

# 動学的な総需要 - 総供給モデルと インフレ期待形成

嶋 村 紘 輝\*  
木 口 武 博  
野 尻 純

## 1. はじめに

本稿では、3つのマクロ経済モデルを考察の対象とする。第1に、基本モデルとして、マンキュー『マクロ経済学』(Mankiw (2013))の「動学的な総需要 - 総供給モデル」を取り上げる。このモデルは、IS曲線、フィリップス曲線、金融政策ルール、フィッシャー方程式(事前の実質利子率の関係)、適応的期待から構成されるものである。第2のモデルは、第1の基本モデルをもとに、フィッシャー方程式については事後の実質利子率の関係を、また、期待形成については合理的期待を仮定して、構築したものである。第3のモデルは、同じく第1の基本モデルをもとに、フィリップス曲線についてはニューケインジアン型フィリップス曲線を、また、期待形成については合理的期待を仮定して、

---

\* 本稿は、「2013年度早稲田商学基金」の助成による研究成果の一部である。なお、本稿の作成に当たっては、第2～4節の理論モデルを嶋村が、第5～7節のカリブレーションを木口と野尻が担当し、全体を嶋村がとりまとめる形で進めた。また、エディンバラ大学経済学部准教授の河村耕平氏、大東文化大学・第一工業大学非常勤講師の清水弘幸氏には、本稿の理論モデルを作成するうえで有益なご指摘・コメントをいただいた。心より謝意を表したい。

構築したものである。

以上の3つの「動学的な総需要-総供給モデル」について、各モデルの内生変数の短期均衡値および長期均衡値を具体的に求め、内生変数の動きはそれぞれどのような要因に依存するかを明らかにする。同時に、第1のモデルはバックワード・ルッキングな性質を、第2のモデルは静学的な性質を、第3のモデルはフォワード・ルッキングな性質をもつことを示す。

さらに、これらのマクロ経済モデルについて、外生的な需要ショックや供給ショックが起こった場合、各モデルの内生変数の均衡値がどのような動学的な経路をたどるかを、「インパルス反応関数」によって観察し、各モデルの特徴や相違点を明確にする。

## 2. 動学的な総需要-総供給の基本モデル：モデル I

この節では、まず、本稿の基本モデルとして、Mankiw (2013) の第15章に提示されている「動学的な総需要-総供給モデル」を紹介する<sup>(1)</sup>。その後、モデルの内生変数の均衡値を求めて、マンキュー・モデルの意味合いを明らかにする。

### (1) マンキュー・モデル

マンキューの動学的な総需要-総供給モデル（これを、モデル I と呼ぶことにする）は、1次式で表現した IS 曲線、フィリップス曲線、金融政策ルール、およびフィッシャー方程式、適応的期待の5つの関係式から構成される。すなわち、本稿のモデル I は、

$$Y_t = \bar{Y}_t - \alpha(r_t - \rho) + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\pi_t = {}_{t-1}\pi_t^e + \phi(Y_t - \bar{Y}_t) + v_t \quad (2)$$

(1) このモデルは、訳書 (2012) 『マンキュー マクロ経済学Ⅱ』では、第8章で扱われている。

$$i_t = \pi_t + \rho + \theta_\pi(\pi_t - \pi_t^*) + \theta_Y(Y_t - \bar{Y}_t) \quad (3)$$

$$r_t = i_t - {}_t\pi_{t+1}^e \quad (4)$$

$${}_t\pi_{t+1}^e = \pi_t \quad (5)$$

と表される。ここで、 $Y_t$ は $t$ 期（今期）の実質国内総生産（GDP）ないしは実質国内総所得（GNI）、 $\pi_t$ はインフレ率、 ${}_t\pi_{t+1}^e$ は $t$ 期に形成された $t+1$ 期の期待インフレ率、 $r_t$ は実質利子率、 $i_t$ は名目利子率を表す。これら5つの変数（ $Y_t$ ,  $\pi_t$ ,  ${}_t\pi_{t+1}^e$ ,  $r_t$ ,  $i_t$ ）がモデルの内生変数である。

また、 $\bar{Y}_t$ は $t$ 期（今期）のGDPの自然水準、 $\pi_t^*$ は中央銀行のインフレ目標値、 $\varepsilon_t$ は需要ショック、 $v_t$ は供給ショックを表す。これら4つの変数（ $\bar{Y}_t$ ,  $\pi_t^*$ ,  $\varepsilon_t$ ,  $v_t$ ）は外生変数である。なお、需要ショックと供給ショックは平均ゼロの確率変数とする。

さらに、 $\alpha$ は総需要が実質利子率に反応する度合い、 $\rho$ は自然利子率、 $\phi$ はインフレ率がGDPに反応する度合い、 $\theta_\pi$ は中央銀行が名目利子率をインフレ率に反応させる度合い、 $\theta_Y$ は同じく名目利子率をGDPに反応させる度合いを表す。これらのパラメーター（ $\alpha$ ,  $\rho$ ,  $\phi$ ,  $\theta_\pi$ ,  $\theta_Y$ ）はすべて正の値とする。

では、モデルIを構成する各式を、簡単に説明しておく。(1)式は、財・サービスの総需要と総供給が均衡する状態を示す「IS曲線」である。すなわち、実質利子率 $r_t$ と財・サービスの総需要それゆえGDP( $Y_t$ )との間には負の関係があり、実質利子率が上昇すると、投資支出や消費支出が抑制されて総需要は減少することを表す。その際、総需要の実質利子率感応度 $\alpha$ が大きいほど、GDPは実質利子率の変化に対して大きく反応する。また、GDPの自然水準 $\bar{Y}_t$ が高まると、その分だけGDP( $Y_t$ )は拡大する。

さらに、需要ショック $\varepsilon_t$ は、総需要に影響を与える外生的な諸要因を表す確率変数とする。たとえば、将来の経済状態に関する人びとの期待が改善すると、投資支出や消費支出が増えて総需要は増加するので、 $\varepsilon_t$ は正の値をとる。

反対に、将来の経済状態に関する人びとの期待が悪化するときには、 $\varepsilon_t$ は負の値をとる。あるいは、政府支出の増加や減税などの財政拡張政策が実施されると、総需要は刺激されるので、 $\varepsilon_t$ は正の値をとる。反対に、政府支出の減少や増税などの財政緊縮政策が実施されると、総需要は抑制されるので、 $\varepsilon_t$ は負の値をとる。

なお、(1)式において、 $\varepsilon_t = 0$  および  $Y_t = \bar{Y}_t$  と置けば、 $r_t = \rho$  という関係が得られる。すなわち、このモデルでは、需要ショック  $\varepsilon_t$  が存在せず、かつ  $GDP(Y_t)$  が自然水準  $\bar{Y}_t$  に一致する場合の実質利子率  $r_t$  が、自然利子率  $\rho$  に当たることがわかる。

(2)式は、インフレ率  $\pi_t$  は、前期に形成された今期の期待インフレ率  ${}_{t-1}\pi_t^e$ 、GDPギャップ ( $Y_t - \bar{Y}_t$ )、および外生的な供給ショック  $v_t$  によって決まるとした「フィリップス曲線」である。このように、過去のインフレ期待が現実のインフレ率に反映されるとする点は、フリードマン (M. Friedman) が自然失業率仮説を説明するために用いた「期待で調整されたフィリップス曲線」と同じであり、(2)式は「新古典派型フィリップス曲線」と呼ばれるものに当たる<sup>(2)</sup>。

また、経済が好景気で、 $GDP(Y_t)$  は自然水準  $\bar{Y}_t$  を上回り、GDPギャップ ( $Y_t - \bar{Y}_t$ ) がプラスのときには、物価水準は上昇してインフレ率  $\pi_t$  は高まる。反対に、経済が不景気で、GDP は自然水準を下回り、GDPギャップ ( $Y_t - \bar{Y}_t$ ) がマイナスのときには、物価水準は低下してインフレ率は下がる。その際、インフレ率のGDP感応度  $\phi$  が大きいほど、インフレ率はGDPギャップ ( $Y_t - \bar{Y}_t$ ) に対して大きく反応する。

さらに、供給ショック  $v_t$  は、インフレ率に影響を与える外生的な諸要因を表す確率変数とする。たとえば、国際的な石油価格の高騰や凶作による農産物価格の高騰が起これると、多くの企業が生産コストの上昇に見舞われ、物価は上

(2) Friedman (1968), Woodford (2003) pp.158-160, 平田・加藤 (2004) pp.2-4を参照。

昇するので、 $v_t$ は正の値をとる。反対に、著しい技術進歩や国際的な石油価格の低下が起こると、多くの企業の生産コストは下がるため、物価は下落するので、 $v_t$ は負の値をとる。

(3)式は、名目利子率に関する金融政策ルールを表す。これは、中央銀行が設定する名目利子率  $i_t$  の目標値は、インフレ率  $\pi_t$ 、自然利子率  $\rho$ 、インフレ率の目標値からの乖離 ( $\pi_t - \pi_t^*$ )、および GDP ギャップ ( $Y_t - \bar{Y}_t$ ) にもとづいて決められるとするもので、一般に「テーラー・ルール」と呼ばれている<sup>(3)</sup>。

金融政策ルールのパラメーター  $\theta_\pi$ 、 $\theta_Y$  はともに正の値であるから、インフレ率が目標値を上回る場合 ( $\pi_t > \pi_t^*$ ) や GDP が自然水準を上回る場合 ( $Y_t > \bar{Y}_t$ ) には、中央銀行は金融引き締めをはかり、名目利子率  $i_t$  を引き上げる。反対に、インフレ率が目標値を下回る場合 ( $\pi_t < \pi_t^*$ ) や GDP が自然水準を下回る場合 ( $Y_t < \bar{Y}_t$ ) には、中央銀行は金融緩和をはかり、名目利子率  $i_t$  を引き下げる。その際、 $\theta_\pi$  の値が大きいほど、中央銀行はインフレ率の目標値からの乖離に大きく反応し、 $\theta_Y$  の値が大きいほど、GDP の自然水準からの乖離に大きく反応する。また、インフレ率が目標値に等しく、同時に GDP が自然水準に等しい場合 ( $\pi_t = \pi_t^*$ 、 $Y_t = \bar{Y}_t$ ) には、中央銀行は名目利子率を、インフレ率と自然利子率の和に一致するように設定する ( $i_t = \pi_t + \rho$ )。

(4)式は、名目利子率と実質利子率の関係を表す「フィッシャー方程式」に当たる。フィッシャー方程式によると、名目利子率は実質利子率と期待インフレ率の和であるから、実質利子率  $r_t$  は、名目利子率  $i_t$  から期待インフレ率  ${}_t\pi_{t+1}^e$  を差し引いた値として表される。

(5)式は、人びとの抱くインフレ期待は「適応的期待」(adaptive expectation) によって形成されることを表す。ここでは、簡単に、人びとは過去の観察値に基づいてインフレ期待を形成する、と仮定する。すなわち、人びとは

(3) Taylor (1993) を参照。

$t+1$ 期（次期）の物価は  $t$ 期（今期）のインフレ率と同じ割合で上昇すると予想するので、 $t$ 期に形成された  $t+1$ 期の期待インフレ率  ${}_t\pi_{t+1}^e$  は、 $t$ 期のインフレ率  $\pi_t$  に等しい。

以上の仮定はどの期にも当てはまるから、(5)式の表記を1期分だけ後方にずらせば

$${}_{t-1}\pi_t^e = \pi_{t-1} \quad (5)'$$

という関係が得られる。これより、(2)式の右辺第1項の  ${}_{t-1}\pi_t^e$ 、つまり  $t-1$ 期（前期）に形成された  $t$ 期（今期）の期待インフレ率は、 $t-1$ 期のインフレ率  $\pi_{t-1}$  に等しいことになる。

## (2) 短期均衡

マンキュー『マクロ経済学』においては、テキストとしての性質上、モデルの外生変数が変化したとき、内生変数が時間の経過に伴いどのように反応するかを、図で示すことに主眼が置かれており、内生変数の短期均衡値そのものは明示されていない。そこで、本項では、モデルの内生変数の短期均衡値を具体的に求めて、各内生変数の短期的な動きはどのような要因に依存するかを明らかにする。

さて、モデル I を解くには、総需要 - 総供給分析と同様に、GDP とインフレ率に注目すればよい。第1に、(1)式の右辺第2項の実質利子率  $r_t$  に(4)式を代入し、さらに、(3)式と(5)式を代入して整理すると、

$$Y_t = \bar{Y}_t - \frac{\alpha\theta_\pi}{1+\alpha\theta_Y}(\pi_t - \pi_t^*) + \frac{1}{1+\alpha\theta_Y}\varepsilon_t \quad (6)$$

ないしは、

$$\pi_t = \pi_t^* - \frac{1+\alpha\theta_Y}{\alpha\theta_\pi}(Y_t - \bar{Y}_t) + \frac{1}{\alpha\theta_\pi}\varepsilon_t \quad (6)'$$

という「動学的な総需要曲線」が得られる。この動学的な総需要曲線は、縦軸

にインフレ率  $\pi_t$ , 横軸に GDP ( $Y_t$ ) をとった図に示せば, 傾きが  $-(1 + \alpha\theta_Y) / \alpha\theta_\pi (< 0)$  で, GDP の自然水準  $\bar{Y}_t$  において, インフレ率が  $\pi_t^* + (1 / \alpha\theta_\pi) \varepsilon_t$  になる右下がりの曲線として表される。そして, 需要ショックが発生する ( $\varepsilon_t > 0$ ) と, 動学的な総需要曲線は右方にシフトする。

第2に, (2)式の右辺第1項に(5)'式を代入すると,

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \phi(Y_t - \bar{Y}_t) + \nu_t \tag{7}$$

ないしは,

$$Y_t = \bar{Y}_t + \frac{1}{\phi}(\pi_t - \pi_{t-1}) - \frac{1}{\phi}\nu_t \tag{7}'$$

という「動学的な総供給曲線」が得られる。この動学的な総供給曲線は, 傾きが  $\phi (> 0)$  で, GDP の自然水準  $\bar{Y}_t$  において, インフレ率が  $\pi_{t-1} + \nu_t$  になる右上がりの曲線として描かれる。そして, 供給ショックが発生する ( $\nu_t > 0$ ) と, 動学的な総供給曲線は左方にシフトする。

マクロ経済の短期均衡は, 動学的な総需要曲線と総供給曲線が交差する点において実現する。したがって, (6)式ないしは(6)'式と, (7)式ないしは(7)'式を連立させて  $Y_t$  と  $\pi_t$  について解けば, GDP とインフレ率の短期均衡値が求められる。いま, (6)式の右辺第2項のインフレ率  $\pi_t$  に, (7)式を代入して整理すると, GDP の短期均衡値は,

$$Y_t = \bar{Y}_t - \frac{\alpha\theta_\pi}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}(\pi_{t-1} + \nu_t - \pi_t^*) + \frac{1}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}\varepsilon_t \tag{8}$$

となる。(8)式より,  $t$ 期(今期)の実質国内総生産(GDP)  $Y_t$  は,  $t$ 期に需要ショックが発生する ( $\varepsilon_t > 0$ ) と増加するが, 逆に, 供給ショックが発生する ( $\nu_t > 0$ ) ときには減少する。また,  $t$ 期(今期)のGDP自然水準  $\bar{Y}_t$  の増加, 中央銀行のインフレ目標値  $\pi_t^*$  の引き上げ,  $t-1$ 期(前期)のインフレ率  $\pi_{t-1}$  の低下は,  $t$ 期のGDP ( $Y_t$ ) を増加させる。

さらに, (8)式の  $Y_t$  を, (7)式の右辺第2項に代入して整理すると, インフ

レ率の短期均衡値は、

$$\pi_t = \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}(\pi_{t-1} + v_t) + \frac{\alpha\phi\theta_\pi}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}\pi_t^* + \frac{\phi}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}\varepsilon_t \quad (9)$$

となる。(9)式より、 $t$ 期(今期)のインフレ率 $\pi_t$ は、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0, v_t > 0$ )と上昇する。また、中央銀行の $t$ 期(今期)におけるインフレ目標値 $\pi_t^*$ の引き上げ、 $t-1$ 期(前期)のインフレ率 $\pi_{t-1}$ の上昇は、 $t$ 期のインフレ率 $\pi_t$ を上昇させる。

このように、 $t$ 期(今期)のGDPとインフレ率の短期均衡値が決まれば、ほかの内生変数の均衡値は自動的に決定される。まず、(5)式より、期待インフレ率の短期均衡値はインフレ率の短期均衡値に一致して、

$${}_t\pi_{t+1}^e = \pi_t \quad (10)$$

となる。(10)式より、 $t$ 期(今期)に形成された $t+1$ 期(次期)の期待インフレ率 ${}_t\pi_{t+1}^e$ は、 $t$ 期(今期)のインフレ率 $\pi_t$ に等しいので、期待インフレ率 ${}_t\pi_{t+1}^e$ の決定要因は、(9)式のインフレ率 $\pi_t$ の場合とまったく同じである。

つぎに、(1)式より、 $\alpha(r_t - \rho) = -(Y_t - \bar{Y}_t) + \varepsilon_t$ という関係が得られるので、右辺の $Y_t$ に(8)式を代入して整理すると、実質利率の短期均衡値は、

$$r_t = \rho + \frac{\theta_\pi}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}(\pi_{t-1} + v_t - \pi_t^*) + \frac{\theta_Y + \phi\theta_\pi}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}\varepsilon_t \quad (11)$$

となる。(11)式より、 $t$ 期(今期)の実質利率 $r_t$ は、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0, v_t > 0$ )と上昇する。また、自然利率 $\rho$ の上昇、中央銀行による $t$ 期(今期)のインフレ目標値 $\pi_t^*$ の引き下げ、 $t-1$ 期(前期)のインフレ率 $\pi_{t-1}$ の上昇は、 $t$ 期の実質利率 $r_t$ を上昇させる。

おわりに、(4)式より、 $i_t = r_t + {}_t\pi_{t+1}^e$ という関係が得られるので、右辺の $r_t$ に(11)式を、 ${}_t\pi_{t+1}^e$ に(9)式をそれぞれ代入して整理すると、名目利率の短期均衡値は、



$$i_t = \rho + \frac{1 + \alpha\theta_Y + \theta_\pi}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}(\pi_{t-1} + v_t) + \frac{(\alpha\phi - 1)\theta_\pi}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}\pi_t^* + \frac{\theta_Y + \phi(1 + \theta_\pi)}{1 + \alpha(\theta_Y + \phi\theta_\pi)}\varepsilon_t \quad (12)$$

となる。(12)式より、 $t$ 期(今期)の名目利子率 $i_t$ は、実質利子率 $r_t$ と同様に、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0, v_t > 0$ )と上昇する。また、自然利子率 $\rho$ の上昇、中央銀行による $t$ 期(今期)のインフレ目標値 $\pi_t^*$ の引き下げ(ただし、 $\alpha\phi < 1$ とする)、 $t-1$ 期(前期)のインフレ率 $\pi_{t-1}$ の上昇は、 $t$ 期の名目利子率 $i_t$ を上昇させる。

以上、モデルIの内生変数( $Y_t, \pi_t, {}_t\pi_{t+1}^e, r_t, i_t$ )の短期均衡値は、(8)式~(12)式によって表されることを明らかにしたが、どの短期均衡値も、 $t-1$ 期(前期)のインフレ率 $\pi_{t-1}$ (先決内生変数)、および $t$ 期(今期)の外生変数( $\bar{Y}_t, \pi_t^*, \varepsilon_t, v_t$ )の一部ないしはすべてに依存して決まることが見てとれる。さらに、(9)式を考慮すれば、 $t-1$ 期(前期)のインフレ率 $\pi_{t-1}$ は、 $t-2$ 期のインフレ率 $\pi_{t-2}$ 、 $t-1$ 期のインフレ目標値 $\pi_{t-1}^*$ 、需要ショック $\varepsilon_{t-1}$ 、供給ショック $v_{t-1}$ によって決まる。また、さらに、 $t-2$ 期のインフレ率 $\pi_{t-2}$ は、 $t-3$ 期のインフレ率 $\pi_{t-3}$ 、 $t-2$ 期のインフレ目標値 $\pi_{t-2}^*$ 、需要ショック $\varepsilon_{t-2}$ 、供給ショック $v_{t-2}$ によって決まる。このように、つぎつぎと過去に遡っていくと、 $t-1$ 期(前期)のインフレ率 $\pi_{t-1}$ は、 $t-1$ 期以前のインフレ目標値 $\pi_{t-s}^*$ 、需要ショック $\varepsilon_{t-s}$ 、および供給ショック $v_{t-s}$ ( $s=1, 2, 3, \dots$ )によって決まることになる。

したがって、モデルIの内生変数の短期均衡値はすべて、今期の外生変数の値とこれまでの過去における外生変数の値によって決定されることがわかる。その意味で、モデルIはバックワード・ルッキング(backwardlooking)な性質をもつマクロ経済モデルといえる。

## (3) 長期均衡

つぎに、モデル I の長期均衡を考えてみる。ここでは、マンキュー『マクロ経済学』にしたがい、長期均衡とは、需要ショックや供給ショックがなく ( $\varepsilon_t = \nu_t = 0$ )、インフレーションが安定している状態 ( $\pi_t = \pi_{t-1}$ ) と定義する。以上の長期均衡の条件を、前項の内生変数の短期均衡値に代入することにより、モデル I の内生変数の長期均衡値が求められる<sup>(4)</sup>。

第 1 に、(9)式に  $\pi_t = \pi_{t-1}$ 、 $\varepsilon_t = \nu_t = 0$  を代入して整理すると、

$$\pi_t = \pi_t^* \quad (13)$$

となる。(13)式より、 $t$  期 (今期) のインフレ率  $\pi_t$  の長期均衡値は、 $t$  期のインフレ目標値  $\pi_t^*$  に等しい。

第 2 に、(10)式と(13)式の関係から、

$${}_t\pi_{t+1}^e = \pi_t^* \quad (14)$$

となる。(14)式より、 $t$  期 (今期) に形成された  $t+1$  期 (次期) の期待インフレ率  ${}_t\pi_{t+1}^e$  の長期均衡値は、 $t$  期のインフレ目標値  $\pi_t^*$  に等しい。

第 3 に、(13)式と  $\pi_t = \pi_{t-1}$  から、 $\pi_{t-1} = \pi_t^*$  という関係が得られるので、この関係式と  $\varepsilon_t = \nu_t = 0$  を(8)式に代入すると、

$$Y_t = \bar{Y}_t \quad (15)$$

となる。(15)式より、 $t$  期 (今期) の GDP ( $Y_t$ ) の長期均衡値は、 $t$  期の GDP の自然水準  $\bar{Y}_t$  に等しい。

第 4 に、(11)式に  $\pi_{t-1} = \pi_t^*$ 、 $\varepsilon_t = \nu_t = 0$  を代入すると、

$$r_t = \rho \quad (16)$$

となる。(16)式より、 $t$  期 (今期) の実質利子率  $r_t$  の長期均衡値は、自然利子率  $\rho$  に等しい。

最後に、(12)式に  $\pi_{t-1} = \pi_t^*$ 、 $\varepsilon_t = \nu_t = 0$  を代入すると、

(4) 動学的な総需要曲線(6)式、動学的な総供給曲線(7)式、モデルの構造方程式(1)式、(3)式、(5)式を利用して、長期均衡値を求めることもできる。

$$\dot{i}_t = \rho + \pi_t^* \tag{17}$$

となる。(17)式より、 $t$ 期(今期)の名目利子率  $i_t$  の長期均衡値は、自然利子率  $\rho$  と  $t$ 期(今期)のインフレ目標値  $\pi_t^*$  との和に等しい。

### 3. 合理的期待と事後の実質利子率：モデルⅡ

前節で検討した動学的な総需要 - 総供給モデル(モデルⅠ)は、IS曲線、フィリップス曲線、金融政策ルール、ならびにフィッシャー方程式、適応的期待から構成されるものであった。本節では、モデルⅠの支柱であるIS曲線、フィリップス曲線、金融政策ルールの関係式はそのままにするが、フィッシャー方程式については事後の実質利子率を、また、インフレ期待形成については合理的期待を仮定して、マクロ経済モデルを構築してみる。

#### (1) モデルⅡ

まず、モデルⅠにおけるフィッシャー方程式の実質利子率は、名目利子率から人びとが抱く期待インフレ率を差し引いたもので、いわば「事前の実質利子率」を意味する。貸借関係を例にとると、貸し手や借り手が予想する期待実質利子率である。それに対して、名目利子率から実際のインフレ率を差し引くことにより、実質利子率を定義することもできる。これが「事後の実質利子率」である<sup>(5)</sup>。本節のマクロ経済モデルでは、実質利子率は事後の実質利子率として、(4)式の代わりに、

$$r_t = i_t - \pi_t \tag{4}'$$

というフィッシャー方程式を仮定する。

つぎに、モデルⅠでは、期待インフレ率は適応的期待によって形成されたとしたが、現在、マクロ経済学の分野で一般的に使われている期待形成仮説は、

---

(5) 事前と事後の実質利子率については、Mankiw (2013) pp. 98-99を参照。

ルーカス (R. Lucas) やサージェント (T. Sargent) が唱えた「合理的期待」(rational expectation) である<sup>(6)</sup>。ここで、合理的期待とは、各経済主体が利用可能な情報を最大限に活用しながら予想を立てることを意味する。期待が合理的に形成される場合、利用可能な情報の中には、経済のすべての内生変数および外生変数の値、真の経済構造に関する知識も含まれる。したがって、各経済主体は予想すべき経済変数が実際にたどる経路を正しく予測するに足る情報をもっているため、人びとの主観的予想は真の経済モデルから導かれる客観的予想と等しくなる、と主張される。

たとえば、 $t-1$  期（前期）に形成された  $t$  期（今期）の期待インフレ率  ${}_{t-1}\pi_t^e$  は、合理的期待によると、 $t$  期のインフレ率の数学的期待値  $E_{t-1}\pi_t$  に等しいことになる。すなわち、期待インフレ率は、

$${}_{t-1}\pi_t^e = E_{t-1}\pi_t \quad (18)$$

という方式によって形成される。ここで、左辺の期待インフレ率  ${}_{t-1}\pi_t^e$  は、 $t-1$  期時点における  $t$  期のインフレ率に関する人びとの主観的予想値、右辺の  $E_{t-1}\pi_t$  は、予想形成時点 ( $t-1$  期) で利用可能なすべての情報を使って得られる  $t$  期の真のインフレ率  $\pi_t$  の数学的期待値 (客観的予想値) である。

さて、以上の説明から、本稿のモデル II は、

$$Y_t = \bar{Y}_t - \alpha(r_t - \rho) + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\pi_t = {}_{t-1}\pi_t^e + \phi(Y_t - \bar{Y}_t) + v_t \quad (2)$$

$$i_t = \pi_t + \rho + \theta_\pi(\pi_t - \pi_t^*) + \theta_Y(Y_t - \bar{Y}_t) \quad (3)$$

$$r_t = i_t - \pi_t \quad (4)'$$

$${}_{t-1}\pi_t^e = E_{t-1}\pi_t \quad (18)$$

と表される。ここで、モデル II の変数とパラメーターは、すべてモデル I の場合と同じであるが<sup>5</sup>、上述のとおり、 $E_{t-1}\pi_t$  は、 $t-1$  期時点で利用可能なすべて

(6) 合理的期待については、嶋村 (1997) pp.124-134, 嶋村 (2015) pp.225-227を参照。

の情報を使って得られる  $t$  期のインフレ率  $\pi_t$  の合理的期待値を示す。なお、モデルⅡの内生変数は、 $t$  期の GDP ( $Y_t$ )、インフレ率 ( $\pi_t$ )、 $t-1$  期に形成された  $t$  期の期待インフレ率 ( ${}_{t-1}\pi_t^e$ )、実質利子率 ( $r_t$ )、名目利子率 ( $i_t$ ) の 5 変数である。

(2) 短期均衡

では、モデルⅡの内生変数の短期均衡値を具体的に求め、各内生変数は短期にはどのような要因に依存するかを調べてみる。このモデルを解くには、前節と同様に、GDP とインフレ率に注目すればよい。

第 1 に、(1) 式の右辺第 2 項の実質利子率  $r_t$  に (4)' 式を代入し、さらに、(3) 式を代入して整理すると、

$$Y_t = \bar{Y}_t - \frac{\alpha\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y} (\pi_t - \pi_t^*) + \frac{1}{1 + \alpha\theta_Y} \varepsilon_t \quad (19)$$

ないしは、

$$\pi_t = \pi_t^* - \frac{1 + \alpha\theta_Y}{\alpha\theta_\pi} (Y_t - \bar{Y}_t) + \frac{1}{\alpha\theta_\pi} \varepsilon_t \quad (19)'$$

という「動学的な総需要曲線」が得られる。これは、モデルⅠの動学的な総需要曲線と同じである。

第 2 に、(2) 式の右辺第 1 項に (18) 式を代入すると、

$$\pi_t = E_{t-1}\pi_t + \phi(Y_t - \bar{Y}_t) + \nu_t \quad (20)$$

ないしは、

$$Y_t = \bar{Y}_t + \frac{1}{\phi} (\pi_t - E_{t-1}\pi_t) - \frac{1}{\phi} \nu_t \quad (20)'$$

という「動学的な総供給曲線」が得られる。モデルⅠの動学的な総供給曲線とは、 $\pi_{t-1}$  が  $E_{t-1}\pi_t$  に変わっている点で異なる。

マクロ経済の短期均衡は、動学的な総需要曲線と総供給曲線が交差する点に

において成立する。それゆえ、(19)式と(20)'式の $Y_t$ を均等させて、その関係式を $\pi_t$ について解けば、

$$\begin{aligned} \pi_t = & \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} E_{t-1}\pi_t + \frac{\alpha\phi\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} \pi_t^* \\ & + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} \nu_t + \frac{\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} \varepsilon_t \end{aligned} \quad (21)$$

というインフレ率の擬似短期均衡値を得る。

そして、(21)式の右辺の $E_{t-1}\pi_t$ と $\pi_t^*$ は確定値であることを考慮に入れ、両辺の $t-1$ 期時点における数学的期待値をとって整理すると、期待インフレ率の短期均衡値（インフレ率の合理的期待値）は、

$$E_{t-1}\pi_t = \pi_t^* + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{\alpha\phi\theta_\pi} E_{t-1}\nu_t + \frac{1}{\alpha\theta_\pi} E_{t-1}\varepsilon_t \quad (22)$$

となる<sup>(7)</sup>。ここで、(18)式から $E_{t-1}\pi_t = {}_{t-1}\pi_t^e$ の関係があるので、(22)式より、 $t-1$ 期（前期）に形成された $t$ 期（今期）の期待インフレ率 ${}_{t-1}\pi_t^e$ は、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックの発生が予想される（ $E_{t-1}\varepsilon_t > 0$ ,  $E_{t-1}\nu_t > 0$ ）と上昇する。また、中央銀行による $t$ 期（今期）のインフレ目標値 $\pi_t^*$ の引き上げは、期待インフレ率 ${}_{t-1}\pi_t^e$ を上昇させる。

つぎに、(22)式の $E_{t-1}\pi_t$ を、(21)式の右辺第1項に代入して整理すると、インフレ率の短期均衡値は、

$$\begin{aligned} \pi_t = & \pi_t^* + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} \left( \nu_t + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{\alpha\phi\theta_\pi} E_{t-1}\nu_t \right) \\ & + \frac{1}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} \left( \phi\varepsilon_t + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{\alpha\theta_\pi} E_{t-1}\varepsilon_t \right) \end{aligned} \quad (23)$$

(7) なお、ある特定の需要ショックや供給ショックが起こる場合には、その影響は将来にも継続するため、期待値は一般にはゼロとはならない。したがって、本稿では、個々の需要ショックや供給ショックの影響を考え、その期待値はゼロとはしないで分析を進めることにする。

となる。(23)式より、 $t$ 期(今期)のインフレ率 $\pi_t$ は、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0, \nu_t > 0$ )と、あるいは、発生すると予想される( $E_{t-1}\varepsilon_t > 0, E_{t-1}\nu_t > 0$ )と上昇する。また、中央銀行による $t$ 期(今期)のインフレ目標値 $\pi_t^*$ の引き上げは、インフレ率 $\pi_t$ を上昇させる。

さらに、(23)式から(22)式を辺々引いて、実際のインフレ率と期待インフレ率の誤差を求めると、

$$\begin{aligned} \pi_t - E_{t-1}\pi_t &= \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi}(\nu_t - E_{t-1}\nu_t) \\ &\quad + \frac{\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi}(\varepsilon_t - E_{t-1}\varepsilon_t) \end{aligned}$$

となる。上式より、供給ショックの予測誤差( $\nu_t - E_{t-1}\nu_t$ )が大きいほど、また、需要ショックの予測誤差( $\varepsilon_t - E_{t-1}\varepsilon_t$ )が大きいほど、インフレ率の予測誤差( $\pi_t - E_{t-1}\pi_t$ )は大きくなる。

以上のインフレ率の予測誤差( $\pi_t - E_{t-1}\pi_t$ )を、(20)'式の右辺第2項に代入して整理すると、GDPの短期均衡値は、

$$\begin{aligned} Y_t = \bar{Y}_t &- \frac{\alpha\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi}\nu_t - \frac{1 + \alpha\theta_Y}{\phi(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi)}E_{t-1}\nu_t \\ &+ \frac{1}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi}(\varepsilon_t - E_{t-1}\varepsilon_t) \end{aligned} \tag{24}$$

となる。(24)式より、 $t$ 期(今期)の実質国内総生産(GDP) $Y_t$ は、 $t$ 期に供給ショックが発生する( $\nu_t > 0$ )と、あるいは、発生すると予想される( $E_{t-1}\nu_t > 0$ )と減少する。反対に、需要ショックの予測誤差( $\varepsilon_t - E_{t-1}\varepsilon_t$ )が大きくなると増加する。また、 $t$ 期のGDP自然水準 $\bar{Y}_t$ の増加は、GDP( $Y_t$ )を増加させる。

さて、(1)式より、 $\alpha(r_t - \rho) = -(Y_t - \bar{Y}_t) + \varepsilon_t$ という関係が得られるので、右辺の $Y_t$ に(24)式を代入して整理すると、実質利子率の短期均衡値は、

$$\begin{aligned}
 r_t = & \rho + \frac{\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} v_t + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{\alpha\phi(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi)} E_{t-1}v_t \\
 & + \frac{\theta_Y + \phi\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} \varepsilon_t + \frac{1}{\alpha(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi)} E_{t-1}\varepsilon_t \quad (25)
 \end{aligned}$$

となる。(25)式より、 $t$ 期(今期)の実質利子率 $r_t$ は、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0$ ,  $v_t > 0$ )と、あるいは、発生すると予想される( $E_{t-1}\varepsilon_t > 0$ ,  $E_{t-1}v_t > 0$ )と上昇する。また、自然利子率 $\rho$ の上昇は、 $t$ 期の実質利子率 $r_t$ を上昇させる。

おわりに、(4)'式より、 $i_t = r_t + \pi_t$ という関係が得られるので、右辺の $r_t$ に(25)式を、 $\pi_t$ に(23)式をそれぞれ代入して整理すると、名目利子率の短期均衡値は、

$$\begin{aligned}
 i_t = & \rho + \pi_t^* + \frac{1 + \alpha\theta_Y + \theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} v_t + \frac{\theta_Y + \phi(1 + \theta_\pi)}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi} \varepsilon_t \\
 & + \frac{(1 + \alpha\theta_Y)(1 + \alpha\theta_Y + \theta_\pi)}{\alpha\phi\theta_\pi(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi)} E_{t-1}v_t + \frac{1 + \alpha\theta_Y + \theta_\pi}{\alpha\theta_\pi(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi\theta_\pi)} E_{t-1}\varepsilon_t \quad (26)
 \end{aligned}$$

となる。(26)式より、 $t$ 期(今期)の名目利子率 $i_t$ は、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0$ ,  $v_t > 0$ )と、あるいは、発生すると予想される( $E_{t-1}\varepsilon_t > 0$ ,  $E_{t-1}v_t > 0$ )と上昇する。また、自然利子率 $\rho$ の上昇、中央銀行による $t$ 期(今期)のインフレ目標値 $\pi_t^*$ の引き上げは、 $t$ 期の名目利子率 $i_t$ を上昇させる。

以上、モデルⅡの内生変数( $Y_t$ ,  $\pi_t$ ,  ${}_{t-1}\pi_t^e$ ,  $r_t$ ,  $i_t$ )の短期均衡値は、(22)式～(26)式によって表されることを見たが、どの短期均衡値も今期の外生変数(確率変数を含む)の値、および前期に形成された今期の確率変数の合理的期待値(既知の値)によって決定されることがわかる。その意味で、モデルⅡは静学的な(static)な性質をもつマクロ経済モデルといえる。



(3) 長期均衡

つぎに、モデルⅡの長期均衡を考える。モデルⅠの場合と同じく、長期均衡とは、需要ショックや供給ショックがなく ( $\varepsilon_t = \nu_t = 0$ )、インフレーションが安定している状態 ( $\pi_t = \pi_{t-1}$ ) である。これらの長期均衡の条件から、

$$E_{t-1}\varepsilon_t = E_{t-1}\nu_t = 0 \quad E_{t-1}\pi_t = \pi_{t-1} = \pi_t$$

という関係が得られる。すなわち、長期均衡においては、 $t-1$ 期（前期）に形成された  $t$ 期（今期）の需要ショックと供給ショックの期待値 ( $E_{t-1}\varepsilon_t, E_{t-1}\nu_t$ ) はともにゼロである。また、 $t-1$ 期に形成された  $t$ 期の期待インフレ率  $E_{t-1}\pi_t$  は、 $t-1$ 期のインフレ率  $\pi_{t-1}$  および  $t$ 期のインフレ率  $\pi_t$  に等しく、インフレ期待については「適応的期待」および「完全予見」(perfect foresight) がともに成立する。

さて、前項の内生変数の短期均衡値に長期均衡の条件を代入することにより、モデルⅠの長期均衡値(13)～(17)式とほぼ同じように、モデルⅡの内生変数の長期均衡値が求められる。

第1に、(23)式に  $\varepsilon_t = \nu_t = 0$ 、 $E_{t-1}\varepsilon_t = E_{t-1}\nu_t = 0$  を代入すると、

$$\pi_t = \pi_t^* \tag{13}$$

となる。(13)式より、 $t$ 期（今期）のインフレ率  $\pi_t$  の長期均衡値は、 $t$ 期のインフレ目標値  $\pi_t^*$  に等しい。

第2に、(22)式に  $E_{t-1}\varepsilon_t = E_{t-1}\nu_t = 0$  を代入して、(18)式の関係を考慮すれば、

$${}_{t-1}\pi_t^e = \pi_t^* \tag{14}'$$

となる。(14)'式より、 $t-1$ 期に形成された  $t$ 期の期待インフレ率  $E_{t-1}\pi_t$  の長期均衡値は、 $t$ 期のインフレ目標値  $\pi_t^*$  に等しい。

第3に、(24)式に  $\varepsilon_t = \nu_t = 0$ 、 $E_{t-1}\varepsilon_t = E_{t-1}\nu_t = 0$  を代入すると、

$$Y_t = \bar{Y}_t \tag{15}$$

となる。(15)式より、 $t$ 期（今期）のGDP ( $Y_t$ ) の長期均衡値は、 $t$ 期のGDPの自然水準  $\bar{Y}_t$  に等しい。

第4に、(25)式に  $\varepsilon_t = v_t = 0$ ,  $E_{t-1}\varepsilon_t = E_{t-1}v_t = 0$  を代入すると、

$$r_t = \rho \quad (16)$$

となる。(16)式より、 $t$ 期(今期)の実質利子率  $r_t$ の長期均衡値は、自然利子率  $\rho$  に等しい。

最後に、(26)式に  $\varepsilon_t = v_t = 0$ ,  $E_{t-1}\varepsilon_t = E_{t-1}v_t = 0$  を代入すると、

$$i_t = \rho + \pi_t^* \quad (17)$$

となる。(17)式より、 $t$ 期(今期)の名目利子率  $i_t$ の長期均衡値は、自然利子率  $\rho$  と  $t$ 期(今期)のインフレ目標値  $\pi_t^*$ との和に等しい。

#### 4. 合理的期待とニューケインジアン型フィリップス曲線：モデルⅢ

今度は、フィッシャー方程式については、モデルⅠの場合と同じく事前の実質利子率を、また、インフレ期待形成については、モデルⅡの場合と同じく合理的期待を仮定するが、フィリップス曲線については、ニューケインジアン型フィリップス曲線に代えたマクロ経済モデルを検討する。

##### (1) モデルⅢ

本節においては、フィリップス曲線は、

$$\pi_t = {}_t\pi_{t+1}^e + \phi(Y_t - \bar{Y}_t) + v_t \quad (2)'$$

という関係式で示されるものとする。つまり、 $t$ 期(今期)のインフレ率  $\pi_t$ は、 $t$ 期(今期)に形成された  $t+1$ 期(次期)の期待インフレ率  ${}_t\pi_{t+1}^e$ 、 $t$ 期のGDPギャップ  $(Y_t - \bar{Y}_t)$ 、および供給ショック  $v_t$ によって決まると仮定する。このように、将来のインフレ期待が現実のインフレ率に反映されるとする点で、(2)'式はモデルⅠやモデルⅡの「新古典派型フィリップス曲線」とは異なり、「ニューケインジアン型フィリップス曲線」と呼ばれるものに当たる<sup>(8)</sup>。

(8) King (2000) p. 49, 淵・渡辺 (2002) p. 38, Woodford (2003) p. 187-188, 平田・加藤 (2004) p. 2-4 を参照。

フィリップス曲線の修正に伴い、 $t$ 期（今期）に形成された $t+1$ 期（次期）の期待インフレ率 ${}_t\pi_{t+1}^e$ は、「合理的期待」のもとでは、 $t+1$ 期のインフレ率の数学的期待値 $E_t\pi_{t+1}$ に等しいことになる。すなわち、期待インフレ率は、

$${}_t\pi_{t+1}^e = E_t\pi_{t+1} \tag{18}'$$

という方式によって形成される。

以上の説明から、本稿のモデルⅢは、

$$Y_t = \bar{Y}_t - \alpha(r_t - \rho) + \varepsilon_t \tag{1}$$

$$\pi_t = {}_t\pi_{t+1}^e + \phi(Y_t - \bar{Y}_t) + \nu_t \tag{2}'$$

$$i_t = \pi_t + \rho + \theta_\pi(\pi_t - \pi_t^*) + \theta_Y(Y_t - \bar{Y}_t) \tag{3}$$

$$r_t = i_t - {}_t\pi_{t+1}^e \tag{4}$$

$${}_t\pi_{t+1}^e = E_t\pi_{t+1} \tag{18}'$$

と表される。ここで、モデルⅢの変数とパラメーターはこれまでのモデルの場合と同じであるが、上で述べたとおり、 $E_t\pi_{t+1}$ は $t$ 期時点で利用可能なすべての情報を使って得られる $t+1$ 期のインフレ率 $\pi_{t+1}$ の合理的期待値を示す。また、モデルⅢの内生変数は、 $t$ 期のGDP( $Y_t$ )、インフレ率( $\pi_t$ )、 $t$ 期に形成された $t+1$ 期の期待インフレ率( ${}_t\pi_{t+1}^e$ )、実質利子率( $r_t$ )、名目利子率( $i_t$ )の5変数である。なお、モデルⅢの(1)式の右辺に次期のGDPギャップの期待値を含め、(2)'式の右辺第1項に期待係数を付ければ、標準的な「ニューケインジアン・モデル」になる<sup>(9)</sup>。

## (2) 短期均衡

モデルⅢの内生変数の短期均衡値を求めて、各内生変数は短期的にはどのような要因に依存して決まるかを明らかにする。このモデルを解くには、これまでと同じく、GDPとインフレ率に注目すればよい。

(9) 標準的なニューケインジアン・モデルについては、King (2000)、加藤 (2007) 第2章、Gali (2008) chapter 3を参照。

第1に、(1)式の右辺第2項の実質利子率  $r_t$  に(4)式を代入し、さらに、(3)式と(18)'式を代入して整理すると、

$$Y_t = \bar{Y}_t + \frac{\alpha}{1 + \alpha\theta_Y} E_t \pi_{t+1} - \frac{\alpha(1 + \theta_\pi)}{1 + \alpha\theta_Y} \pi_t + \frac{\alpha\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y} \pi_t^* + \frac{1}{1 + \alpha\theta_Y} \varepsilon_t \quad (27)$$

あるいは、

$$\pi_t = \frac{1}{1 + \theta_\pi} (E_t \pi_{t+1} + \theta_\pi \pi_t^*) - \frac{1 + \alpha\theta_Y}{\alpha(1 + \theta_\pi)} (Y_t - \bar{Y}_t) + \frac{1}{\alpha(1 + \theta_\pi)} \varepsilon_t \quad (27)'$$

という「動学的な総需要曲線」が得られる。モデルⅡの動学的な総需要曲線と比べて、新たに  $E_t \pi_{t+1}$  の項が加わるなど複雑化している。

第2に、(2)'式の右辺第1項に(18)'式を代入すると、

$$\pi_t = E_t \pi_{t+1} + \phi (Y_t - \bar{Y}_t) + \nu_t \quad (28)$$

あるいは、

$$Y_t = \bar{Y}_t + \frac{1}{\phi} (\pi_t - E_t \pi_{t+1}) - \frac{1}{\phi} \nu_t \quad (28)'$$

という「動学的な総供給曲線」が得られる。モデルⅡの動学的な総供給曲線とは、 $E_{t-1} \pi_t$  が  $E_t \pi_{t+1}$  に変わっている点で異なる。

マクロ経済の短期均衡は、動学的な総需要曲線と総供給曲線が交差する点において実現するので、(27)式ないしは(27)'式と、(28)式ないしは(28)'式を連立させて  $Y_t$  と  $\pi_t$  について解けば、GDPとインフレ率の短期均衡値が求められる。ただし、モデルⅢには、将来のインフレ率の合理的期待値  $E_t \pi_{t+1}$  が含まれているため、計算に時間がかかる。

まず、(27)式と(28)'式の  $Y_t$  を均等させて、その関係式を  $\pi_t$  について解けば、

$$\begin{aligned} \pi_t &= \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} E_t \pi_{t+1} + \frac{\alpha\phi\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \pi_t^* \\ &+ \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \nu_t + \frac{\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \varepsilon_t \end{aligned} \quad (29)$$

となる。つぎに、(29)式の時間  $t$  を 1 期先に進めた後、両辺の  $t$  期時点における数学的期待値をとる。ここで、期待値の繰り返し演算の関係式  $E_t(E_{t+1}\pi_{t+2}) = E_t\pi_{t+2}$ 、および、インフレ目標値は確定値であるため  $E_t\pi_{t+1}^* = \pi_{t+1}^*$  となることを考慮に入れて整理すると、

$$E_t\pi_{t+1} = \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} E_t\pi_{t+2} + \frac{\alpha\phi\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \pi_{t+1}^* \\ + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} E_tv_{t+1} + \frac{\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} E_t\varepsilon_{t+1} \quad (30)$$

となる。そして、(30)式を(29)式の右辺第 1 項に代入して整理すると、

$$\pi_t = \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right]^2 E_t\pi_{t+2} + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)\alpha\phi\theta_\pi}{\left[ 1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi) \right]^2} \pi_{t+1}^* \\ + \frac{\alpha\phi\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \pi_t^* + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)(1 + \alpha\theta_Y)}{\left[ 1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi) \right]^2} E_tv_{t+1} \\ + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} v_t + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)\phi}{\left[ 1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi) \right]^2} E_t\varepsilon_{t+1} \\ + \frac{\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \varepsilon_t \quad (31)$$

となる。このあと、上の過程を繰り返していく。つまり、(29)式の時間  $t$  を 2 期先に進めた後、両辺の  $t$  期時点における数学的期待値をとり、期待値の繰り返し演算の関係式  $E_t(E_{t+2}\pi_{t+3}) = E_t\pi_{t+3}$ 、および、インフレ目標値は確定値であるため  $E_t\pi_{t+2}^* = \pi_{t+2}^*$  となることを考慮に入れて整理すると、

$$E_t\pi_{t+2} = \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} E_t\pi_{t+3} + \frac{\alpha\phi\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \pi_{t+2}^*$$

$$+ \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} E_t \nu_{t+2} + \frac{\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} E_t \varepsilon_{t+2} \quad (32)$$

となる。そして、(32)式を(31)式の右辺第1項に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} \pi_t = & \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right]^3 E_t \pi_{t+3} + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)^2 \alpha\phi\theta_\pi}{[1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)]^3} \pi_{t+2}^* \\ & + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)\alpha\phi\theta_\pi}{[1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)]^2} \pi_{t+1}^* + \frac{\alpha\phi\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \pi_t^* \\ & + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)^2 (1 + \alpha\theta_Y)}{[1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)]^3} E_t \nu_{t+2} + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)(1 + \alpha\theta_Y)}{[1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)]^2} E_t \nu_{t+1} \\ & + \frac{1 + \alpha\theta_Y}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \nu_t + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)^2 \phi}{[1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)]^3} E_t \varepsilon_{t+2} \\ & + \frac{(1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi)\phi}{[1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)]^2} E_t \varepsilon_{t+1} + \frac{\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \varepsilon_t \end{aligned} \quad (33)$$

となる。

以下、(33)式に対して、同様の手続きを  $t + T$  期まで繰り返し、同時に、 $E_t \varepsilon_t = \varepsilon_t$ 、 $E_t \nu_t = \nu_t$  の関係を考慮すれば、

$$\begin{aligned} \pi_t = & \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right]^T E_t \pi_{t+T} \\ & + \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right]^{s-1} \left[ \frac{\alpha\phi\theta_\pi \pi_{t+s-1}^* + (1 + \alpha\theta_Y) E_t \nu_{t+s-1} + \phi E_t \varepsilon_{t+s-1}}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

となる。ここで、(34)式の右辺第1項の係数は、1より小さな正の数であるか

ら、 $T \rightarrow \infty$  の場合には限りなくゼロに近づく。したがって、インフレ率の短期均衡値は、

$$\pi_t = \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right]^{s-1} \left[ \frac{\alpha\phi\theta_\pi\pi_{t+s-1}^* + (1 + \alpha\theta_Y)E_t v_{t+s-1} + \phi E_t \varepsilon_{t+s-1}}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right] \quad (35)$$

となる。(35)式より、 $t$ 期(今期)のインフレ率 $\pi_t$ は、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0, v_t > 0$ )と、あるいは、将来において発生すると予想される( $E_t \varepsilon_{t+s-1} > 0, E_t v_{t+s-1} > 0, s = 1, 2, 3, \dots$ )と上昇する。また、中央銀行による今期および将来のインフレ目標値 $\pi_{t+s-1}^*$ の引き上げは、インフレ率 $\pi_t$ を上昇させる。

つぎに、(35)式の時間 $t$ を1期先に進めた後、両辺の $t$ 期時点における数学的期待値をとり、需要ショックと供給ショックの期待値に関する繰り返し演算の関係式、および、インフレ目標値は確定値であることを考慮に入れて整理すると、期待インフレ率の短期均衡値(インフレ率の合理的期待値)は、

$$E_t \pi_{t+1} = \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right]^{s-1} \left[ \frac{\alpha\phi\theta_\pi\pi_{t+s}^* + (1 + \alpha\theta_Y)E_t v_{t+s} + \phi E_t \varepsilon_{t+s}}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right] \quad (36)$$

となる。ここで、(18)'式から ${}_t \pi_{t+1}^e = E_t \pi_{t+1}$ の関係があるので、(36)式より、 $t$ 期(今期)に形成された $t+1$ 期(次期)の期待インフレ率 ${}_t \pi_{t+1}^e$ は、需要ショックや供給ショックの発生が予想される( $E_t \varepsilon_{t+s} > 0, E_t v_{t+s} > 0, s = 1, 2, 3, \dots$ )と上昇する。また、中央銀行による将来のインフレ目標値 $\pi_{t+s}^*$ ( $s = 1, 2, 3, \dots$ )の引き上げは、期待インフレ率 ${}_t \pi_{t+1}^e$ を上昇させる。

さらに、(35)式から(36)式を辺々引いて、実際のインフレ率と期待インフレ率の誤差( $\pi_t - E_t \pi_{t+1}$ )を求め、それを(28)'式の右辺第2項に代入して整理すると、GDPの短期均衡値は、

$$Y_t = \bar{Y}_t + \frac{\alpha\theta_\pi\pi_t^* - \alpha(1+\theta_\pi)v_t + \varepsilon_t}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1+\theta_\pi)} - \frac{\alpha\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1+\theta_\pi)} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1+\theta_\pi)} \right]^{s-1} \left[ \frac{\alpha\phi\theta_\pi\pi_{t+s}^* + (1 + \alpha\theta_Y)E_t v_{t+s} + \phi E_t \varepsilon_{t+s}}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1+\theta_\pi)} \right] \quad (37)$$

となる。(37)式より、 $t$ 期(今期)の実質国内総生産(GDP)  $Y_t$ は、 $t$ 期に供給ショックが発生する( $v_t > 0$ )と、あるいは、将来において発生すると予想される( $E_t v_{t+s} > 0, s=1, 2, 3, \dots$ )と減少する。反対に、 $t$ 期に需要ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0$ )とGDP( $Y_t$ )は増加するが、将来において需要ショックが発生すると予想される( $E_t \varepsilon_{t+s} > 0$ )と減少する。また、 $t$ 期のGDP自然水準 $\bar{Y}_t$ の増加、インフレ目標値 $\pi_t^*$ の引き上げはGDP( $Y_t$ )を増加させるが、将来のインフレ目標値 $\pi_{t+s}^*$ の引き上げはGDP( $Y_t$ )を減少させる。

さて、(1)式より、 $\alpha(r_t - \rho) = -(Y_t - \bar{Y}_t) + \varepsilon_t$ という関係が得られるので、右辺の $Y_t$ に(37)式を代入して整理すると、実質利率の短期均衡値は、

$$r_t = \rho - \frac{\theta_\pi\pi_t^* - (1+\theta_\pi)v_t - \{\theta_Y + \phi(1+\theta_\pi)\}\varepsilon_t}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1+\theta_\pi)} + \frac{\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1+\theta_\pi)} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1+\theta_\pi)} \right]^{s-1} \left[ \frac{\alpha\phi\theta_\pi\pi_{t+s}^* + (1 + \alpha\theta_Y)E_t v_{t+s} + \phi E_t \varepsilon_{t+s}}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1+\theta_\pi)} \right] \quad (38)$$

となる。(38)式より、 $t$ 期(今期)の実質利率 $r_t$ は、 $t$ 期に需要ショックや供給ショックが発生する( $\varepsilon_t > 0, v_t > 0$ )と、あるいは、将来において発生すると予想される( $E_t \varepsilon_{t+s} > 0, E_t v_{t+s} > 0, s=1, 2, 3, \dots$ )と上昇する。また、自然利率 $\rho$ の上昇と中央銀行による将来インフレ目標値 $\pi_{t+s}^*$ の引き上げは実質利率 $r_t$ を上昇させるが、今期のインフレ目標値 $\pi_t^*$ の引き上げは実質利率 $r_t$ を低



下させる。

おわりに、(4)式より、 $i_t = r_t + {}_t\pi_{t+1}^e$  という関係が得られるので、右辺の  $r_t$  に(38)式を、 ${}_t\pi_{t+1}^e$  に(36)式をそれぞれ代入して整理すると、名目利子率の短期均衡値は、

$$i_t = \rho - \frac{\theta_\pi \pi_t^* - (1 + \theta_\pi) v_t - \{\theta_Y + \phi(1 + \theta_\pi)\} \varepsilon_t}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} + \left[ \frac{\theta_\pi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} + 1 \right] \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right]^{s-1} \left[ \frac{\alpha\phi\theta_\pi \pi_{t+s}^* + (1 + \alpha\theta_Y) E_t v_{t+s} + \phi E_t \varepsilon_{t+s}}{1 + \alpha\theta_Y + \alpha\phi(1 + \theta_\pi)} \right] \quad (39)$$

となる。(39)式より、 $t$  期（今期）の名目利子率  $i_t$  は、実質利子率と同じく、 $t$  期に需要ショックや供給ショックが発生する ( $\varepsilon_t > 0, v_t > 0$ ) と、あるいは、将来において発生すると予想される ( $E_t \varepsilon_{t+s} > 0, E_t v_{t+s} > 0, s = 1, 2, 3, \dots$ ) と上昇する。また、自然利子率  $\rho$  の上昇と中央銀行による将来のインフレ目標値  $\pi_{t+s}^*$  の引き上げは名目利子率  $i_t$  を上昇させるが、今期のインフレ目標値  $\pi_t^*$  の引き上げは名目利子率  $i_t$  を低下させる。

以上のように、モデルⅢの内生変数 ( $Y_t, \pi_t, {}_t\pi_{t+1}^e, r_t, i_t$ ) の短期均衡値は、(35)式～(39)式によって表されることを見たが、どの短期均衡値も今期と将来にわたる外生変数（確率変数を含む）の値ないしは期待値によって決定されることがわかる。その意味で、モデルⅢはフォワード・ルッキング（forward-looking）な性質をもつマクロ経済モデルといえる。

### (3) 長期均衡

つぎに、モデルⅢの長期均衡を考えてみる。これまでのモデルと同様に、長期均衡とは、 $t$  期（今期）および将来にわたり需要ショックや供給ショックがなく ( $\varepsilon_t = v_t = 0, \varepsilon_{t+s} = v_{t+s} = 0, s = 1, 2, 3, \dots$ )、また、将来のインフレ目標値は今

期の水準で一定 ( $\pi_{t+s}^* = \pi_t^*$ ) であり、インフレーションが安定している状態 ( $\pi_t = \pi_{t+1}$ ) とする。

これらの長期均衡の条件から、

$$E_t \varepsilon_{t+s} = E_t v_{t+s} = 0 \quad E_t \pi_{t+1} = \pi_t = \pi_{t+1}$$

という関係が得られる。すなわち、長期均衡においては、 $t$  期（今期）に形成された  $t+s$  期 ( $s=1, 2, 3, \dots$ ) の需要ショックと供給ショックの期待値 ( $E_t \varepsilon_{t+s}$ ,  $E_t v_{t+s}$ ) はすべてゼロである。また、 $t$  期に形成された  $t+1$  期の期待インフレ率  $E_t \pi_{t+1}$  は、 $t$  期のインフレ率  $\pi_t$  および  $t+1$  期のインフレ率  $\pi_{t+1}$  に等しく、インフレ期待については「適応的期待」と「完全予見」がともに成りたつ。

さて、以上の長期均衡の条件を (35) 式～(39) 式の短期均衡値に代入することにより、モデルⅢの内生変数の長期均衡値が、モデルⅠの長期均衡値 (13)～(17) 式とまったく同じ形で求められる。

第1に、(35) 式に  $E_t \varepsilon_{t+s-1} = E_t v_{t+s-1} = 0$ ,  $\pi_{t+s-1}^* = \pi_t^*$  ( $s=1, 2, 3, \dots$ ) を代入して、インフレ率  $\pi_t$  を計算すると、

$$\pi_t = \pi_t^* \tag{13}$$

となる。(13) 式より、 $t$  期（今期）のインフレ率  $\pi_t$  の長期均衡値は、 $t$  期のインフレ目標値  $\pi_t^*$  に等しい。

第2に、(36) 式に  $E_t \varepsilon_{t+s} = E_t v_{t+s} = 0$ ,  $\pi_{t+s}^* = \pi_t^*$  ( $s=1, 2, 3, \dots$ ) を代入して、期待インフレ率（インフレ率の合理的期待値） $E_t \pi_{t+1}$  を計算し、(18)' 式の関係を考慮すれば、

$${}_t \pi_{t+1}^e = \pi_t^* \tag{14}$$

となる。(14) 式より、 $t$  期に形成された  $t+1$  期の期待インフレ率  ${}_t \pi_{t+1}^e$  の長期均衡値は、 $t$  期のインフレ目標値  $\pi_t^*$  に等しい。

第3に、(37) 式に  $\varepsilon_t = v_t = 0$ ,  $E_t \varepsilon_{t+s} = E_t v_{t+s} = 0$ ,  $\pi_{t+s}^* = \pi_t^*$  ( $s=1, 2, 3, \dots$ ) を代入して、GDP ( $Y_t$ ) を計算すると、

$$Y_t = \bar{Y}_t \tag{15}$$

となる。(15)式より、 $t$ 期(今期)のGDP( $Y_t$ )の長期均衡値は、 $t$ 期のGDPの自然水準 $\bar{Y}_t$ に等しい。

第4に、(38)式に $\varepsilon_t = v_t = 0, E_t \varepsilon_{t+s} = E_t v_{t+s} = 0, \pi_{t+s}^* = \pi_t^* (s = 1, 2, 3, \dots)$ を代入して、実質利子率 $r_t$ を計算すると、

$$r_t = \rho \tag{16}$$

となる。(16)式より、 $t$ 期(今期)の実質利子率 $r_t$ の長期均衡値は、自然利子率 $\rho$ に等しい。

最後に、(39)式に $\varepsilon_t = v_t = 0, E_t \varepsilon_{t+s} = E_t v_{t+s} = 0, \pi_{t+s}^* = \pi_t^* (s = 1, 2, 3, \dots)$ を代入して、名目利子率 $i_t$ を計算すると、

$$i_t = \rho + \pi_t^* \tag{17}$$

となる。(17)式より、 $t$ 期(今期)の名目利子率 $i_t$ の長期均衡値は、自然利子率 $\rho$ と $t$ 期(今期)のインフレ目標値 $\pi_t^*$ との和に等しい。

## 5. インパルス反応関数

これから、第2～4節で考察した3つの「動学的な総需要 - 総供給モデル」について、カリブレーション(calibration)の手法により、各モデルの特徴や相違点を明らかにする。具体的には、動学的な総需要 - 総供給モデルにおいて、外生的な需要ショックや供給ショックが起こった場合、各モデルの内生変数の均衡値がどのような動学的な経路をたどるかを、「インパルス反応(応答)関数」(impulse response function)を作成して見てみる<sup>(10)</sup>。

本節では、その準備として、インパルス反応関数で利用するモデルのパラメーターと外生変数の値を選定するとともに、需要ショックと供給ショックの性質について説明する。そして、第6、7節において、需要ショックおよび供給ショックのインパルス反応関数を実際に計算し、それを図に示すことにする。

(10) インパルス反応関数については、森棟(1999) pp.340-347、松浦/マッケンジー(2001) pp.275-280、羽森(2009) pp.166-169などを参照。

## (1) パラメーターと外生変数の選択

インパルス反応関数を作成するには、まず、モデルのパラメーターや外生変数を、具体的な数値に特定化する必要がある。ここでは、Mankiw (2013) にしたがって、表1のような数値を利用する<sup>(1)</sup>。ただし、本稿においては、インフレ目標値は、計算を簡単にするためゼロとする。ちなみに、Mankiw (2013) では2%としている。

表1 パラメーターと外生変数の値

$\bar{Y}_t$	$\pi_t^*$	$\alpha$	$\rho$	$\phi$	$\theta_\pi$	$\theta_Y$
100	0	1	2	0.25	0.5	0.5

まず、外生変数の $\bar{Y}_t$ は $t$ 期(今期)のGDPの自然水準であり、わかりやすく100とする。それゆえ、 $Y_t - \bar{Y}_t$ はGDPが自然水準から何%乖離しているかを表すことになる。また、 $\pi_t^*$ は中央銀行のインフレ目標値で0%とする。

つぎに、パラメーターの $\alpha$ は総需要が実質利率に反応する度合いを表し、その値は1とする。これは、実質利率が1%上昇したときに、GDPは自然水準から1%だけ減少することを意味する。また、 $\rho$ は自然利率の水準であり、2%とする。さらに、 $\phi$ はインフレ率がGDPに反応する度合いを表し、その値は0.25とする。これは、GDPが自然水準から1%上昇したときに、インフレ率は0.25%だけ上昇することを意味する。

続いて、パラメーターの $\theta_\pi$ は中央銀行が名目利率をインフレ率に反応させる度合いを表し、その値は0.5とする。これは、インフレ率がインフレ目標値から1%上昇した場合に、名目利率を0.5%上昇させることを意味する。同じく、 $\theta_Y$ は中央銀行が名目利率をGDPに反応させる度合いを表し、その

(1) Mankiw (2013) p. 445を参照。

値も0.5とする。これは、GDPが自然水準から1%上昇した場合に、名目利子率を0.5%だけ上昇させることを意味する。

(2) 需要ショックと供給ショック

インパルス反応関数を求めるには、外生的なショックの性質を規定することも必要である。ここでは、需要ショックと供給ショックはともに1階の定常自己回帰過程にしたがうものと仮定する。

具体的には、需要ショックは、

$$\varepsilon_t = \rho_\varepsilon \varepsilon_{t-1} + e_t^\varepsilon \quad \rho_\varepsilon \in [0,1) \quad e_t^\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

と表される。また、供給ショックは、

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + e_t^v \quad \rho_v \in [0,1) \quad e_t^v \sim N(0, \sigma_v^2)$$

と表される。ここで、 $\rho_\varepsilon$  および  $\rho_v$  は、ショックの持続性を表すパラメーターである。たとえば、需要ショックが1期限りで起こる場合は  $\rho_\varepsilon = 0$  であり、持続的である場合は  $\rho_\varepsilon \in (0, 1)$  である。 $\rho_\varepsilon$  が1に近いほど、需要ショックの持続性は高いことになる。また、ショックの源泉である  $e_t^\varepsilon$  および  $e_t^v$  は、いずれも期待値はゼロで、分散は  $\sigma_\varepsilon^2$  および  $\sigma_v^2$  の正規分布に従う確率変数とする。

ところで、持続的なショックが起こった場合、それは将来におけるショックの期待値に影響を及ぼす。たとえば、 $t$ 期に大きさが1の需要ショックが起こった場合 ( $e_t^\varepsilon = 1$ ) には、 $t$ 期の需要ショックは  $\varepsilon_t = 1$  となるが、 $t+1$ 期のショックの期待値は  $E_t \varepsilon_{t+1} = \rho_\varepsilon$  に、また、 $t+s$ 期のショックの期待値は  $E_t \varepsilon_{t+s} = \rho_\varepsilon^s$  になり、その影響は将来へと持ち越されていく。

以下では、需要ショックや供給ショックが $t$ 期（今期）に起こったものとして、ショックが1期限りのケース ( $\rho_\varepsilon = 0, \rho_v = 0$ )、および、ショックが持続的で、とくに、ショックの持続性を表すパラメーターの値が0.9のケース ( $\rho_\varepsilon = 0.9, \rho_v = 0.9$ ) の2つの場合に分けて、インパルス反応関数を導いてみる。

## 6. 需要ショックの インパルス反応

まず、「需要ショック」が動学的な総需要-総供給モデルの内生変数に、時間を通じてどのような影響を与えるかを、ショックが1期限りの場合と持続的な場合について、インパルス反応関数を求めて検討する。

### (1) 1期限りの需要ショック

図1-1はモデルⅠ，図1-2はモデルⅡ，図1-3はモデルⅢにおいて， $t$ 期に大きさが1の1期限りの需要ショックが起こった場合の，(a) GDP，(b) インフレ率，(c) 期待インフレ率，(d) 実質利子率，(e) 名目利子率の「インパルス反応関数」を示している。

GDPの動きを見ると，モデルⅠでは，ショックが起きた $t$ 期においてのみ増加して， $t+1$ 期には自然水準より低下し，その後は徐々に自然水準に収束していく。これに対して，モデルⅡとモデルⅢでは，ショックが起きた $t$ 期に上昇して

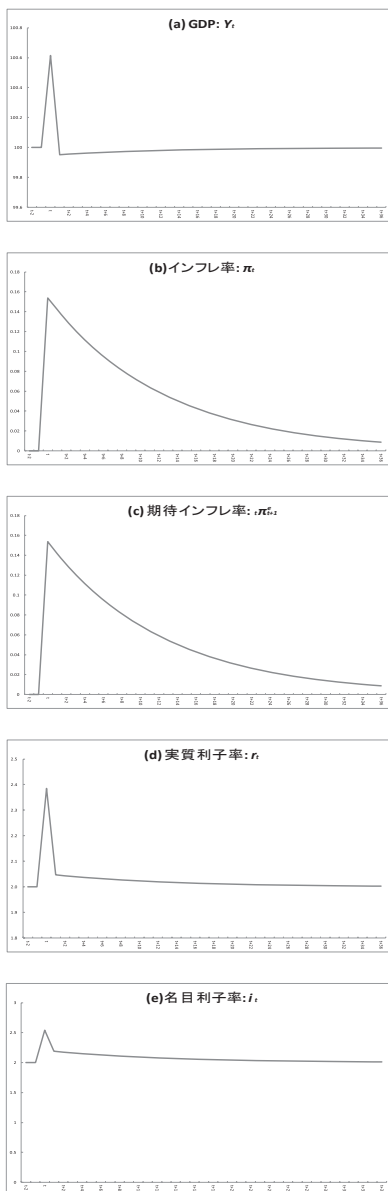


図1-1 モデルⅠの1期限りの需要ショック

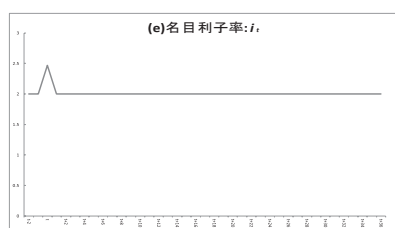
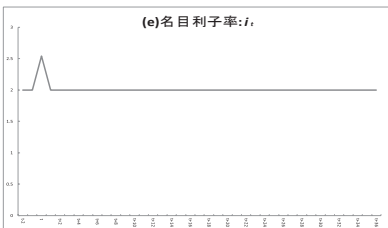
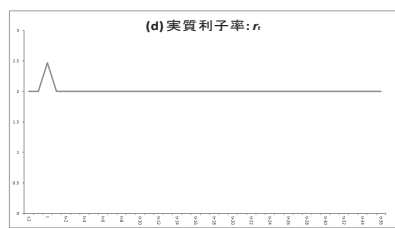
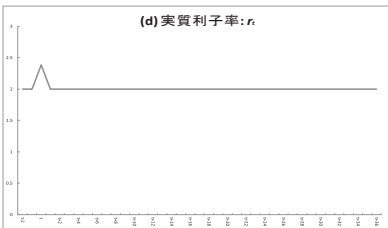
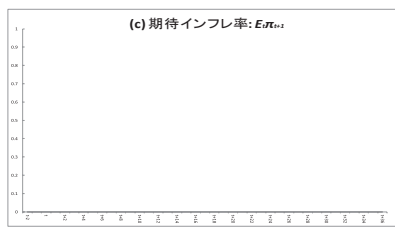
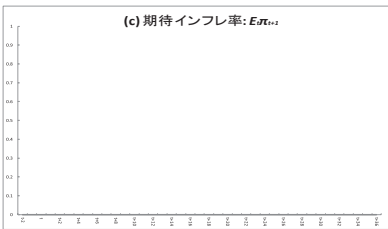
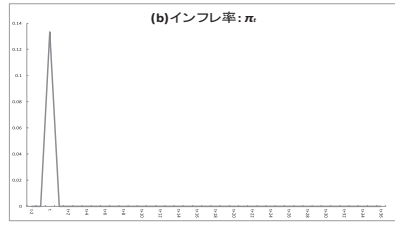
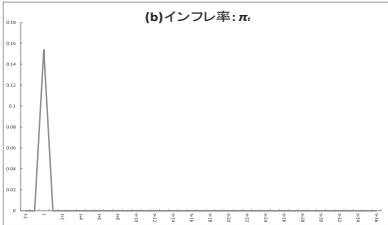
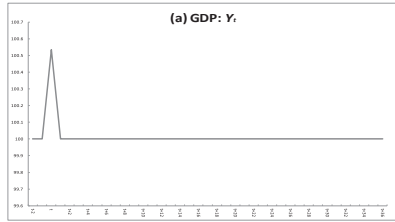
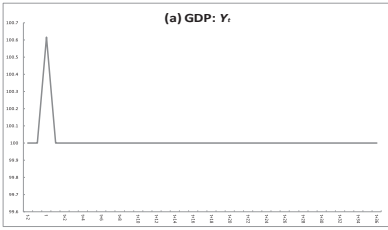


図1-2 モデルⅡの1期限りの需要ショック

図1-3 モデルⅢの1期限りの需要ショック

いるだけである。また、インフレ率と実質利子率、名目利子率については、モデルⅠでは $t$ 期に上昇し、その後は長期均衡値（それぞれ、0%、2%、2%）に収束していくが、モデルⅡとモデルⅢでは、ショックが起こった $t$ 期においてのみ上昇している。さらに、期待インフレ率はモデルⅠではインフレ率と同じ動きをする。その一方、モデルⅡとモデルⅢでは、一貫してインフレ目標値の水準（0%）に等しい。

以上のような違いが現れる根本的な理由は、期待インフレ率の形成方式が異なることにある。モデルⅠでは「適応的期待」を仮定しており、第2節で示したように、各内生変数の均衡値に前期のインフレ率 $\pi_{t-1}$ が含まれる。このため、1期限りの需要ショックであっても、つぎの期にその影響が残っていくから、モデルの内生変数は動学的な反応を示すことになる。

それに対して、モデルⅡとモデルⅢは「合理的期待」を仮定しており、また、第3、4節で示したように、モデルは静学的ないしはフォワード・ルッキングな性質をもち、内生変数の均衡値は今期ないしは将来の外生変数（確率変数を含む）によって決定される。この状況では、人びとは需要ショックの影響は1期限りであること（ $\rho_\varepsilon = 0$ ）を合理的に予想するため、需要ショックの影響は次期以降には残らず、内生変数はショックが起こった $t$ 期においてのみ反応することになる。

## (2) 持続的な需要ショック

図2-1はモデルⅠ、図2-2はモデルⅡ、図2-3はモデルⅢにおいて、 $t$ 期に大きさが1の持続的な需要ショックが起こった場合の、(a) GDP、(b) インフレ率、(c) 期待インフレ率、(d) 実質利子率、(e) 名目利子率の「インパルス反応関数」を示している。

ここでは、需要ショックの持続性を表すパラメーター $\rho_\varepsilon$ の値は0.9としているので、 $t$ 期に起きたショックの影響は $t+1$ 期以降においても、前の期のシ



ックの0.9の割合だけ次々と続いていく。したがって、合理的期待モデルにおいても、需要ショックの性質からして、内生変数の均衡値は動学的な反応を示すことになる。

モデル I では、GDP が自然水準より高まる期間は長くなるが、需要ショックが1期限りの場合と同様に、ショック後は減少に転じて、次第に自然水準へ収束していく。インフレ率と期待インフレ率は徐々に上昇し、その後はインフレ目標値の水準（0%）に収束していく。また、実質利率は当初大きく上昇して、間もなく自然利率の水準（2%）に収束していくが、名目利率はインフレ率に反応して徐々に上昇し、その後は収束していく。

モデル II では、 $t+1$  期にインフレ率が急速に上昇する。それに伴い、GDP が即座に自然水準に収束する。また、名目利率がインフレ率の上昇に反応し、 $t+1$  期にインフレ率と同じように急上昇し、その後は収束していく。実質利率も  $t+1$  期に上昇する。期待インフレ

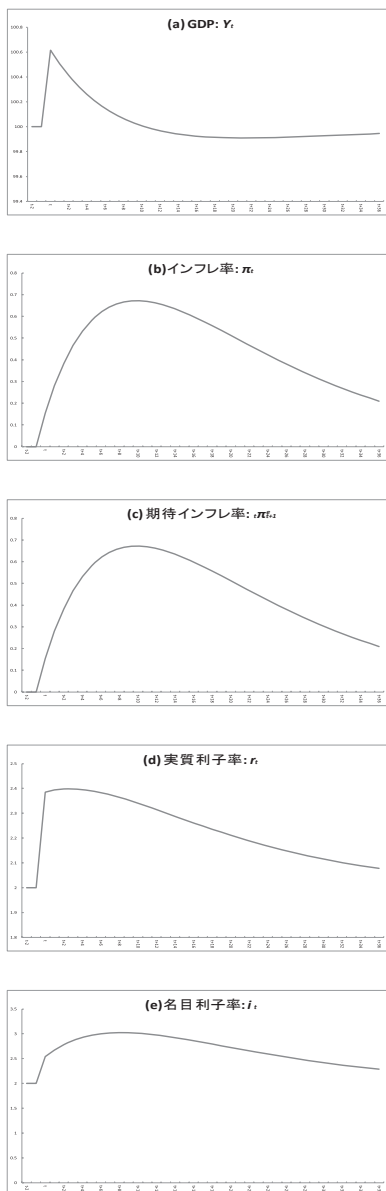


図2-1 モデル I の持続的な需要ショック

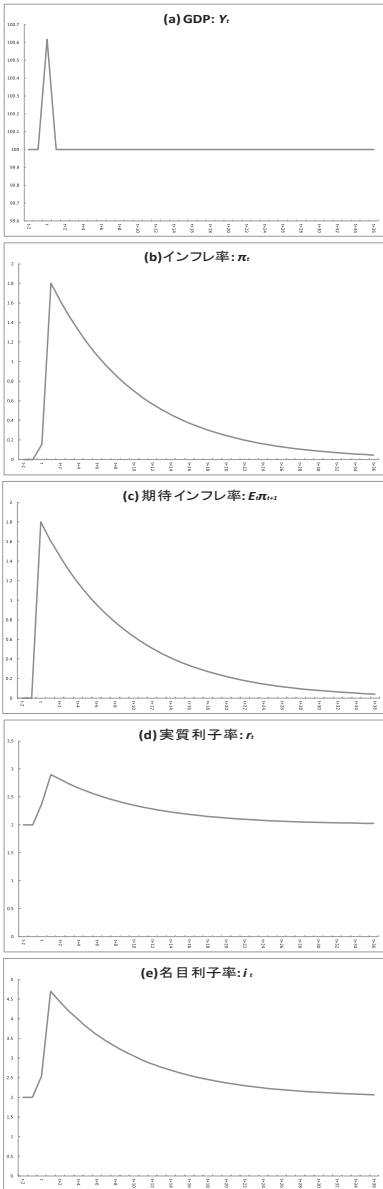


図2-2 モデルIIの持続的な需要ショック

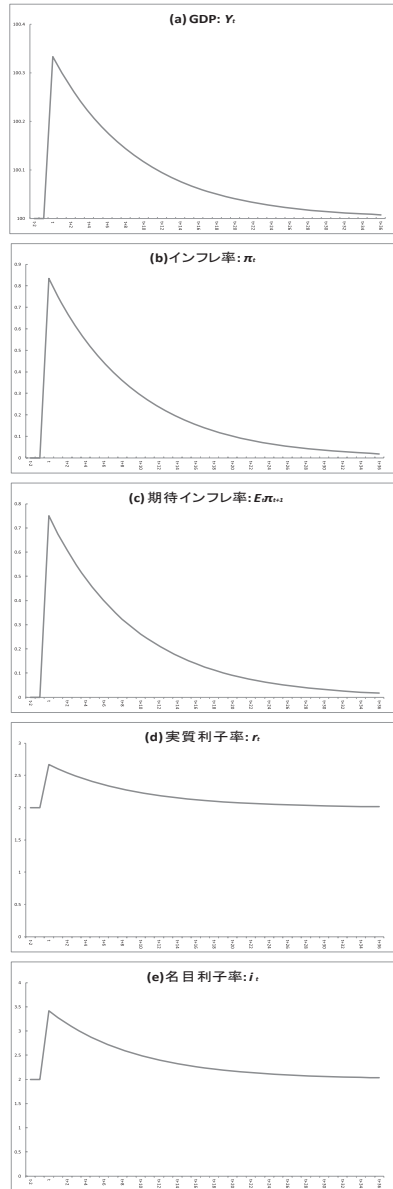


図2-3 モデルIIIの持続的な需要ショック

率は  $t$  期に急上昇し、それ以降はインフレ率と同じように動いていく。

モデルⅢでは、すべての内生変数は需要ショックが起こった  $t$  期に急速に上昇し、その後は徐々に長期均衡値に収束していく。また、期待インフレ率はインフレ率と同じ動きをしている。

## 7. 供給ショックのインパルス反応

つぎに、「供給ショック」が動学的な総需要 - 総供給モデルの内生変数に、時間を通じてどのような影響を与えるかを、ショックが1期限りの場合と持続的な場合について、インパルス反応関数を作成して検討する。

### (1) 1期限りの供給ショック

図3-1はモデルⅠ、図3-2はモデルⅡ、図3-3はモデルⅢにおいて、 $t$  期に大きさが1の1期限りの供給ショックが起こった場合の、(a) GDP、(b) インフレ率、(c) 期待インフレ率、(d) 実質利子率、(e) 名目利子率の「インパルス反応関数」を示している。

前節で見た1期限りの需要ショックの場合と同様に、モデルⅠとモデルⅡ・Ⅲの間には、インフレ期待の形成方式が異なることが主たる原因で、インパルス反応に顕著な違いが現れる。「適応的期待」を仮定するモデルⅠでは、1期限りの供給ショックにもかかわらず、つぎの期にその影響が残っていくため、モデルの内生変数は動学的な反応を示すことになる。すなわち、GDPは供給ショックが起こった  $t$  期には減少するが、その後は徐々に自然水準へ収束していく。インフレ率はショックの起きた  $t$  期には上昇し、それに反応して実質利子率や名目利子率も上昇するが、その後は長期均衡値（それぞれ、0%、2%、2%）に収束していく。なお、期待インフレ率は、適応的期待を仮定しているため、インフレ率と同じように動く。

これに対して、「合理的期待」を仮定するモデルⅡとモデルⅢでは、人びと

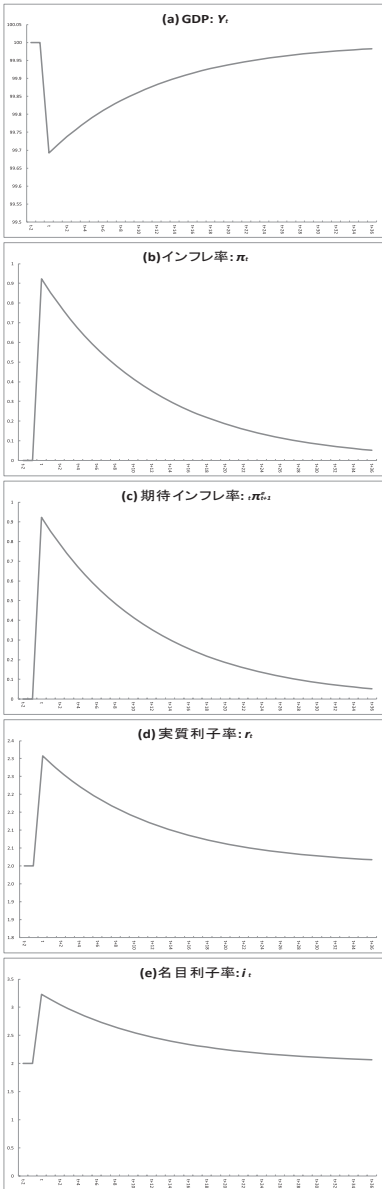


図3-1 モデル I の 1 期限りの供給ショック

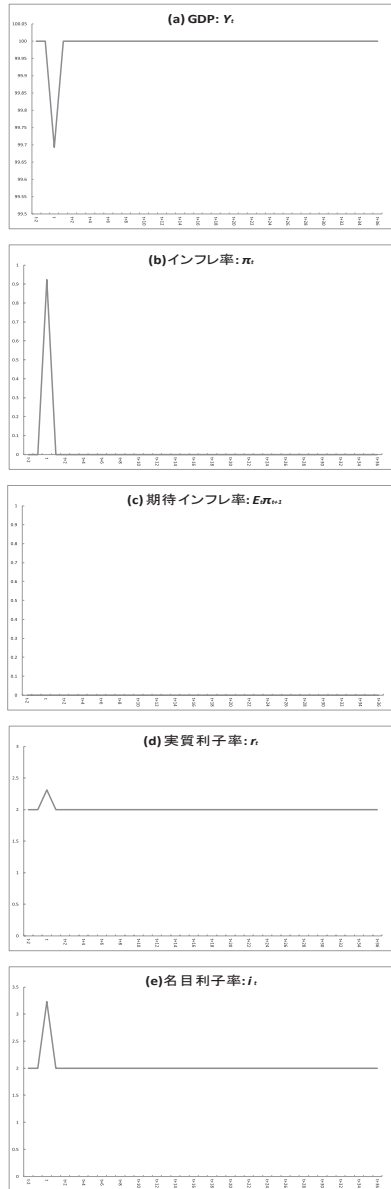


図3-2 モデル II の 1 期限りの供給ショック

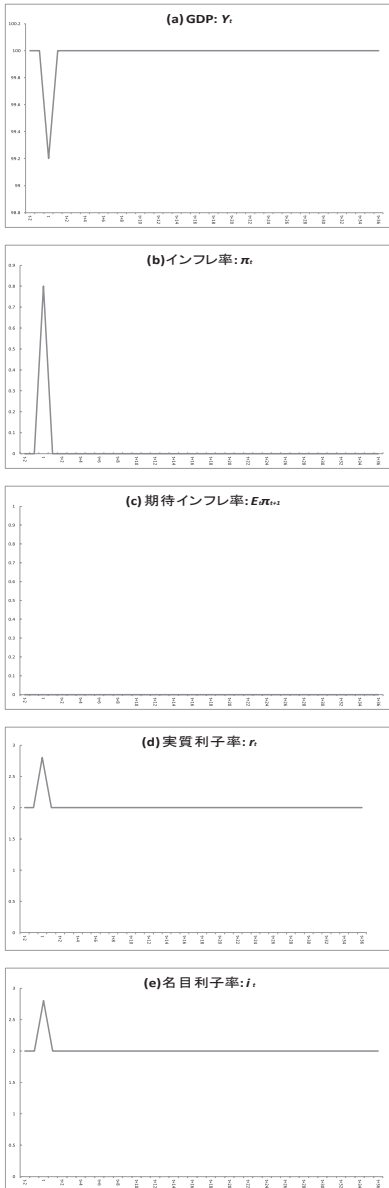


図3-3 モデルⅢの1期限りの供給ショック

は供給ショックの影響はその期のみであることを合理的に予想するため、内生変数はショックが起こった  $t$  期だけに反応する。すなわち、GDP は減少、インフレ率、名目利子率、実質利子率は上昇するが、 $t+1$  期以降の期間においては、当初の水準と変わりが無い。また、期待インフレ率は一貫してインフレ目標値の水準（0%）に等しい。

(2) 持続的な供給ショック

最後に、図4-1はモデルⅠ、図4-2はモデルⅡ、図4-3はモデルⅢにおいて、 $t$  期に大きさが1の持続的な供給ショックが起こった場合の、(a) GDP、(b) インフレ率、(c) 期待インフレ率、(d) 実質利子率、(e) 名目利子率の「インパルス反応関数」を示している。

ここでは、供給ショックの持続性を表すパラメーター  $\rho_v$  の値は、0.9 としている。それゆえ、持続的な需要ショックのケースと同様に、 $t$  期に起きたショックの影響は  $t+1$  期以降においても、前の期のショック

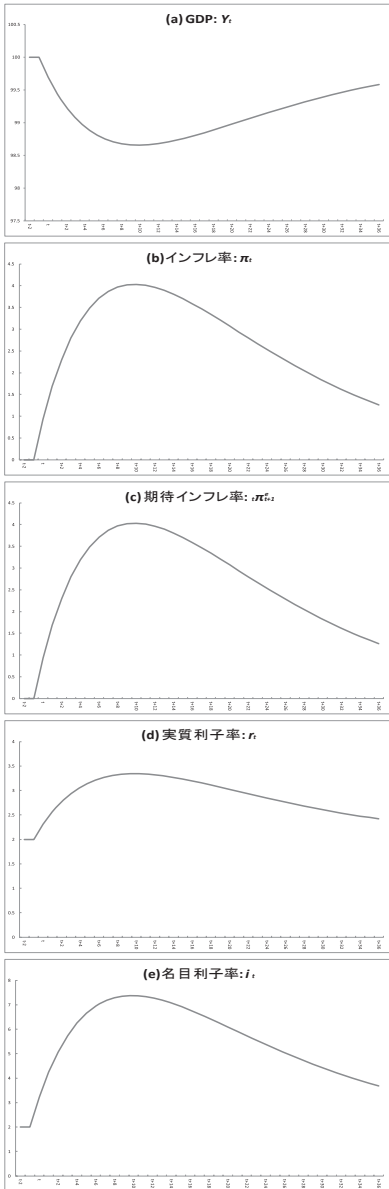


図4-1 モデルⅠの持続的な供給ショック

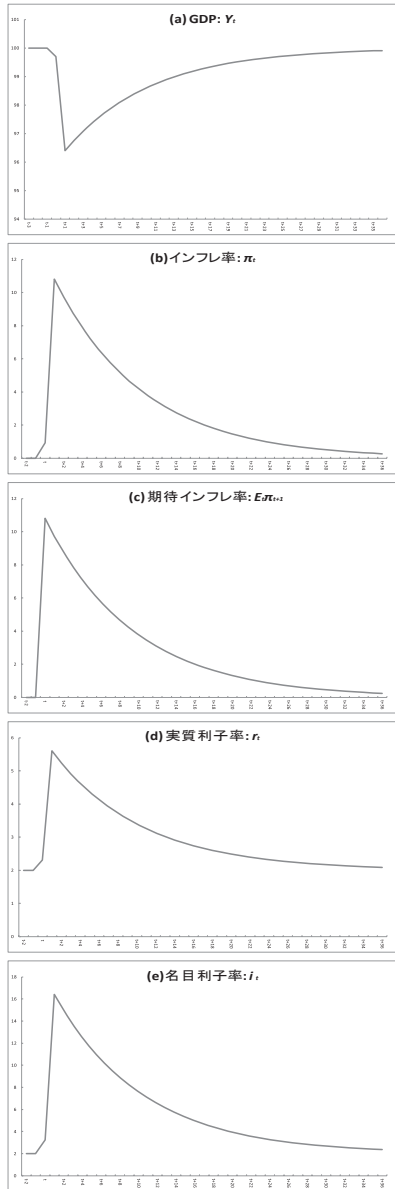


図4-2 モデルⅡの持続的な供給ショック

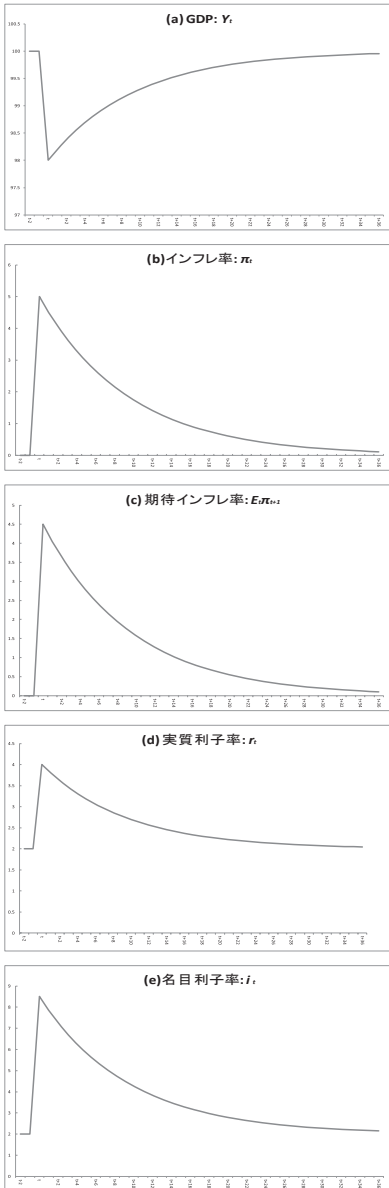


図4-3 モデルⅢの持続的な供給ショック

の0.9の割合だけ次々と続いていく。このような供給ショックの性質から、合理的期待モデルにおいても、モデルの内生変数は動学的な反応を示すことになる。

モデルⅠでは、GDPは供給ショックの後しばらく減少を続け、その後は徐々に自然水準へ収束していく。逆に、インフレ率と期待インフレ率はショック後しばらく上昇して、その後はインフレ目標値の水準（0%）に収束していく。実質利率と名目利率はインフレ率を反映して、当初は上昇した後、長期均衡値（2%）に収束していく。供給ショックが持続的なことから、1期限りの供給ショックに比べて、収束の度合いは遅いことがわかる。

モデルⅡでは、GDPは供給ショックが起こった $t$ 期から減少するが、 $t+1$ 期に急激に減少する。その後は、徐々に自然水準へ収束していく。インフレ率も $t+1$ 期に大幅に上昇するが、その後は急速に収束していく。実質利率と名目利率もインフレ率を反映して、同じような

動きを示す。ただし、期待インフレ率は $t$ 期に大幅に高まり、それ以降は急速に収束していく。

モデルⅢでは、GDPは供給ショックが起こった $t$ 期に減少し、その後は徐々に自然水準に収束していく。また、インフレ率と期待インフレ率もショックが起こった $t$ 期に大きく上昇して、それ以降はインフレ目標値の水準（0%）に収束していく。実質利子率と名目利子率は、インフレ率を反映して同じように動き、長期均衡値（2%）に収束していく。

## 8. おわりに

以上、本稿においては、動学的な総需要-総供給モデル（モデルⅠ～Ⅲ）を対象にして、各モデルの内生変数の短期均衡値と長期均衡値を具体的に求めた。これによって、各内生変数の動きは短期的にどのような要因によって決まり、長期的にはどのような値になるかを明らかにした。また、モデルⅠはバックワード・ルッキングな短期均衡値を、モデルⅡは静学的な短期均衡値を、モデルⅢはフォワード・ルッキングな短期均衡値をもつことも示した。

加えて、モデルⅠ～Ⅲについて、需要ショックや供給ショックが起こった場合、各モデルの内生変数の短期均衡値は時間を通じてどのように反応しながら、長期均衡値に収束していくかを、「インパルス反応関数」を導いて観察した。その結果、適応的期待を仮定するモデルⅠでは、1期限りのショックであっても、内生変数は動学的な反応を示すが、合理的期待を仮定するモデルⅡ、Ⅲでは、1期限りのショックはその期の内生変数に影響を及ぼすだけで、動学的な反応は生み出さないことを見た。言い換えると、合理的期待モデルでは、ショックに対する動学的な反応は、モデルの構造というより需要ショックや供給ショックそれ自体の持続性によって生み出されることが明らかになった。

今後、機会があれば、本稿の研究とりわけモデルⅢを発展させて、ニューケインジアン型の動学モデルを構築し、その意味合いを吟味するとともに、需要



ショックや供給ショックに対する動学的な反応を調べてみたい。また、本稿の考察は閉鎖経済モデルのもとで行ったが、開放経済モデルに拡張して、国際経済取引がマクロ経済に与える影響を検討してみたい。

#### 参考文献

- 加藤 涼 (2007) 『現代マクロ経済学講義』 東洋経済新報社。  
 嶋村紘輝 (1997) 『マクロ経済学—理論と政策—』 成文堂。  
 嶋村紘輝編著 (2015) 『マクロ経済学』 成文堂。  
 羽森茂之 (2009) 『ベーシック 計量経済学』 中央経済社。  
 平田 渉・加藤 涼 (2004) 「フィリップス曲線、粘着価格モデルと一般物価変動—米国のディスインフレーションの経験から—」 『日本銀行ワーキングペーパーシリーズ』 No. 04-J-11, 8月, pp. 1-28。  
 瀧 仁志・渡辺 努 (2002) 「フィリップス曲線と価格粘性性—産業別データによる推計—」 『金融研究』 第21巻第1号, 3月, pp. 35-70。  
 松浦克己／コリン・マッケンジー (2001) 『EViewsによる計量経済分析』 東洋経済新報社。  
 森棟公夫 (1999) 『計量経済学』 東洋経済新報社。  
 Friedman, Milton (1968), "The Role of Monetary Policy," *American Economic Review*, Vol. 58, March, pp. 1-17.  
 Gali, Jordi (2008), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*, Princeton University Press.  
 King, Robert G. (2000), "The New IS-LM Models : Languages, Logic, and Limits," *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Journal*, 86/3, Summer, pp. 45-103.  
 Mankiw, N. Gregory (2013), *Macroeconomics*, Eighth edition, Worth (足立英之・地主敏樹・中谷武・柳川隆訳 (2012) 『マンキュー マクロ経済学 II (第3版)』 (原書第7版) 東洋経済新報社。  
 Taylor, John B. (1993), "Discretion Versus Policy Rules in Practice," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, pp. 195-214.  
 Woodford, Michael (2003), *Interest and Prices : Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton University Press.