

No. 2021-002

貨幣サーチモデルと財政政策の効果

清水弘幸*

概要

本論文では、個人が保有できる分割不可能の貨幣量を $\{0, 1, 2\}$ に拡張した「Trejos and Wright モデル」を扱う。従来の Trejos and Wright モデルにおいては、0 か 1 の貨幣保有しかできず、貨幣保有分布の分析を十分に行うことができないという欠点があった。本論文では、保有上限を拡張し、その上で財政政策を行った場合どのような効果が表れるのかを考察する。特に貨幣保有分布、GDP、厚生に対する効果が注目される。また、以下のような財政政策を仮定する。売り手が生産した財からある一定割合を政府が税として財の形で徴収する。その後、政府により、定額の補助 (lump-sum subsidy) が財の形で経済主体（買い手、売り手、その他）の全員に配られる。このような政策が行われた場合の経済への影響が考察される。結果として、税率が上昇すると、経済厚生は再分配効果により、大幅に改善する。ただし、実質 GDP には負の影響が表れる。

キーワード : 貨幣サーチモデル、Trejos and Wright、貨幣保有分布、財政政策

*早稲田大学商学大学院非常勤講師

1 はじめに

本稿では、貨幣サーチモデルの枠組みが用いられるが、少し歴史を遡り、それから最近の動向を見ていこう。まず、本モデルの元となっている Shi (1995) と Trejos and Wright (1995) の研究まで遡ってみる。彼らの研究は、Kiyotaki and Wright (1993) の拡張版であり、家計は0か1単位の貨幣しか保有できず、貨幣は分割不可能とされている。ただ、財は、完全に分割可能で、複数単位の生産が可能とされている。その結果、貨幣の購買力が内生的に決定されるようになり、その意味で、Kiyotaki and Wright (1993) (貨幣も財も分割不可能で、財1単位と貨幣1単位の交換のみ許される) の拡張版といえる。

2000年代に入ると、貨幣サーチモデルの研究は大幅に進むことになる。本研究に深くかかわるのが、Zhu (2003) による研究である。Zhu (2003) では、Trejos and Wright (1995) の枠組みをさらに拡張し、貨幣保有量の上限を設け、その以下であれば、非負の整数値単位の貨幣保有ができるようにモデルの改良を行った (例えば、上限が5であれば、0,1,2,3,4,5単位の貨幣保有が可能)。その結果、2000年以前のサーチモデルでは扱うことができなかった貨幣保有分布の推移を考察することができるようになり、資産分布や所得分布に金融政策や貨幣政策はどのように影響を与え、経済厚生、実質GDPがどう変化するのかを扱う、いわゆる「政策分析」が可能となったのである。

ただし、貨幣保有分布の推移という研究が可能になったことと引き換えに、やっかいな問題が生じることになった。それは、モデルが複雑になりすぎて定常均衡の導出を困難にしまうことや、定常均衡の実物的非決定性という問題が顕在化してしまったことである。また、定常均衡の種類も複雑になった。Zhu (2003) の研究では、(1) pure-strategy full-support steady states, (2) mixed-strategy full support steady states, and (3) non-full-support steady states という3つの均衡が存在することがわかっている。数値分析においてさえすべての均衡を見つけることは非常に難しく、プログラムを複雑にしてしまう。こういった問題からしばらく Trejos and Wright (1995) 以降、貨幣保有分布の研究が進まなかった¹。

本研究では、Zhu (2003) タイプの経済を仮定する。すなわち、貨幣上限を2単位として設け、家計は $\{0, 1, 2\}$ のいずれかを保有できる経済を考える。そのうえで、財政政策を考察する。また、Zhu (2003) では交渉はいわゆる「最後通牒 (take-it-or-leave-it)」を仮定している。これは、買い手もしくは売り手のどちらかがすべての交渉力を有する状況である。本稿では、より一般化した Nash 交渉を取り入れ分析する。税は、売り手に課され、生産した財からある量の財を税として徴収される。その後、政府は経済主体全員に同じ量の財を補助として分配する。このとき、経済厚生、実質GDPがどのような影響を受けるのかを数値分析で考察する。

2 モデル

無限期間生存する連続的経済主体 $i \in [0, 1]$ から成る動的経済 ($t \in \{0, 1, 2, \dots\}$) を考える。市場では、売り手は完全に分割可能で多様な財 (special goods) を生産し、買

¹Molico (2006) は、貨幣も完全に分割可能で、保有上限を設けないサーチモデルを数値分析により研究している。

い手は取引が成立した場合、生産された財を消費できる。ただし、自分で生産した財は、自分自身では消費することができない。取引は、ランダムにマッチングされたペア間で生じる。具体的には、 $\alpha < 1/2$ の確率で欲望の一重の一致 (single coincidence) が生じ、 $1 - 2\alpha$ の確率で誰にも出会えないとしよう。また、本論文では簡単化のために欲望の二重の一致 (double coincidence) は生じないと仮定する。

まず税、補助が存在しない時の家計の生涯効用関数を以下のように定義する。

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (U(z_t) - C(z'_t)), \quad (1)$$

ここで z_t は t 期の消費量であり、 z'_t は t 期の生産量を表す。 U, C は二回微分可能な単調増加関数であり、 $U(0) = C(0) = 0$, $U' > 0$, $C' > 0$, $U'' < 0$, $C'' > 0$, $\lim_{z \rightarrow 0} U'(z)/C'(z) = \infty$ を満たす。また、 $U'(\bar{z}) = C'(\bar{z})$ を満たす \bar{z} が存在するとする。 β は割引因子であり、0 と 1 の間を取る。

貨幣は無限期間生存する政府により供給される。本論分では、個人は $\{0, 1, 2\}$ の貨幣保有量を持つことができると仮定しよう。すなわち、まったく貨幣を保有していない状態、1 単位の量を保有している状態、2 単位保有している状態のいずれかが実現する。ここで、単位量 2 は保有量の上限を表す。さらに、いわゆる Cash-in advance 制約があり、財の取引には必ず前期に用意された貨幣が交換媒体として用いられる。

政府による税、補助が存在するとき、売り手が生産した財からある一定割合を政府が税として財の形で徴収する。その後、政府により、定額の補助 (lump-sum subsidy) が財の形で経済主体 (買い手、売り手、その他) の全員に配られると考えよう²。

補助が存在するときの家計の生涯効用関数は、

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (U((1-a)z_t + b) - C(z_t)), \quad (2)$$

となる。ここで a は売り手による生産量にかかる一定率の秩序である。例えば 0.1 であれば、生産された量の 1 割が税として政府に徴収されることを意味する。 b は定額の補助であり、政府によって全員に配布される量である。もちろんこれは政府の予算制約を満たすものでなければならない。すなわち、実質 GDP に税率 a を掛けた値と補助額 b は等しくなっていなければならない。

(2) 式を詳しく見ていく。まず、 t 期で買い手の場合は $U((1-a)z_t + b)$ という効用を得るが、相手から受け取った財 z に a を掛けた分だけ消費量が減少する。

各家計の貨幣保有の実現可能集合を $x \in X \equiv \{0, 1, \dots, \bar{x}\}$ とする。ここで、 $\bar{x} \in \mathbb{N}$ は貨幣保有量の上限を表す (本稿では $\bar{x} = 2$ であるがここではより一般的に考える)。全体の貨幣供給量 (マネーストック) を M とし、 $F(x)$ は貨幣量 x を所有する人口を表す。全体の人口は 1 であるので、以下が成り立つ。

²すぐ後に詳細に定義されるが、ここでも次のことに触れておく。相対的貨幣供給量を $m = M/\bar{x}$ と書くことにする。ここで、 M は全体の名目貨幣供給量で \bar{x} は貨幣保有の上限である。したがって、相対的貨幣供給量 m は $(0, 1)$ の間を取るようになる

$$\sum_{x=0}^{\bar{x}} F(x) = 1, \quad (3)$$

$$\sum_{x=0}^{\bar{x}} xF(x) = M. \quad (4)$$

F は $\bar{x} + 1$ 次元単体である。所与の M において、 F の自由度は $\bar{x} - 1$ となる。したがって、 F は $(F(0), F(1), \dots, F(\bar{x} - 2)) \in \mathbb{R}_+^{\bar{x}-1}$ により一意に定まる。

今、欲望の一重の一致が生じたあるペアを考えよう。 x と x' はそれぞれ買い手、売り手の貨幣保有量である。買い手はいくら支払うのか、売り手はどれだけ生産するか (y, z) は交渉により決まる。ここで、 $y = Y(x, x')$ は交渉の結果実現する買い手の支払額、 $z = Z(x, x')$ はそこでの生産量を表すとしよう。ただし、 $Y(x, x') \leq x$ と $Y(x, x') + x' \leq \bar{x}$ が満たされるように交渉が行われる。 Y のスペースは有限であり、 $\{0, 1, \dots, \bar{x}\}$ 要素を持つ $M+1$ 次正方形行列で表される。

今、 $\bar{x} = 2$ と仮定した場合、24 の実現可能性のある行列 Y が存在することがわかる。 $\bar{x} = 2$ のとき Y は 3×3 行列で表されるが、ここでは、列は買い手の保有量 (x)、行は売り手の保有量 (x') を表すことに注意してほしい。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 \text{ or } 1 & 0 \text{ or } 1 & 0 \\ 0 \text{ or } 1 \text{ or } 2 & 0 \text{ or } 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

$V(x)$ は x を保有する家計の定常的な価値関数 (Value function) としよう。 $V(x) : X \rightarrow \mathbb{R}$ が与えられれば、 Y, Z が解かれることを確認してほしい。ここで Nash 交渉問題を定義していこう。ナッシュ交渉解は、

$$(Y(x, x'), Z(x, x')) \in \operatorname{argmax}_{(y, z)} (G^b)^\gamma \cdot (G^s)^{1-\gamma} \quad \text{s.t. } y \leq \min(x, \bar{x} - x'), \quad (6)$$

と表され、ここでは、 γ は、買い手の交渉力を示すものとする。さらに買い手、売り手の交渉によるゲイン G^b 、 G^s は、

$$G^b(a, b, y, z; x, x') = U((1-a)z + b) - U(b) + \beta(V(x-y) - V(x)), \quad (7)$$

$$G^s(a, b, y, z; x', x) = -C(z) + \beta(V(x'+y) - V(x')), \quad (8)$$

と表現できる。上記の式をここで詳しく説明しておこう。まず、買い手のゲインの式に注目すると交渉に成功すれば、 $U((1-a)z + b)$ の効用が今期得られ、交渉に失敗すれば $U(b)$ の補助分の効用しか得られないので今期の交渉によるゲインは、その差である $U((1-a)z + b) - U(b)$ となる。次期以降の交渉による価値の差は、 $\beta(V(x-y) - V(x))$ で表される。

売り手のゲインの場合は、上記式より詳しく展開してみる。交渉に成功すれば、 $-C(z) + U(b)$ の効用が今期得られ、交渉に失敗すれば $U(b)$ の補助分の効用しか得られないので今期の交渉によるゲインは、その差である $-C(z)$ となり、 $U(b)$ がキャンセル

ル・アウトされ残らないので、先の式と一致する。次期以降の交渉による価値の差は買い手の場合と同じく考えればよい。さらに、貨幣保有量 x の非取引者は $U(b) + \beta V(x)$ に直面する。

一方、 Y と F は F の推移確率行列を決定し、この行列は F に依存する。一つの例を見てみよう。もし \bar{x} が 2 であり行列 $Y(x, x')$ が、

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

と表されるとき、次期の F は、

$$F_{+1} = (F(0), F(1), F(2)) \cdot \begin{pmatrix} (1-2\alpha) + \alpha + \alpha F(0) & \alpha(F(1) + F(2)) & 0 \\ \alpha(F(0) + F(1)) & (1-2\alpha) + \alpha(F(0) + F(2)) & \alpha(F(1) + F(2)) \\ 0 & \alpha(F(0) + F(1)) & (1-2\alpha) + \alpha + \alpha F(2) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

となる。すなわち、 Y が与えられた場合、この行列は F から F への写像となる。も

し F が F^* に写像の繰り返しにより収束すれば、 F^* は貨幣保有の定常分布を示すことがわかる。

今、 V, F, Z と Y が与えられれば、 $V(x)$ は以下を満たす。

$$\begin{aligned} V(x) &= \alpha \left(\sum F(x') (U((1-a)Z(x, x') + b) + \beta V(x - Y(x, x'))) \right) \\ &+ \alpha \left(\sum F(x') (-C(Z(x', x)) + U(b) + \beta V(x + Y(x', x))) \right) \\ &+ (1-2\alpha)(U(b) + \beta V(x)). \end{aligned} \quad (11)$$

まとめると税制 (a, b) 、 M を所与とし、 $t+1$ 期の価値関数 V が与えられれば、それが (Y, Z) を決定し、これと t 期の貨幣保有分布 F を用いて、(11) 式より t 期の価値関数 V' を決定し、(10) 式が $t+1$ 期の F を決定する。この繰り返しにより、 V と F が収束し、かつそれが政府の予算制約式、

$$b = a\alpha \sum F(x)F(x')Z(x, x') \quad (12)$$

を満たすとき (F, V) は定常均衡となる。本稿では、貨幣均衡のみを探す³。すなわち、 V が 0 よりも大きい均衡を数値分析により見つけていく。

定義 1 所与の (a, b) 、 M の下、定常均衡 (SSE) は Nash 交渉解 (6)、(一般化された) 推移過程 (10)、価値関数 (11) および政府の予算制約 (12) を満たす (F^*, V^*) として定まる。

³厳密には貨幣均衡の中においても、(1) pure-strategy full-support steady states, (2) mixed-strategy full support steady states, and (3) non-full-support steady states と呼ばれる 3 つの均衡に分かれる。本稿の数値分析では、pure-strategy full-support steady states のみを扱っている。上記の均衡の詳細な説明は、例えば Zhu (2003) や Kataoka and Shimizu (2019) が詳しい。

3 数値分析

本節では、政府による税の徴収と補助の配布額を考慮にいたしたモデルの数値分析を行う。初めに、各関数の特定化や効用関数の標準化について触れる。その後、税額の変化、交渉力の変化、名目貨幣の変化による経済への影響を考察していく。

3.1 関数の特定化

効用関数 (felicity functions) である U と C はべき関数として定義する。すなわち、 $U(z) = U_0 z^u$ 、そして $C(z) = C_0 z^c$ の具体的な関数の形をとる。ここで、 U_0 、 u 、 C_0 、 c は以下を満たすものとする。 $U_0 > 0$ 、 $0 < u < 1$ 、 $C_0 > 0$ 、 $c \geq 1$ 。

ここで、3つの標準化を考えよう。まず、最適な生産水準 \tilde{z} は1であると考えよう。この標準化により、

$$U_0 u = C_0 c,$$

と表すことが可能となる。次に、 $U(1) - C(1)$ が1となるような標準化を試みよう。このような操作により、

$$U_0 - C_0 = 1,$$

と表現することができる。最後に、上記2つの標準化を用いて次のように展開する。 $U(z) = U_0 z^u$ 、 $C(z) = C_0 z^c$ 、 $\tilde{z} = 1$ 、 $U(\tilde{z}) - C(\tilde{z}) = 1$ を用いる。整理すると、 $U_0 u = C_0 c$ と $U_0 = C_0 + 1$ は、 $C_0 = (u/c)U_0$ 、 $U_0 = c/(c-u)$ 、 $C_0 = u/(c-u)$ をそれぞれ導出する。本稿では、 $u = 0.5$ 、 $c = 2$ の値を基本値とするが、税率の変化を考える際には、結果の頑健性を調べるため、 u 、 c を動かしている。

繰り返しになるが、相対的貨幣量を $m = M/\bar{x}$ と書くことにする。ここで、 M は全体の名目貨幣供給量で \bar{x} は貨幣保有の上限である。したがって、相対的貨幣量 m は $(0, 1)$ の間を取るようになる。

3.2 税率 a の変化の効果

ここでは、税率の変化により、実質 GDP と経済厚生 W 、補助額 b の変化はどのように変化していくのかを見ていく。具体的には、税率 a が0から0.3に上昇した時の変化をメッシュを3つに切って考える。他のパラメータは、 $\gamma = 0.5$ 、 $M = 1.0$ 、 $\bar{x} = 2$ 、 $\alpha = 0.2$ を採用する。また、頑健性を調べるために効用関数のパラメータ u 、 c をいろいろ動かしてみる。 u を動かしたときは、 $c = 2.0$ で固定し、 c を動かしたときは、 $u = 0.5$ で固定する。

u	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6
a	W			GDP			b		
0.00	0.8393	0.7648	0.6641	0.0309	0.0270	0.0228	0.0000	0.0000	0.0000
0.15	4.2125	1.9360	0.9926	0.0294	0.0254	0.0210	0.0044	0.0038	0.0031
0.30	4.6560	2.2144	1.0833	0.0283	0.0239	0.0192	0.0084	0.0071	0.0057
c	1.8	2.0	2.2	1.8	2.0	2.2	1.8	2.0	2.2
a	W			GDP			b		
0.00	0.6889	0.7179	0.7401	0.0212	0.0249	0.0281	0.0000	0.0000	0.0000
0.15	1.3034	1.3651	1.4125	0.0196	0.0232	0.0265	0.0029	0.0035	0.0040
0.30	1.4633	1.5431	1.6057	0.0179	0.0215	0.0248	0.0053	0.0064	0.0074

表 1: 税率の変化の効果

上記の表を詳しく見ていこう。まず、税率が上昇するにつれて、厚生 W は大幅に改善することがわかる。しかしながら、実質 GDP は減少していく。例えば、 $u = 0.4$ で税率が 0 から 0.15 に変化した場合の W と実質 GDP の変化率はそれぞれ、+153%、-5.9% である。また、税率が 0.15 から 0.30 に変化した場合の変化率はそれぞれ+14%、-6.2% と変化していることがわかる。もう一つ計算すると、 $u = 0.6$ で税率が 0 から 0.15 に変化した場合の変化率はそれぞれ、+51%、-27% である。さらに、税率が 0.15 から 0.30 に変化した場合の変化率はそれぞれ+9%、-8.5% と変化していることがわかる。

以上のことを詳しく解釈すると、本稿のモデルでの税の導入は、経済厚生に対しては大きな再分配効果が表れ、厚生が改善することが考察できる。このことは、他の貨幣サーチモデルでも同じ結果が得られるが、本モデルでの再分配効果はより大きいといえる。実質 GDP に対しての効果を見ると、税の徴収は売り手からなされるので、取引の交渉過程において、売り手（もしくは買い手）の効用ゲインに影響を及ぼし生産量が減少すると考えられる。

最後に頑健性を見ると、 u や c の変更を行っても、 W 、GDP、 b の変化の方向性は同じであることが表 1 から理解できる。

3.3 交渉力 γ の変化の効果

次に交渉力の変化により、実質 GDP と経済厚生、補助額 b の変化はどのように変化していくのかを見ていく。交渉力が、0.1 から 0.9 に上昇した時の変化をメッシュを 5 つに切って考える。他のパラメータは、 $a = 0.1$ 、 $M = 1.0$ 、 $\bar{x} = 2$ 、 $\alpha = 0.2$ を採用する。また、ここでは、 u 、 c を動かさず、 $u = 0.5$ 、 $c = 2.0$ で固定する。

γ	W	GDP	b
0.1	0.6548	0.0058	0.0005
0.3	0.9969	0.0141	0.0014
0.5	1.2628	0.0238	0.0024
0.7	1.5222	0.0376	0.0038
0.9	1.7535	0.0597	0.0059

表 2: 交渉力 γ の変化の効果

表 2 を見ると、買い手の交渉力 γ が上昇するにつれ、経済厚生 W 、実質 GDP ともに増加する傾向が観察できる。なぜこのような結果になるのかを考えてみよう。買い

手の交渉力が大きくなるということは、交渉過程で用いられる Nash 積に影響を与える。生産量を決定する際に、買い手の効用ゲインがより重要視され、結果、買い手に有利なように、より多くの生産量が要求されるようになり、実質 GDP が増加することになる。また、厚生に関しても経済全体で見ると、より多くの供給がなされるので、改善することになる。

3.4 名目貨幣供給量 M の変化の効果

最後に、名目貨幣供給量の変化により、実質 GDP と経済厚生、補助額 b の変化はどのように変化していくのかを見ていく。名目貨幣供給量が 0.2 から 1.8 に上昇した時の変化を 5 つに切って考える。他のパラメータは、 $\gamma = 0.5$ 、 $a = 0.1$ 、 $\bar{x} = 2$ 、 $\alpha = 0.2$ を採用する。ここでも、 u 、 c を動かさず、 $u = 0.5$ 、 $c = 2.0$ で固定する。

M	W	GDP	b
0.2	0.9164	0.0216	0.0021
0.6	1.3462	0.0314	0.0031
1.0	1.2628	0.0238	0.0024
1.4	0.8588	0.0113	0.0011
1.8	0.2747	0.0015	0.0001

表 3: 貨幣供給量 M の変化の効果

貨幣供給量の M の変化の影響を見ていこう。表 3 からわかるように、貨幣供給量 M が 0.6 付近で、経済厚生 W 、実質 GDP、補助額ともに最大となることが観察される。さらに、 M が 1.8 まで多くなると、貨幣の価値が大幅に下落するため、全体の生産量である実質 GDP は 0.0015 と急激に減少してしまう。これも交渉の際に、買い手が保有する貨幣の価値が低いために生じる結果と解釈できる。すなわち最適な全体の貨幣量というものは、およそ半分付近 0.6~1.0 といえる。もちろん、メッシュをもっと細かく切れば、より詳細な最適な全体の貨幣量を見つけることが可能である。

4 結論

本稿では、貨幣保有量に上限を設けたモデルを構築した。より詳細に述べると、 $\{0, 1, 2\}$ に拡張した「Trejos and Wright モデル」を扱い、従来モデルの拡張を図った。そのうえで、本稿では税を導入し、特に経済厚生、実質 GDP への影響を分析した。税は、売り手が生産する財をある一定の税率で徴収し、財の形で政府が税として徴収する。その後、政府は、売り手、買い手、その他の全員に同じ定額の補助を財の形で分配するという枠組みになっている。

結果を述べると、税率が上昇するにつれ、経済厚生は大きくなるが、実質 GDP は減少することが分かった。また、本モデルでは再分配効果がより強く表れることも観察された。次に、買い手の交渉力が高まるにつれ、経済厚生、実質 GDP ともに増加することが観察された。これは、財の生産量は、本モデルでは交渉により決まるので、同結果となる。最後に、貨幣供給量が及ぼす影響にも触れた。ここでは、貨幣供給量の最適な量が議論された。

本稿の課題としては、1以上の貨幣を保有できるものの上限が2という単純な世界を扱っている。より上限を拡張した場合、本稿の結果と整合的になるのかを分析することも重要である。また、税の徴収と補助の分配は財の形で行うという仮定がなされている。貨幣の形で徴収し、分配した場合は、貨幣保有分布にその都度、影響を与えるため非常に複雑になる。しかしながら、上述した形で分析することは重要で、残された課題である。

参考文献

- [1] Huang, P. and Igarashi, Y. (2015). Trejos-Wright with 2-unit Bound: Existence and Stability of Monetary Steady States. *Mathematical Social Science*, 73, 55-62.
- [2] Kataoka, T. and Shimizu, H. (2019). A Matching Model with Individual Bounded Money Holdings and the Nash Bargaining Rule. Working paper.
- [3] Kiyotaki, N. and Wright, R. (1993). A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics. *American Economic Review*, 83, 63-77.
- [4] Lagos, R. and Wright, R. (2005). A Unified Framework for Monetary Theory and Policy Analysis. *Journal of Political Economy*, 113, 463-484.
- [5] Lagos, R. and Wright, R. (2003). Dynamics, Cycles and Sunspot Equilibria in 'Genuinely Dynamic, Fundamentally Disaggregative' Models of Money. *Journal of Economic Theory*, 109, 156-171.
- [6] Molico, M. (2006). The Distribution of Money and Prices in Search Equilibrium. *International Economic Review*, 36, 701-722.
- [7] Rocheteau, G. and Waller, C. (2005). Bargaining and the Value of Money. Working paper.
- [8] Rocheteau, G. and Wright, R. (2005). Money in Search Equilibrium, in competitive equilibrium and in competitive search equilibrium. *Econometrica*, 73, 175-202.
- [9] Shi, S. (1995). Money and Prices: A Model of Search and Bargaining. *Journal of Economic Theory*, 67, 467-496.
- [10] Taber, A. and Wallace, N. (1999). A Matching Model with Bounded Holdings of Indivisible Money. *International Economic Review*, 40.
- [11] Trejos, A. and Wright, R. (1995). Search, Bargaining, Money, and Prices. *Journal of Political Economy*, 103, 118-141.
- [12] Wallace, N. (2002). General Features of Monetary Models and their Significance. Working paper.

- [13] Zhu, T. (2003). Existence of a Monetary Steady State in a Matching Model: Indivisible Money. *Journal of Economic Theory*, 112, 307-324.