.3)で $\alpha_0(t)$ が無い場合に対応し、5つの財務比率(自己資本税引前利益率、当座比率、借入金依存度、売上高減価償却率、売上高回転期間)と3つのマクロ経済指標(景気動向指数、日経平均変化率、そのボラティリティ)をリスクファクターとするモデルである。モデル2は、モデル1に対して不動産・建設業であれば1、そうでなければゼロであるような産業ダミーを付け加えたモデルである。モデル3は、7つの財務比率(総資産売上高比率、自己資本当期利益率(ROA)、当座比率、インタレストカバレッジ比率、借入金依存度、売上高減価償却率、売上高回転期間)と規模効果を現す「対数変換を行った資産合計」、そして基底デフォルト確率でデフォルト確率の期間構造を推定している。モデル4は、6つの財務比率(総資産売上高比率、総資産税引前当期利益率、自己資本当期利益率(ROA)、固定長期適合比率、インタレストカバレッジ比率、売上高減価償却率)と基底デフォルト確率、不動産・建設ダミーでの推定結果を示している。モデル3と4は、式(3.2)に対応している。観察されない異質性を考慮したモデル(式(3.5))の推定結果が図表3のモデル6として示されている。図表3のモデル5は、式(3.3)で $\alpha_0(t)$ が定数項だけのモデルに相当し、モデル1と同様の財務比率とマクロ経済指標としては、株価指数変化率のボラティリティのみを用いた結果を示している。モデル6は、モデル2と同様であるが、式(3.5)の「観察されない不確実」を考慮したモデルである。モデル7は、財務比率と不動産・建設ダミーだけを用いた、式(3.2)で $\alpha_0(t)$ が時間に依存しない定数項である場合に相当する。この結果は、マクロ経済変数を用いたときのモデルとの比較を行うためのベンチマークと成る推定結果である。

推定係数の値はすべて5パーセント水準以下で有意であるが、モデル3をのぞいては、通常の1期間デフォルト分析で有意とされる企業規模を表す変数は有意でなかった。すべての財務比率に対して、neglog変換が施されており、その結果、係数の有意性とAR値が増加した。また、不動産・建設業ダミーも有意な変数として採用された場合が多かった。

基底デフォルト確率推定とマクロ経済変数は代替関係にあることがわかった。基底デフォルト確率を考慮すると、マクロ経済変数は有意でなくなり、またその逆も観察できた。つまり、基底デフォルト確率は、財務比率だけでは説明できないデフォルト確率の隠れた

要因 (Hidden Factors) を示すが、それは平均的なマクロ経済の動向を表すものと理解できる。ポルトガルの銀行融資を対象にした Bonfim[2009]でも同様の結果が得られている。

モデル 6 の推定結果が示すように、観察されない異質性、つまり、個別企業に特有な、かつ不確実な効果は、検定結果は 5 パーセント水準で有意と成った。従って、国内上場企業のデフォルトには、モデル 6 で用いられた、5 つのマイクロリスクファクター(財務比率)、1 つの産業ファクター(不動産・建設ダミー)、そして 3 つのマクロ経済ファクター以外にも、個々の企業で特有な、かつ不確実な「観察されない異質性」が存在していることがわかった。なお、個別企業における観察されない異質性が推定デフォルト確率に与える影響度は、個体特有効果の標準偏差として示されている。

		モデル1		モデル2		モデル3		モデル4	
		係数	P値	係数	P値	係数	P値	係数	P値
財務比率	総資産売上高率					-0.91354	0.01100	-1.54741	0.00000
	総資産税引前当期利益率							-1.84770	0.00000
	自己資本税引前当期利益率	-0.73193	0.00000	-0.72580	0.00000				
	自己資本当期利益率					-0.48488	0.00000	-0.34526	0.00400
	当座比率	-4.20008	0.00000	-3.88935	0.00000	-3.86637	0.00000		
	固定長期適合率							0.93149	0.00000
	インタレスト・カバレッジ・レシオ					-0.40590	0.00000	-0.27852	0.00000
	借入金依存度	0.78749	0.00000	0.65179	0.00100	0.72028	0.00100		
	売上高減価償却率	-10.37405	0.00000	-8.15379	0.00100	-12.76088	0.00000	-9.70809	0.00000
	売上債権回転期間	1.06789	0.00000	1.10836	0.00000	1.57738	0.00000		
	資産合計の対数(規模)					1.77946	0.01000		
マクロ変数	景気動向指数(一致系列)マイナス6か月	-4.70911	0.01900	-4.65076	0.02100				
	日経平均株価	-1.97244	0.00000	-2.01845	0.00000				
	原油価格	0.61920	0.00500	0.62247	0.00500				
	日経平均株価ボラティリティ								
基底確率	2000年					-1.00550	0.01000	-1.24837	0.00100
	2001年					-0.49225	0.12100	-0.58100	0.06700
	2002年					-0.72529	0.02900	-0.86223	0.01000
	2003年					-0.73230	0.03200	-0.82799	0.01500
	2004年					-1.97988	0.00000	-2.14527	0.00000
	2005年					-1.15030	0.00600	-1.40506	0.00100
	2006年					-3.21972	0.00200	-3.38746	0.00100
	2007年					-1.18924	0.00300	-1.37383	0.00100
業種ダミー	不動産・建設の業種判別フラグ			1.13389	0.00000			1.60991	0.00000
	定数項	-4.10710	0.00000	-4.54076	0.00000	-6.38833	0.00000	-4.18842	0.00000
	個体特有効果の標準偏差								
	Pseud R2	0.17100		0.18790		0.22590		0.20690	
	AUC	0.86010		0.86850		0.90320		0.89660	
	AR	0.72020		0.73700		0.80640		0.79320	

図表 2 モデルの推定結果 1 : モデル 1 は、マクロ変数あり+基底デフォルト確率を考慮しないモデル。モデル 2 は、モデル 1+不動産・建設ダミー、モデル 3 は、基底デフォルト確率のみを考慮したモデル。モデル 4 は、基底デフォルト確率と不動産・建設業種ダミーを考慮したモデル。

		モデル5		モデル6		モデル7	
		係数	P値	係数	P値	係数	P値
財務比率	総資産売上高率						
	総資産税引前当期利益率						
	自己資本税引前当期利益率	-0.70949	0.00000	-0.82352	0.00000	-0.71094	0.00000
	自己資本当期利益率						
	当座比率	-3.93677	0.00000	-4.43326	0.00000	-3.95813	0.00000
	固定長期適合率						
	インタレスト・カバレッジ・レシオ						
	借入金依存度	0.56871	0.00200	1.52455	0.00000	0.55693	0.00300
売上高減価償却率	-8.11238	0.00100	-9.65052	0.00100	-8.19596	0.00100	
売上債権回転期間	1.15375	0.00000	1.56511	0.00000	1.14769	0.00000	
資産合計の対数(規模)							
マクロ変数	景気動向指数(一致系列)マイナス6か月			-4.65405	0.02800		
	日経平均株価			-2.06089	0.00000		
	原油価格			0.58242	0.01200		
	日経平均株価ボラティリティ	0.25022	0.05100				
基底確率	2000年						
	2001年						
	2002年						
	2003年						
	2004年						
	2005年						
	2006年						
	2007年						
業種ダミー	不動産・建設の業種判別フラグ	1.13082	0.00000	1.44820	0.00000	1.12378	0.00000
	定数項	-4.33385	0.00000	-6.44998	0.00000	-4.25431	0.00000
	個体特有効果の標準偏差			2.06456			
	Pseud R2	0.16990				0.16760	
	AUC	0.86460				0.86280	
	AR	0.72920				0.72560	

図表 3 モデルの推定結果 2: モデル 5 は、日経平均ボラティリティをマクロ変数としたモデル。モデル 6 は、観察されない異質性を考慮したモデル(式(3.5))。モデル 7 は、マクロ経済効果を考慮しなかったモデル。

平均的に企業が抱えている信用リスクは、推定結果の定数項として表されるが、観察されない異質性を考慮した場合(モデル 6)は、考慮しなかった場合に比べて、定数項の値は、低くなることがわかった。定数項のみの推定デフォルト確率は、観察されない異質性を考慮した場合には0.16パーセントであり、考慮しなかった場合には1.06パーセントと成った。国内上場企業の信用リスクは総じて低いことを示しており、デフォルトの要因には、個別企業に特有な事象が影響していることが読み取れる。

財務比率と基底デフォルト確率の両方を考慮したモデルがもっとも AR 値が高かったが、特定のマクロ経済変数に関するシナリオがデフォルト確率や損失分布に与える影響を分析するために、以下ではモデル 2、つまり、財務比率とマクロ経済変数のみを考慮したモデルと、その場合の「観察されない異質性」を考慮したモデル 6 について、財務比率だけでマクロ経済変数を考慮しなかったモデル 7 に基づく分析結果と比較して議論することにする。

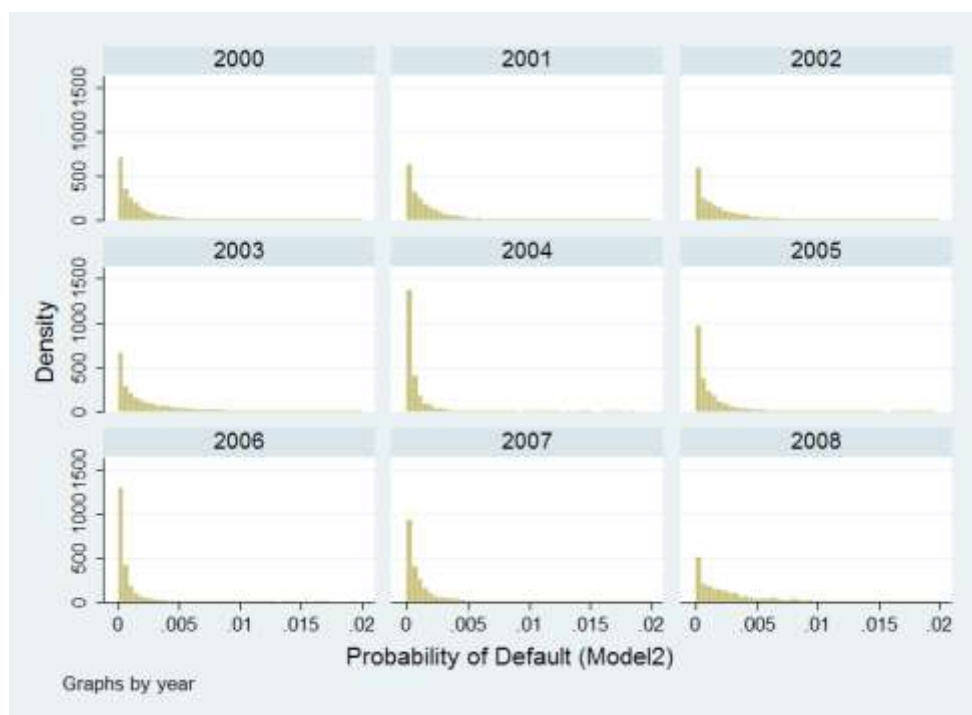
推定デフォルト確率に与えるマクロ経済効果の比較

図表 4 は、マクロ経済効果を考慮したモデル 2 を用いた、2000 年から 2008 年までの 1 年デフォルト確率推定値の分布を示している。一方、図表 5 は、マクロ経済効果を考慮しないモデル 7 を用いた、2000 年から 2008 年までの 1 年デフォルト確率推定値の分布を示している。マクロ経済変数を取り込むことにより、景気後退期における分布の右裾が厚くなることがわかった。これは、特に 2008 年の分布に顕著に表れている。また、景気拡大期

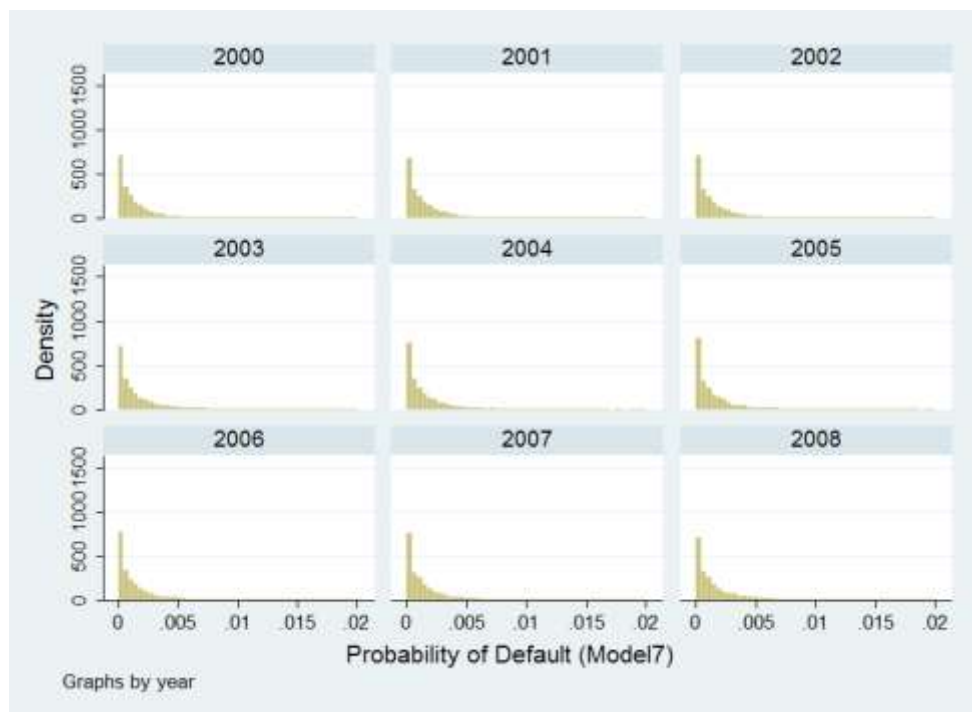
においては、分布の右裾が薄くなることがわかった。これらの分布の変化は、推定デフォルト確率の経済情勢に対する追随性が向上したことを示すものである。

図表 6 では、にマクロ経済効果を考慮した場合と、考慮しない場合の非デフォルト企業の推定デフォルト確率と、デフォルト企業の推定デフォルト確率を比較した結果を示した。マクロ経済変数を取り込んだ場合には、推定デフォルト確率の水準差異がつくことで、より顕著に非デフォルト企業と、デフォルト企業の峻別ができることがわかった。

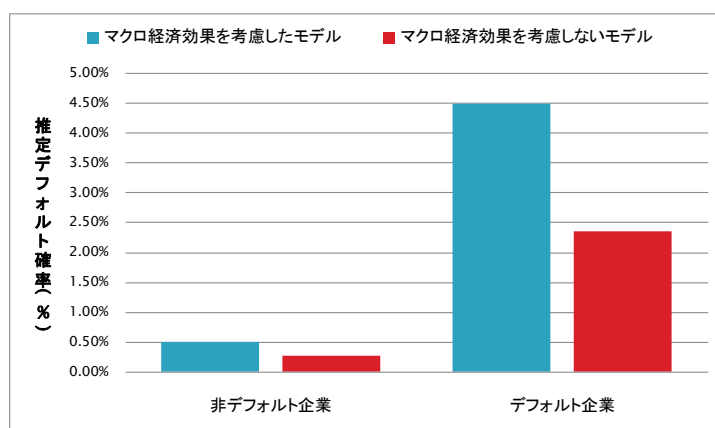
図表 7 は、モデル 2 の構築に用いたマクロ経済変数の推移を示している。この変動が推定デフォルト確率に与える影響について示したのが図表 8 である。マクロ経済効果を考慮した推定デフォルト確率は、マクロ経済効果を考慮しなかった場合に比べて、より景気に対する感応度が増していることが読み取れる。内閣府「景気動向指数研究会」は、2002 年 2 月より 2007 年 10 月までの 69 ヶ月間を景気拡大期と判定している。つまり、この期間は信用リスクも総じて低かったことが想定されるが、マクロ経済効果を考慮した場合には、より低位に推定デフォルト確率が推移していることが読み取れる。一方、景気後退期においては、信用リスクが高まることが想定されるが、この場合についてもマクロ経済効果を考慮した方がより大きく推定デフォルト確率が推移していることがわかった。



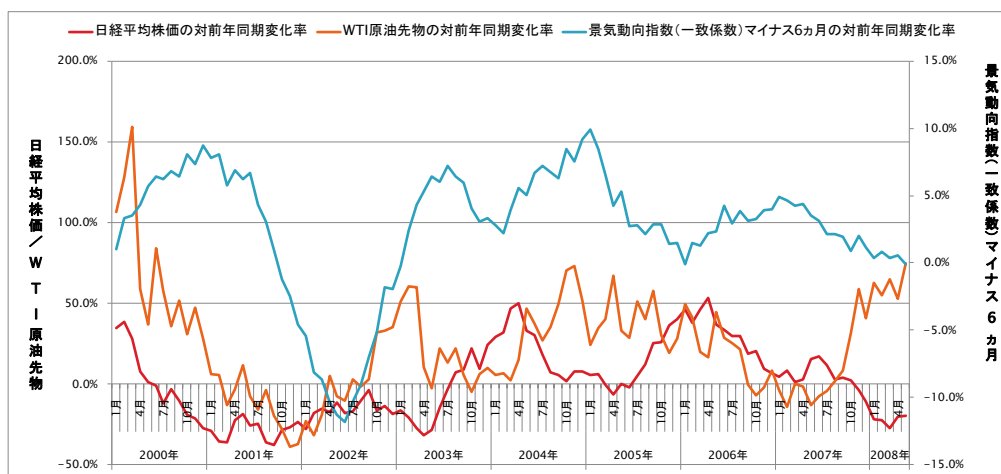
図表 4 マクロ経済効果を考慮「した」1年推定デフォルト確率の分布(モデル2)：横軸は1年推定デフォルト確率を示し、縦軸に企業数を示した。



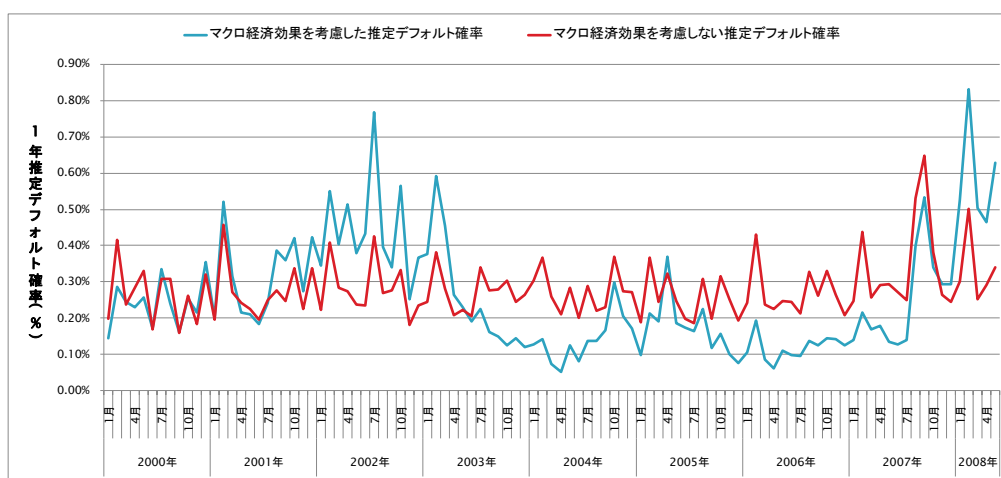
図表 5 マクロ経済効果を考慮「しない」1年デフォルト確率推定値の分布(モデル7)：横軸に1年推定デフォルト確率を示し、縦軸に企業件数を示した。



図表 6 マクロ経済効果を考慮した時としない時の、非デフォルト企業の1年推定デフォルト確率(左)とデフォルト企業の1年推定デフォルト確率(右)



図表 7 マクロ経済変数の推移



図表 8 1年推定デフォルト確率の推移：マクロ経済効果を考慮した推定デフォルト確率とマクロ経済効果を考慮しない推定デフォルト確率を示している。なお、推定デフォルト

確率は、各月に決算を迎えた企業の推定デフォルト確率の平均を用いた。

4.3 事例研究

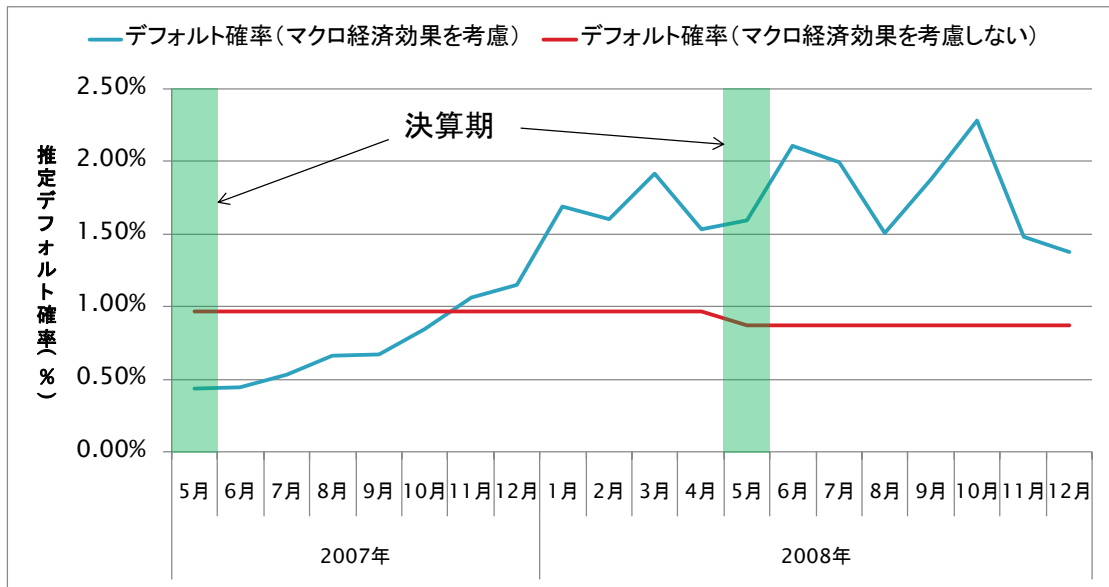
式(3.3)によって、すべての企業の1年間デフォルト確率の推定を行った。従来のデフォルト確率推定モデルでは、決算データが発表された時に得られる財務比率に基づいたデフォルト確率の推定のみが可能であった。これに対して、われわれのモデルでは、月次のマクロ経済指標が変わるごとに、推定デフォルト確率の更新が可能である。

図表9は、2009年1月に会社更生法適用を申請した不動産業に属する「クリード」について、2007年5月から2008年12月までの毎月の1年デフォルト確率推定値の推移を示している。この例を見てもわかるように、財務諸表データのみに基づいたモデルによる推定デフォルト確率では、その後のデフォルトを予測することが困難であったことがわかる。この企業の場合、デフォルト直近の決算では黒字を計上し、過去数年にわたり売上高成長率はプラスであり、図表9からもわかるように、財務データのみによるモデルでは、推定デフォルト確率は、直近の決算期で、むしろ減少していた。しかし、マクロ経済変数を考慮したモデルでは、デフォルトに近づくにつれて、推定デフォルト確率が上昇することが見て取れる。言い換えるならば、マクロ経済効果を考慮しなくてはデフォルトを予測できないことがわかる。は、2008年12月に民事再生法適用を申請した不動産業に属する「ダイヤ建設」について、2007年3月から2008年11月までの毎月の1年デフォルト確率推定値の推移を示している。この企業の場合、財務諸表データのみに基づいた推定デフォルト確率が、財務諸表の悪化により2008年3月期は前期に比べて上昇していることがわかる。しかし、マクロ経済効果を考慮したモデルでは、より大きく推定デフォルト確率が上昇することによって、信用リスクの高まりを顕著にとらえることができている。マクロ経済効果を考慮した推定デフォルト確率は、信用リスクに対する感応度が上がることがわかった。これは、2008年3月期の1年デフォルト確率推定値が、対前期比で5倍を超える上昇を見せていることから明らかである。図表11は、2008年5月に民事再生法適用を申請した製造業に属する「トスコ」について、2007年3月から2008年4月までの毎月の1年デフォルト確率推定値の推移を示している。2007年10月までの景気拡大局面で総じて堅調であった製造業においても、WTI原油先物価格指数を説明変数に取り込んだことで、コスト高という経営圧迫要因を反映し、推定デフォルト確率の上昇トレンドが得られている。さらに、2008年3月期決算に基づいた推定デフォルト確率は、資産売却による財務状況の改善を受けて、前期比で低下したものの、マクロ経済効果を考慮した場合には、前期を上回っている。このことは、依然、信用リスクが高まっていたことを的確に示している。図表12は、2009年2月に自己破産適用を申請した製造業に属する「小杉産業」について、2007年1月から2008年12月までの1年デフォルト確率推定値の推移を示している。マクロ経済効果を考慮しない推定デフォルト確率は1パーセントを下回る水準で推移しているが、

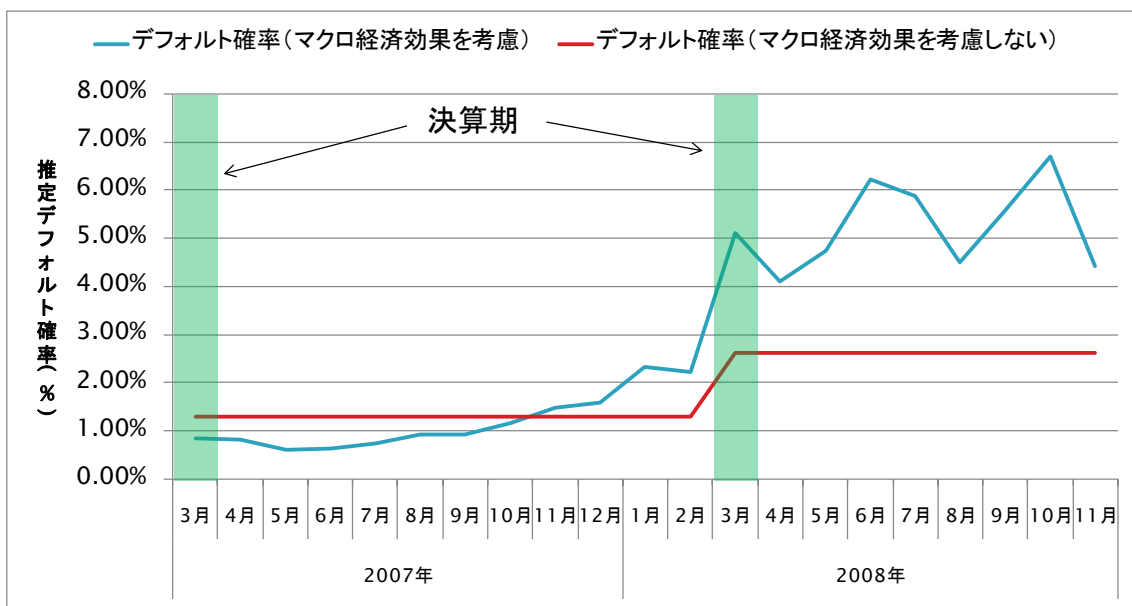
マクロ経済効果を考慮することで、2008年1月では約2倍程度大きい水準を示しており、その後も倒産に至までコスト高や景気後退を背景とする上昇トレンドを示すことができた。

図表13は、図表9で示したクリードについて、観察されない異質性を考慮した推定デフォルト確率を示したものである。観察されない異質性を考慮した推定デフォルト確率の算出にあたっては、モンテカルロ法を利用して、推定デフォルト確率の分布を推定し、その平均値を求めている。これを見ると、観察されない異質性を考慮した推定デフォルト確率は、マクロ経済効果を考慮した推定デフォルト確率を上回ることがわかった。つまり、観察されない異質性を考慮したことで、財務比率やマクロ経済変数では説明の仕切れなかったデフォルトの要因をとらえ、それを推定デフォルト確率に反映させることができたわけである。なお、図表14では、クリードの推定デフォルト確率推移の実数値と、観察されない異質性を考慮した推定デフォルト確率の標準偏差を示している。標準偏差の大きさから、潜在的にどの程度推定デフォルト確率の変動するのかを把握することができる。

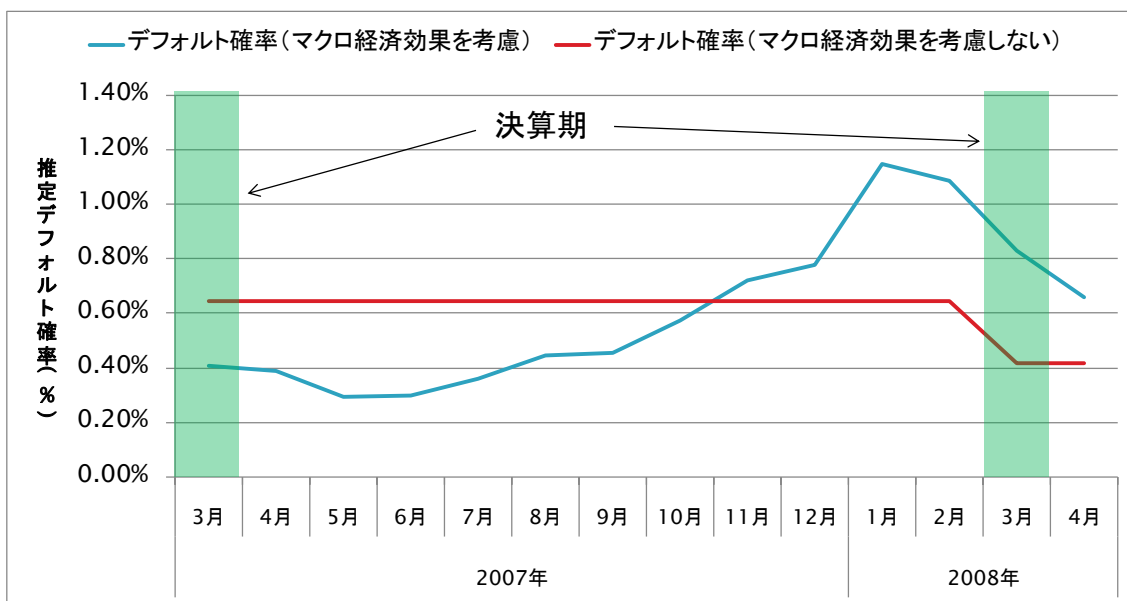
説明変数として、われわれのモデル以外にも多く利用されている財務比率は、過去の経営実績や業務状況を反映したものである。従って、それらから推定されるデフォルト確率は、どうしても過去の情報に引きずられることに成り、経済情勢が短期的に大きく変動するなど、足元で起きている実体経済への追随力に欠ける点が問題と成る。マクロ経済変数を取り込むということは、こうした過去の情報とは別に、足元で起きている経済情勢を推定デフォルト確率に反映させることを意味しており、より実体経済に即した信用リスクの把握を可能とするものである。今回取り上げた事例では、マクロ経済変数を取り込むことで、決算期以降における信用リスクが高まっていく過程について、的確に示すことができたものとする。



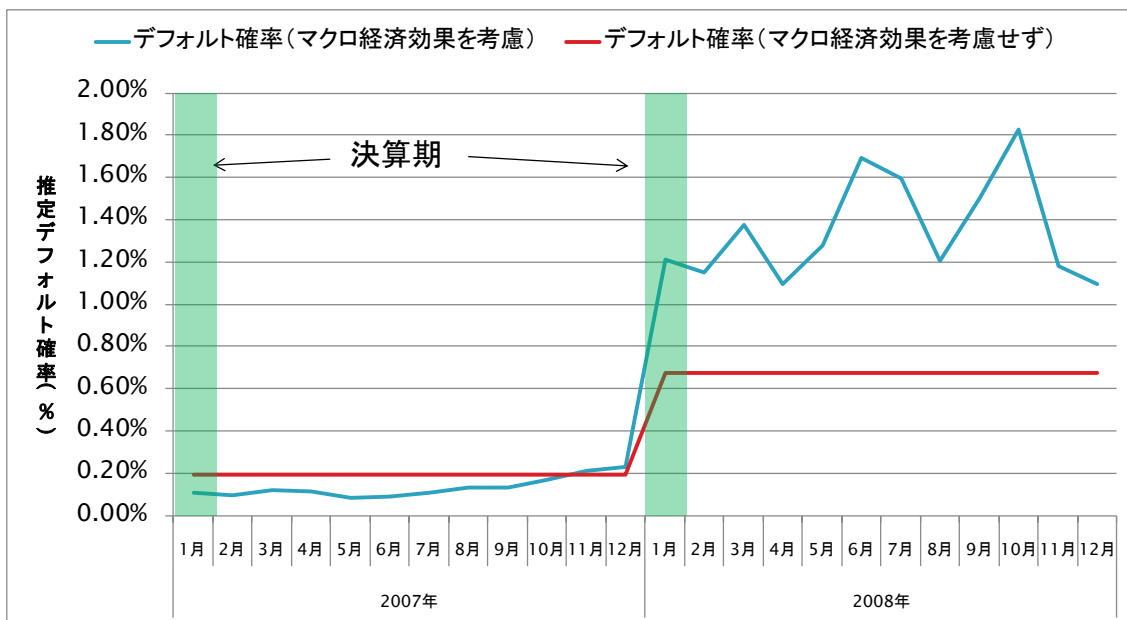
図表 9 クリード：2009年1月会社更生法適用を申請



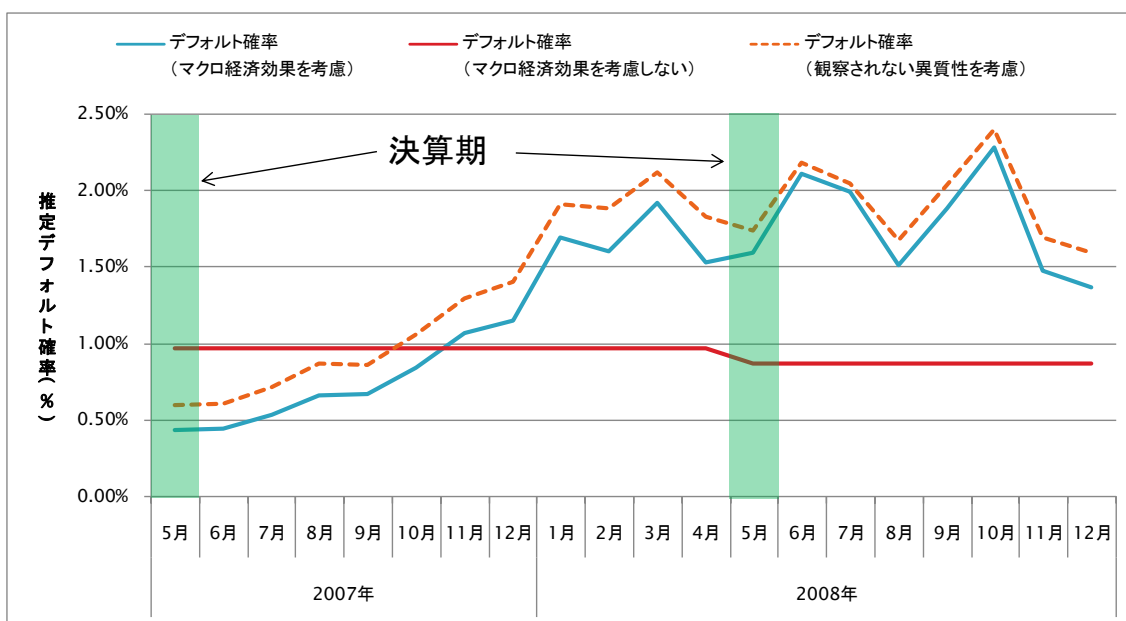
図表 10 ダイア建設：2008年12月民事再生法適用の申請



図表 11 トスコ：2008年5月会社更生法適用の申請



図表 12 小杉産業：2009年2月自己破産の適用を申請



図表 13 クリード：観察されない異質性を考慮した推定デフォルト確率の推移

	2007年								2008年			
	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	1月	2月	3月	4月
マクロ経済効果を考慮	0.43%	0.44%	0.53%	0.66%	0.67%	0.85%	1.07%	1.15%	1.69%	1.61%	1.92%	1.54%
マクロ経済効果を考慮しない	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%	0.97%
観察されない異質性を考慮	0.60%	0.61%	0.72%	0.87%	0.87%	1.06%	1.30%	1.40%	1.92%	1.88%	2.13%	1.84%
観察されない異質性を考慮した場合の標準偏差	2.39%	2.41%	2.71%	3.15%	3.06%	3.60%	4.17%	4.42%	5.63%	5.51%	5.97%	5.43%

	2008年							
	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
マクロ経済効果を考慮	1.60%	2.11%	2.00%	1.51%	1.88%	2.29%	1.48%	1.37%
マクロ経済効果を考慮しない	0.87%	0.87%	0.87%	0.87%	0.87%	0.87%	0.87%	0.87%
観察されない異質性を考慮	1.75%	2.19%	2.05%	1.68%	2.04%	2.41%	1.69%	1.59%
観察されない異質性を考慮した場合の標準偏差	5.19%	6.01%	5.74%	5.06%	5.80%	6.47%	5.09%	4.87%

図表 14 クリードの推定デフォルト確率推移：推定デフォルト確率は、マクロ経済効果を考慮(モデル2)、マクロ経済効果を考慮しない(モデル7)、観察されない異質性を考慮(モデル6)したものを示している。さらに、観察されない異質性を考慮(モデル6)の推定デフォルト確率の標準偏差を示した。

2. 損失分布と信用リスク VaR の推定

個別企業の推定デフォルト確率を用いて、デフォルト時エクスポージャー(EAD)とデフォルト時損失率(LGD)を一定値と置いた場合の損失分布を、モンテカルロシミュレーションを用いて描くことができる。その具体的な計算手続きは以下のようなものである。

ステップ 0: 与信先数(N)、デフォルト時損害率(LGD)の値を与える。この場合 LGD はすべての企業で同じ値と仮定する。これはこの場合に限った限定的な設定である。

ステップ 1: 現時点($t=0$)のマクロ経済変数、例えば、日経平均年率ボラティリティの具体的な値を決める。与信先初期値を $i \leftarrow 1$ とする。

ステップ 2: i 番目の企業のリスクファクター、例えば、負債比率と、ステップ 1 で与えた日経 225 ボラティリティの値を用いて、次期のデフォルト確率 $PD_i(1)$ を推定する。

ステップ 3: $[0,1]$ 区間の一様分布に従う乱数 u_i を 1 つ取り出す。

ステップ 4: この一様乱数の値 u_i とステップ 3 で計算した推定デフォルト確率を比較して、

1. もし $PD_i(1) \geq u_i$ であれば、この企業はデフォルトしたと判定し、当該企業の損失発生額 $EAD_i(1) \times LGD(1)$ を計算する。ここで、 $EAD_i(1)$ は i 番目の企業のデフォルト時エクスポージャーである
2. もし $PD_i(1) < u_i$ であれば、この企業はデフォルトしなかったと判定し、損失発生額をゼロとする。

ステップ 5: $i \leftarrow i+1$ として、上記ステップ 2 から 4 までの計算を与信ポートフォリオに含まれるすべての企業数 N に対して行い、ポートフォリオ全体の損失額を計算する。

ステップ 6: 上記のステップ 2 から 5 のシミュレーションを多数回、例えば 10,000 回実施する。

ステップ 7: 損失額分布を描く。

ステップ 8: 信用リスク量、信用 VaR (あるいは Tail-EaR) を計算し、それに対応する値を必要自己資本額とする。

図表 11 では、2008 年財務データを利用して、各企業の負債合計をデフォルト時エクスポージャー(EAD)として、デフォルト時損失率(LGD)を 50 パーセントと置いた場合における、モンテカルロ法(60 万回のシナリオを実行)による損失分布を示している。また、99.9 パーセントの信用リスク VaR と予想損失(EL)を合わせて示している。

マクロ経済効果を考慮することにより、信用リスク VaR、予想損失(EL)、予想外損失(UL)

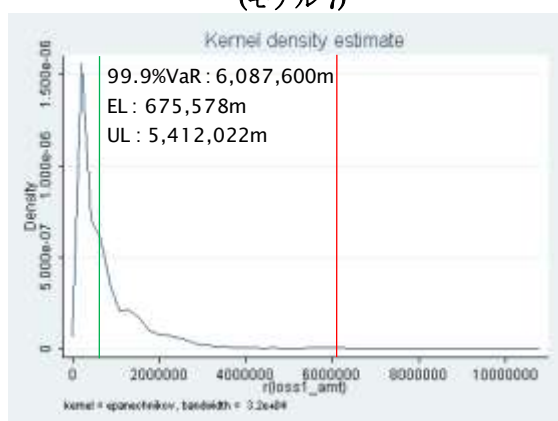
が顕著に増加することが見て取れる。観察されない異質性を考慮した場合には、いっそうの信用リスク VaR、予想損失(EL)、予想外損失(UL)の増加が見て取れる。従って、マクロ経済効果を考慮しなかった場合には、サブプライム問題に端を発した世界的な金融危機の影響が反映されず、2008年の信用リスク量は過小推計されていたと考えられる。特に、予想損失(EL)は、2倍以上に拡大しており、貸倒引当金が不足する、つまり、資本が毀損されるリスクが高かったことがわかる。

マクロ経済効果を考慮した場合の Tail-VaR は、考慮しなかった場合に比べて、より顕著に増加することが見て取れる。これは、マクロ経済効果を考慮したこと、つまり、信用リスクの質が組織的危険へと転換したことにより、より大きな損失発生の可能性が示されている。

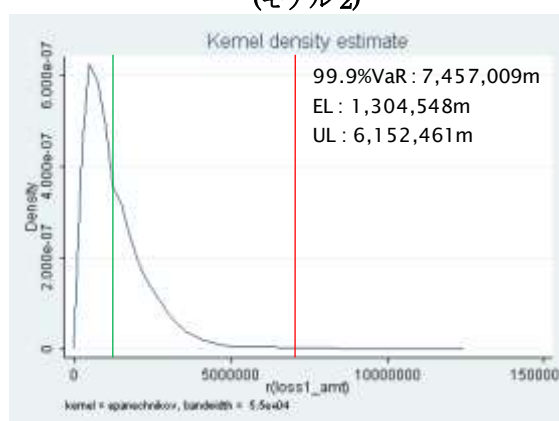
また、観察されない異質性を考慮した場合には、推定デフォルト確率そのものが不確実と成ることから、予想損失(EL)も確率的に変動することが見て取れる。従って、予想損失(EL)が貸倒引当金を超過する確率を推計することができる。

従来の 1 期間のデフォルト確率推定モデルから、多期間にわたるデフォルト確率、すなわちデフォルト確率の期間構造を推定する試みを行った。また、財務比率変数の **neglog** 変換を試み、かつマクロ経済変数を考慮することによりモデルの説明力が高まることがわかった。特に、マクロ経済変数を考慮することなしに、2008 年後半に生じた、直近決算が黒字であった上場企業倒産事例の多くを予測しえないことを明らかにした。また、従来の財務情報に基づいたデフォルト確率の推定では、財務情報が更新されない限り推定デフォルト確率が変化せず、経済情勢の変化に追従できないという問題を抱えていたが、今回構築したモデルでは、採用されたマクロ経済変数の月次変化に伴い個別企業の月次推定デフォルト確率の変化を示すことができるようになった。

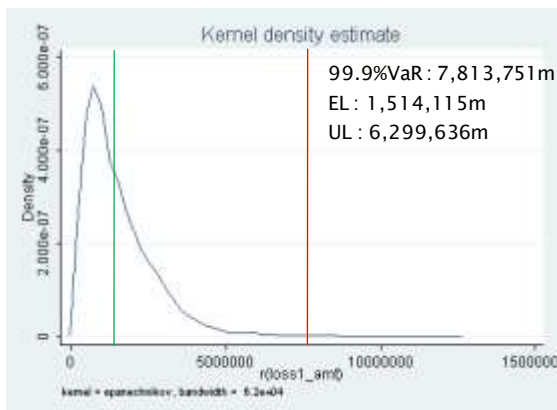
マクロ経済効果を考慮しない推定デフォルト確率
(モデル 7)



マクロ経済効果を考慮した推定デフォルト確率
(モデル 2)



マクロ経済効果を考慮しない推定デフォルト確率
(モデル 6)



図表 15 損失分布： マクロ経済効果を考慮しないとき(上左図)と考慮したとき(上右図)、観察されない異質性を考慮したとき(下図)の 99.9 パーセント信用リスク VaR、予想損失 (EL)、そして予想外損失 (UL)。なお、いずれも 2008 年データを使用。

単位: 百万円

		2008年								
		モデル2			モデル6			モデル7		
		平均PD	VaR	予想損失(EL)	平均PD	VaR	予想損失(EL)	平均PD	VaR	予想損失(EL)
パーセン タイル	1.0%	0.531%	148,486	1,304,548	0.456%	178,154	817,254	0.275%	34,846	675,578
	5.0%		251,453		0.485%	303,908	946,985		71,464	
	10.0%		336,655		0.501%	412,934	1,030,088		103,285	
	25.0%		575,255		0.529%	719,015	1,196,253		192,568	
	50.0%		1,017,366		0.562%	1,225,392	1,430,235		426,098	
	75.0%		1,756,807		0.597%	2,055,779	1,735,575		878,572	
	90.0%		2,649,436		0.629%	2,988,780	2,103,582		1,600,100	
	95.0%		3,235,964		0.649%	3,625,653	2,372,126		2,187,110	
	99.0%		4,933,154		0.688%	5,320,196	2,989,467		3,277,351	
99.9%	7,457,009	0.733%	7,813,751	3,840,226	6,087,600					
最小値	0.531%	22,966	0.348%	21,789	489,829	6,095				
最大値	12,400,000	0.851%	12,600,000	7,636,820	10,800,000	675578.2				
平均値	1,309,575	0.564%	1,520,228	1,514,115	681,271					
標準偏差	-	1,027,417	0.050%	1,111,921	453,361	740,931				
予想外損失(UL)	-	-	6,152,461	-	6,299,636	-	5,412,022			
Tail-VaR	-	-	8,328,597	-	8,658,651	-	6,803,244			

図表 16 損失分布 2： マクロ経済効果を考慮したとき(モデル 2)と考慮しないとき(モデル 7)、さらに、観察されない異質性を考慮したとき(モデル 6)の損失分布を示している。

おわりに

基底デフォルト確率推定とマクロ経済変数は代替関係にあることが示された。つまり、基底デフォルト確率は、平均的なマクロ経済の動向を反映していることが明らかと成った。

また、個別企業における観察されない異質性を考慮したところ、国内上場企業のデフォルトには、個別企業要因(異質性)が存在していることが確認された。その影響度合いとして、推定デフォルト確率がどの程度不確実に成るのかを、個体特有効果の標準偏差でもって示すことができた。企業のデフォルトには、組織的危険であるマクロ経済効果に加えて、直接的には観察することが困難である、個別企業における経営者の質、企業文化、内部統制(コンプライアンス意識やオペレーショナル・リスク)などの要因が、影響を与えていることが示された。さらに、事例研究において、実際にデフォルトした企業を対象に、観察されない異質性を考慮した推定デフォルト確率を見ると、考慮しない場合に比べて、大きくなる

ことがわかった。

個別企業の負債合計をデフォルト時エクスポージャー(EAD)、デフォルト時損失率(LGD)を50パーセントとして、信用リスク VaR の推定を行った。これらの推定結果から、マクロ経済効果を考慮した場合には、貸付ポートフォリオの予想損失(EL)が約2倍程度、予想外損失(UL)が約14パーセント、99.9パーセント信用 VaR が約22パーセント、Tail-VaR が約22パーセント増加することがわかった。つまり、マクロ経済効果を考慮しない推定デフォルト確率では、損失分布の過小推計を行う危険性があることを示している。さらに、推定デフォルト確率に企業の個別要因である観察されない異質性を考慮したところ、考慮しない場合に比べて、予想損失(EL)が約16パーセント、予想外損失(UL)が約2パーセント、99.9パーセント信用リスク VaR が約5パーセント、Tail-VaR が約4パーセント増加することがわかった。

本論文の研究手法を利用した今後の課題の一つとして、マクロ経済効果がデフォルト確率に与える影響を、業種や個々の企業ごとに異なるものとして扱っていくことが考えられる。こうしたモデルの拡張については、引き続き研究を進めるものである。

参考文献

1. Allison, Paul .D [1982]. "Discrete-Time Methods for the Analysis of Event History Data." In *Sociological Methodology* (Ed.S. Leinhardt). 1982, San Francisco: Jossey-Bass. 61-98.
2. Altman Edward I., and Gabriele Sabato, "Modeling Credit Risk for SMEs: Evidence from the U.S. Market," *ABACUS*, 43(3), 2007, 332-57.
3. Bhattacharjee, Arnab, Chris Higson, Sean Holly, and Paul Kattuman[2004], "Business Failure in UK and US Quoted Firms: Impact of Macroeconomic Instability and the Role of Legal Institutions," *Cambridge Working Papers in Economics* 0420, Faculty of Economics, University of Cambridge.
4. Bonfim, Diana [2009], "Credit Risk Drivers: *Evaluating the Contribution of Firm Level Information and of Macroeconomic Dynamics*," *Journal of Banking and Finance*, 33(2), (February, 2009), 281-299.
5. Carling, Kenneth., Tor Jacobson Jesper Lindé Kasper Roszbach, "Corporate Credit Risk Modeling and the Macroeconomy," *Journal of Banking and Finance*, 31(3), (March, 2007), 845-868.
6. Chava, Sudheer and Robert A. Jarrow[2004], "Bankruptcy Prediction with Industry Effects," *Review of Finance*, 2004, 8(4), 537-569
7. Chen, Nai-Fu, Richard Roll and Stephen A. Ross [1986]. "Economic Forces and the

- Stock Market," *Journal of Business*, 1986, 59(3), 383-404.
8. Prodromos, Vlamis[2007], "Default Risk of the UK Real Estate Companies: Is there a Macro-economy Effect?" *Journal of Economic Asymmetries*, 4(2), 99-117.
 9. Shumway Tyler [2001]. "Forecasting Bankruptcy More Accurately; A Simple Hazard Model," *Journal of Business*, 74(1), 2001, 101-124.
 10. Singer, J.D. and Willet, J.B. [1993] "It's about Time: Using Discrete-time Survival Analysis to Study Duration and the Timing of Events." *Journal of Educational Statistics*, 18, 155-195
 11. Whittaker, Joe., Chris Whitehead, and Mark Somers.[2005] "The neglog Transformation and Quantile Regression for the Analysis of a Large Credit Scoring Database,". *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 54(5), 863–878, November 2005.
 12. Yamaguchi Kozuo[1991], *Event history Analysis*, Applied Social Research methods Series, 19., Sage
 13. 大日向 隆[2005]、「倒産分析とゴーイングコンサーン監査—比例ハザードモデルを中心に—」、東京大学ものづくり経営研究センター、MMRC, Discussion Paper No.133. 2005年11月、79pp.
 14. 須田 一幸、山本達司、乙政正太[2008]. 『会計操作：その実態と識別法、株価への影響』、ダイヤモンド社、2008年.
 15. 森平 爽一郎[2000]、「信用リスクの測定と管理(5)：倒産確率の期間構造推定」、証券アナリストジャーナル、38(5)、104-124.